

# 29 Pole magnetyczne

Jeśli ciemną nocą spojrzysz na niebo w pobliżu koła podbiegunowego, to być może zobaczysz na tle nieba bajeczną, świetlistą zastonę, zwaną zorzą polarną. Nie jest to zjawisko lokalne; zorza może rozciągać się nad Ziemią łukiem o wysokości kilkuset kilometrów i o długości kilku tysięcy kilometrów, lecz grubość zorzy jest mniejsza niż 1 km.

**Jaka jest przyczyna tego zjawiska i co powoduje, że zorza jest tak cienka?**

Odpowiedź znajdziesz w tym rozdziale.



## 29.1. Pole magnetyczne

Mówiliśmy poprzednio, że naładowany pręt z plastiku wytwarza wektorowe pole elektryczne, we wszystkich punktach otaczającej go przestrzeni. W podobny sposób magnes wytwarza wektorowe **pole magnetyczne**, we wszystkich punktach otaczającej go przestrzeni. Z polem magnetycznym stykasz się, przyczepiając kartkę z notatkami do drzwi lodówki za pomocą małego magnesu lub przypadkowo wymazując zawartość dyskietki, podczas zbliżania jej do magnesu. Magnes działa na drzwi lub na dyskietkę *za pośrednictwem* swojego pola magnetycznego.

W dobrze znanym rodzaju magnesu — w **elektromagnesie** — prąd elektryczny jest przepuszczany przez cewkę z drutu, nawiniętą na rdzeń z żelaza; o tym, jak silne jest pole magnetyczne, decyduje wartość natężenia prądu. W przemyśle takich elektromagnesów używa się między innymi do sortowania złomu. Prawdopodobnie częściej spotykasz **magnesy trwałe**, które nie wymagają prądu elektrycznego do wytworzenia pola magnetycznego, na przykład magnesy, używane do przyczepiania karteczek na drzwiach lodówki.

W rozdziale 23 dowiedziacie się, że *ładunek elektryczny* wytwarza pole elektryczne, które z kolei może oddziaływać na inne ładunki elektryczne. Teraz mamy podstawy oczekiwać, że *ładunek magnetyczny* wytwarza pole magnetyczne, które następnie może oddziaływać na inne ładunki magnetyczne. Chociaż takie ładunki magnetyczne, nazywane *monopolami magnetycznymi*, są przewidywane w niektórych teoriach, to ich istnienie nie zostało dotychczas potwierdzone.

Jak zatem wytworzyć pole magnetyczne? Można to zrobić dwoma sposobami. 1) Naładowane elektrycznie cząstki, poruszające się w postaci prądu elektrycznego w przewodniku, wytwarzają pole magnetyczne. 2) Cząstki elementarne, np. elektrony, wytwarzają swoje *własne* pole magnetyczne, które jest podstawową cechą tych cząstek, podobnie jak ich masa i ładunek elektryczny (lub jego brak). Jak zobaczysz w rozdziale 32, pola magnetyczne elektronów w niektórych materiałach sumują się, wytwarzając wokół nich wypadkowe pole magnetyczne. Takie zjawisko występuje w magnesach trwałych (co jest korzystne, gdyż magnesy mogą utrzymywać karteczki z notatkami na drzwiach lodówki). W innych materiałach pola magnetyczne wszystkich elektronów wzajemnie się znoszą, nie wytwarzając na zewnątrz wypadkowego pola magnetycznego. Takie zjawisko występuje w substancjach, z których składa się twoje ciało (co jest również korzystne, gdyż w przeciwnym razie mógłbyś uderzać się o drzwi lodówki, ilekroć przechodziłbyś obok niej).

Z doświadczenia wiemy, że jeśli naładowana cząstka (pojedyncza lub będąca nośnikiem prądu elektrycznego) porusza się w polu magnetycznym, to na tę cząstkę działa siła, wynikająca z istnienia pola. W tym rozdziale zajmiemy się przede wszystkim związkiem między polem magnetycznym a tą siłą.

## 29.2. Definicja wektora $\vec{B}$

Natężenie pola elektrycznego  $\vec{E}$  w pewnym punkcie określiliśmy, umieszczając w tym punkcie cząstkę próbną o ładunku  $q$ , pozostającą w spoczynku, i mierząc

siłę elektryczną  $\vec{F}_E$ , działającą na tę cząstkę. Następnie zdefiniowaliśmy  $\vec{E}$  jako:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}. \quad (29.1)$$

Gdyby istniały monopole magnetyczne, moglibyśmy w podobny sposób zdefiniować wektor  $\vec{B}$ , będący miarą tego, jak silne jest pole magnetyczne. Jednak takie cząstki nie zostały odkryte, dlatego też musimy określić  $\vec{B}$  inaczej, w zależności od siły  $\vec{F}_B$ , działającej na poruszającą się naładowaną cząstkę próbną.

Teoretycznie moglibyśmy to zrobić, wystrzelując naładowaną cząstkę tak, aby przechodziła w różnych kierunkach i z różnymi prędkościami przez punkt, w którym mamy zdefiniować wektor  $\vec{B}$ . Następnie moglibyśmy zmierzyć siłę  $\vec{F}_B$ , działającą na cząstkę w tym punkcie. Po wielu takich próbach okazałoby się, że siła  $\vec{F}_B$  jest równa zero, gdy wektor prędkości cząstki  $\vec{v}$  jest skierowany wzdłuż pewnej wyróżnionej osi. Dla wszystkich innych kierunków wektora prędkości  $\vec{v}$  wartość siły  $\vec{F}_B$  jest zawsze proporcjonalna do  $v \sin \phi$ , gdzie  $\phi$  jest kątem między wyróżnioną osią a kierunkiem  $\vec{v}$ . Ponadto kierunek siły  $\vec{F}_B$  jest zawsze prostopadły do kierunku wektora prędkości  $\vec{v}$ . (Te wyniki wskazują, że mamy do czynienia z iloczynem wektorowym).

Możemy zatem zdefiniować wielkość  $\vec{B}$ , która nazywa się indukcją magnetyczną danego pola, jako wielkość wektorową, skierowaną wzdłuż wyróżnionej osi, na której siła działająca na cząstkę jest równa zero. Możemy następnie zmierzyć wartość siły  $\vec{F}_B$ , gdy wektor prędkości  $\vec{v}$  jest skierowany prostopadle do tej osi i zdefiniować wartość bezwzględną  $B$ , w zależności od wartości siły:

$$B = \frac{F_B}{|q|v},$$

gdzie  $q$  jest ładunkiem cząstki.

Wszystkie dotychczasowe wyniki mogą być zebrane w postaci równania wektorowego:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (29.2)$$

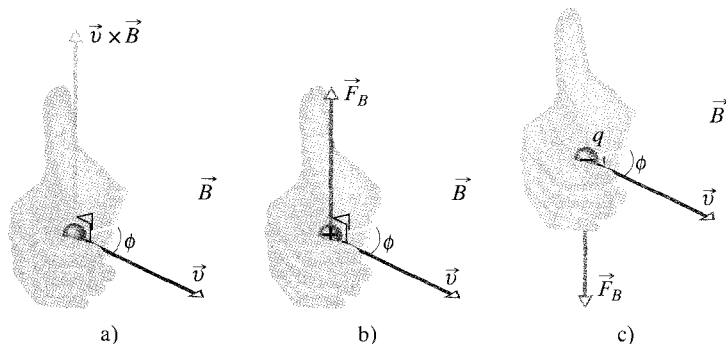
zgodnie z którym siła  $\vec{F}_B$  działająca na cząstkę (nosząca nazwę siły Lorentza), jest równa ładunkowi cząstki pomnożonemu przez iloczyn wektorowy jej prędkości  $\vec{v}$  i indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  (wszystkie wielkości są mierzone w tym samym układzie odniesienia). Korzystając z równania (3.20) określającego iloczyn wektorowy, możemy zapisać wartość  $\vec{F}_B$  jako:

$$F_B = |q|vB \sin \phi, \quad (29.3)$$

gdzie  $\phi$  oznacza kąt między kierunkami wektorów prędkości  $\vec{v}$  i indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ .

### Wyznaczanie siły działającej na cząstkę w polu magnetycznym

Z równania (29.3) wynika, że wartość siły  $\vec{F}_B$ , działającej na cząstkę w polu magnetycznym jest proporcjonalna do ładunku  $q$  i wartości prędkości  $v$  cząstki.



Rys. 29.1. a) Reguła prawej dłoni pozwala określić kierunek  $\vec{v} \times \vec{B}$  zgodny z kierunkiem kciuka, jeżeli obracamy wektor  $\vec{v}$  w stronę wektora  $\vec{B}$  o mniejszy kąt  $\phi$  między tymi wektorami. b) Jeżeli ładunek  $q$  jest dodatni, to kierunek siły  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  jest zgodny z kierunkiem  $\vec{v} \times \vec{B}$ . c) Jeżeli ładunek  $q$  jest ujemny, to kierunek siły  $\vec{F}_B$  jest przeciwny do kierunku  $\vec{v} \times \vec{B}$

Tak więc siła jest równa zero, gdy ładunek jest równy zero lub gdy cząstka jest w spoczynku. Z tego samego równania wiemy, że siła jest równa zero, gdy wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  są albo równoległe ( $\phi = 0^\circ$ ), albo antyrównoległe ( $\phi = 180^\circ$ ), natomiast siła jest największa, gdy wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  są do siebie prostopadłe.

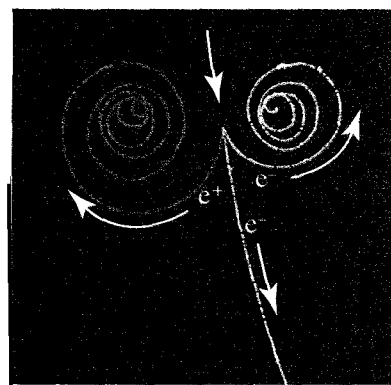
Z równania (29.2) możemy określić także kierunek siły  $\vec{F}_B$ . Na podstawie paragrafu 3.7 wiemy, że iloczyn wektorowy  $\vec{v} \times \vec{B}$  w równaniu (29.2) jest wektorem prostopadłym do wektorów  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$ . Zgodnie z regułą prawej dłoni (rys. 29.1a) kciuk prawej dłoni wskazuje kierunek  $\vec{v} \times \vec{B}$ , jeśli pozostałe palce pokazują kierunek obrotu wektora  $\vec{v}$  w kierunku wektora  $\vec{B}$ . Jeżeli ładunek  $q$  jest dodatni, to zgodnie z równaniem (29.2) siła  $\vec{F}_B$  ma taki sam znak, jak iloczyn wektorowy  $\vec{v} \times \vec{B}$  i dlatego musi być tak samo skierowana. Oznacza to, że dla dodatniego ładunku  $q$ , siła  $\vec{F}_B$  jest skierowana wzdłuż kciuka (rys. 29.1b). Jeżeli ładunek  $q$  jest ujemny, to siła  $\vec{F}_B$  i iloczyn wektorowy  $\vec{v} \times \vec{B}$  mają przeciwne znaki i dlatego muszą być skierowane przeciwnie. Dla ujemnego ładunku  $q$ , siła  $\vec{F}_B$  jest skierowana przeciwnie niż kciuk (rys. 29.1c).

Jednak niezależnie od znaku ładunku:

➤ Siła  $\vec{F}_B$  działająca na naładowaną cząstkę, która porusza się z prędkością  $\vec{v}$  w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , jest *zawsze* prostopadła do wektorów  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$ .

Zatem siła  $\vec{F}_B$  nie ma *nigdy* składowej równoległej do wektora  $\vec{v}$ . Oznacza to, że siła  $\vec{F}_B$  nie może zmienić wartości prędkości  $v$  cząstki (a więc nie może zmienić energii kinetycznej cząstki). Siła ta może zmienić tylko kierunek prędkości  $\vec{v}$  (a więc kierunek ruchu) i tylko w tym znaczeniu siła  $\vec{F}_B$  może przyspieszać cząstkę.

Aby zrozumieć sens równania (29.2) spójrzmy na rysunek 29.2, na którym przedstawiono kilka śladów, pozostawionych przez naładowane cząstki, poruszające się z dużą prędkością w *komorze pęcherzykowej* w Lawrence Berkeley Laboratory. Komora wypełniona jest ciekłym wodorem i umieszczona w silnym jednorodnym polu magnetycznym, skierowanym prostopadłe przed płaszczyznę



Rys. 29.2. Ślady dwóch elektronów ( $e^-$ ) i pozytonu ( $e^+$ ) w komorze pęcherzykowej, umieszczonej w jednorodnym polu magnetycznym, które jest skierowane prostopadłe przed płaszczyznę rysunku

rysunku. Cząstka promieniowania  $\gamma$  wpadająca do komory nie zostawia śladu, gdyż nie jest naładowana. Cząstka ta wybija elektron z atomu wodoru (długi ślad zaznaczony  $e^-$ ), rozpadając się jednocześnie na elektron (spiralny ślad zaznaczony  $e^-$ ) i pozyton (spiralny ślad zaznaczony  $e^+$ ). Korzystając z równania (29.2) i rysunku 29.1 sprawdź, że trzy ślady, pozostawione przez dwie ujemne cząstki i jedną dodatnią zakrzywiają się we właściwych kierunkach.

Jednostką indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  w układzie SI, wynikającą z równań (29.2) i (29.3) jest niuton na kulomb razy metr na sekundę. Dla wygody nazwano tę jednostkę **teslą** (T):

Tabela 29.1. Przybliżone wartości indukcji magnetycznej

na powierzchni gwiazdy neutronowej	$10^8$ T
w pobliżu dużego elektromagnesu	1,5 T
w pobliżu małego magnesu sztabkowego	$10^{-2}$ T
na powierzchni Ziemi	$10^{-4}$ T
w przestrzeni międzygwiazdnej	$10^{-10}$ T
najmniejsza wartość w pomieszczeniu ekranowanym magnetycznie	$10^{-14}$ T

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{niuton}}{(\text{kulomb})(\text{metr}/\text{sekunda})}$$

Pamiętając, że kulomb na sekundę to amper, otrzymujemy

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{niuton}}{(\text{kulomb}/\text{sekunda})(\text{metr})} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}. \quad (29.4)$$

Starszą, ale wciąż używaną jednostką indukcji  $\vec{B}$  (spoza układu SI) jest *gaus* (Gs), przy czym:

$$1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gausów}. \quad (29.5)$$

W tabeli 29.1 podano wartości indukcji magnetycznej w różnych sytuacjach fizycznych. Zauważ, że ziemskie pole magnetyczne w pobliżu powierzchni Ziemi ma indukcję około  $10^{-4}$  T (= 100  $\mu$ T lub 1 gaus).

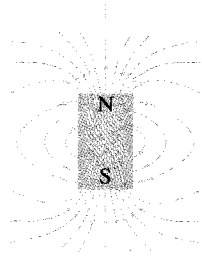
**SPRAWDZIAN 1:** Na rysunku przedstawiono trzy przypadki, w których naładowana cząstka porusza się z prędkością  $\vec{v}$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Jaki jest kierunek siły magnetycznej  $\vec{F}_B$  w każdym z tych przypadków?

## Linie pola magnetycznego

Pole magnetyczne możemy zilustrować za pomocą linii pola, podobnie jak zrobiliśmy to w przypadku pola elektrycznego. Obowiązują przy tym podobne zasady, czyli: 1) kierunek stycznej do linii pola magnetycznego w danym punkcie jest kierunkiem indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  w tym punkcie, 2) odległość między liniami określa wartość wektora indukcji  $\vec{B}$  — pole magnetyczne jest silniejsze tam, gdzie linie przebiegają bliżej siebie i na odwrót.

Na rysunku 29.3a pokazano, w jaki sposób pole magnetyczne w pobliżu *magnesu sztabkowego* (magnesu trwałego w kształcie sztabki) może być przedstawione za pomocą linii pola magnetycznego. Wszystkie linie przechodzą przez magnes i wszystkie tworzą zamknięte pętle (również te linie, które na rysunku nie są zamknięte). Oddziaływanie magnetyczne na zewnątrz magnesu sztabkowego jest najsilniejsze w pobliżu jego końców, gdzie gęstość linii jest największa. Tak więc pole magnetyczne magnesu sztabkowego, pokazanego na rysunku 29.3b

Rys. 29.3. a) Linie pola magnetycznego magnesu sztabkowego. b) „Krowi magnes” — magnes sztabkowy, przeznaczony do umieszczenia w pierwszym żołądku krowy, aby zabezpieczyć jelita przed przypadkowo połkniętymi kawałkami żelaza. Żelazne opiłki na końcach magnesu układają się wzdłuż linii pola magnetycznego



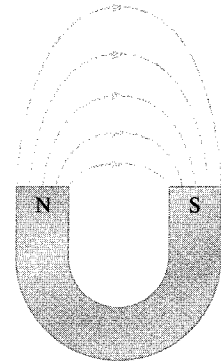
a)



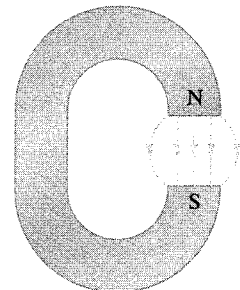
b)

powoduje, że opiłki żelaza gromadzą się głównie w pobliżu obydwu końców magnesu.

Zamknięte linie pola są skierowane do magnesu z jednego końca, a od magnesu z drugiego. Koniec magnesu, z którego linie wychodzą, nazywamy *biegunem północnym* magnesu; przeciwny koniec, do którego linie wchodzi, nazywany jest *biegunem południowym*. Magnesy, których używamy do przytrzymywania kartek z notatkami na lodówce, są krótkimi magnesami sztabkowymi. Na rysunku 29.4 przedstawiono dwa inne, często spotykane kształty magnesów: *magnes podkowiasty* oraz magnes wygięty w kształcie litery C, w taki sposób, że jego bieguny znajdują się naprzeciwko siebie. (Pole magnetyczne między biegunami jest więc w przybliżeniu jednorodne). Jeżeli umieścimy dwa magnesy blisko siebie, to niezależnie od ich kształtu przekonamy się, że:



a)



b)

➤ Różnoimienne bieguny magnetyczne przyciągają się, a jednoimienne bieguny magnetyczne się odpychają.

Wokół Ziemi istnieje pole magnetyczne, którego źródłem jest jej jądro, lecz mechanizm jego powstawania jest wciąż nieznan. Na powierzchni Ziemi obecność pola magnetycznego możemy wykryć za pomocą kompasu, który jest w istocie wydłużonym magnesem sztabkowym obracającym się swobodnie wokół osi. Ten magnes sztabkowy w kształcie igły ustawia się w określonym położeniu, gdyż jego biegun północny jest przyciągany w kierunku obszaru arktycznego Ziemi. Zatem w Arktyce musi znajdować się biegun ziemskiego pola magnetycznego, który zgodnie z logiką powinniśmy nazwać *biegunem południowym*. Jednakże kierunek ten nazywamy północą, więc znaleźliśmy się w pułapce i aby z niej wyrwać mówimy, że Ziemia ma w tym obszarze *geomagnetyczny biegun północny*.

Rys. 29.4. a) Magnes podkowiasty i b) magnes w kształcie litery C. (Pokazane są tylko niektóre linie pola na zewnątrz magnesu)

Dokładniejsze pomiary wskazują, że na półkuli północnej linie ziemskiego pola magnetycznego skierowane są w dół, w stronę powierzchni Ziemi i jednocześnie w stronę Arktyki. Na półkuli południowej linie pola są skierowane w górę, od powierzchni Ziemi i od Antarktydy, czyli od *geomagnetycznego bieguna południowego* Ziemi.

## Przykład 29.1

W jednorodnym polu magnetycznym wektor indukcji  $\vec{B}$  o wartości 1,2 mT jest skierowany pionowo w górę. W obszarze tego pola znajduje się komora pomiarowa. Proton o energii kinetycznej 5,3 MeV wpada do komory, poruszając się w kierunku poziomym z południa na północ. Ile wynosi wartość siły odchyłającej proton, gdy wpada on do komory? Masa protonu jest równa  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. (Pomiń ziemskie pole magnetyczne).

### ROZWIĄZANIE:

Proton obdarzony jest ładunkiem i porusza się w polu magnetycznym, a więc może działać na niego siła magnetyczna  $\vec{F}_B$ .

➔ 1.  $\vec{F}_B$  nie jest równe zeru, gdyż początkowa prędkość protonu nie jest skierowana wzdłuż linii pola magnetycznego. Do wyznaczenia wartości  $\vec{F}_B$  możemy zastosować równanie (29.3) pod warunkiem, że obliczymy najpierw prędkość  $v$  protonu. Prędkość  $v$  można wyznaczyć, znając energię kinetyczną, gdyż  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Otrzymujemy:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5,3 \text{ MeV})(1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV})}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \\ = 3,2 \cdot 10^7 \text{ m/s.}$$

Równanie (29.3) daje zatem:

$$F_B = |q|vB \sin \phi \\ = (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(3,2 \cdot 10^7 \text{ m/s})(1,2 \cdot 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ) \\ = 6,1 \cdot 10^{-15} \text{ N.} \quad (\text{odpowiedź})$$

Może się wydawać, że to niewielka siła, ale działa ona na cząstkę o małej masie, nadając jej duże przyspieszenie, a mianowicie:

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6,1 \cdot 10^{-15} \text{ N}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 3,7 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

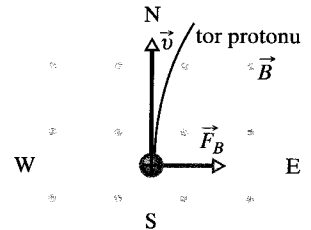
Aby znaleźć kierunek  $\vec{F}_B$ , skorzystamy z faktu, że

➔ 2. Siła  $\vec{F}_B$  jest skierowana wzdłuż prostej wyznaczonej przez iloczyn wektorowy  $q\vec{v} \times \vec{B}$ . Ładunek  $q$  jest dodatni, a więc  $\vec{F}_B$  musi mieć taki sam kierunek, jak wektor  $\vec{v} \times \vec{B}$ , którego kierunek można określić na podstawie reguły prawej dłoni dla iloczynu wektorowego (jak na rysunku 29.2b). Wiemy, że  $\vec{v}$  jest skierowane poziomo, z południa na północ, a  $\vec{B}$  jest skierowane pionowo do góry. Reguła prawej dłoni wskazuje, że siła odchyłająca  $\vec{F}_B$  musi być skierowana poziomo, z zachodu na wschód, jak przedstawiono na rysunku 29.5. (Regularnie ułożone kropki na rysunku przedstawiają pole magnetyczne, skierowane prostopadle przed płaszczyznę rysunku. Regularny układ znaków X oznaczałby pole magnetyczne, skierowane za tę płaszczyznę).

Gdyby cząstka miała ładunek ujemny, magnetyczna siła odchyłająca byłaby skierowana przeciwnie — tzn. poziomo, ze wschodu na zachód. Wynika to bezpośrednio z równania (29.2), jeśli podstawimy ujemną wartość  $q$ .

Rys. 29.5. Przykład 29.1.

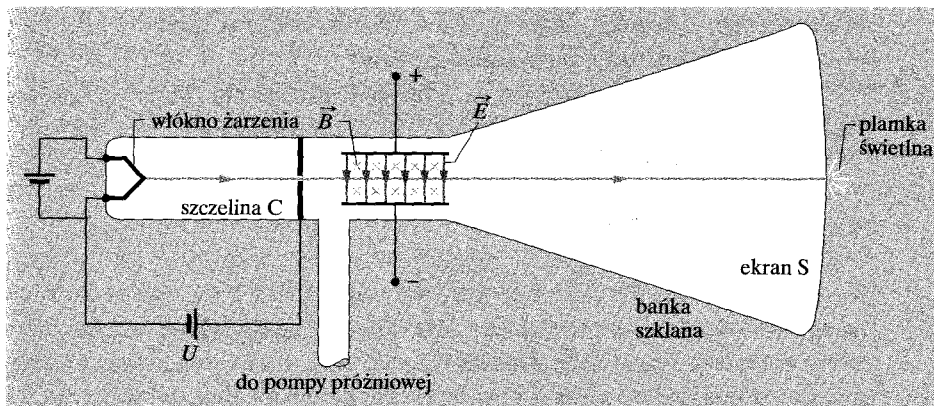
Proton poruszający się w komorze, z południa na północ, z prędkością  $\vec{v}$  (widok z góry). Pole magnetyczne jest skierowane pionowo w górę komory, co zaznaczono na rysunku regularnym układem kropek, przypominających groty strzał. Tor protonu jest odchyłony ku wschodowi



## 29.3. Pola skrzyżowane: odkrycie elektronu

Zarówno pole elektryczne  $\vec{E}$ , jak i pole magnetyczne  $\vec{B}$  mogą działać siłą na naładowaną cząstkę. Kiedy wektory tych dwóch pól są wzajemnie prostopadłe, mówimy, że są to *pola skrzyżowane*. Zbadamy teraz, co się stanie z naładowanymi cząstkami (np. z elektronami) podczas ruchu w polach skrzyżowanych. Jako przykład omówimy doświadczenie, które doprowadziło w 1897 r. do odkrycia elektronu przez J. J. Thomsona z Uniwersytetu w Cambridge.





Rys. 29.6. Współczesna wersja aparatury J. J. Thomsona, służącej do pomiaru stosunku masy do ładunku dla elektronu. Pole elektryczne o natężeniu  $\vec{E}$  powstaje w wyniku dołączenia baterii do płytek odchylających, natomiast pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B}$  jest wytworzone przez prąd, płynący w układzie cewek (nie pokazanych na rysunku). Wektory  $\vec{B}$  są skierowane za płaszczyznę rysunku, co przedstawiono jako regularny układ znaków X, przypominających upierzone ognie strzał

Na rysunku 29.6 przedstawiono schemat współczesnej wersji aparatury doświadczalnej, używanej przez Thomsona — lampę oscyloskopową (podobną do lampy kineskopowej w typowym odbiorniku telewizyjnym). Naładowane cząstki (o których teraz wiemy, że są elektronami) emitowane są przez rozżarzone włókno w tylnej części lampy próżniowej i przyspieszane przez przyłożoną różnicę potencjałów  $U$ . Po przejściu przez szczelinę  $C$  cząstki tworzą wąską wiązkę. Następnie przechodzą przez obszar skrzyżowanych pól  $\vec{E}$  i  $\vec{B}$ , kierując się w stronę ekranu fluorescencyjnego  $S$ , na którym wywołują świecenie w postaci plamki (na ekranie telewizyjnym plamka jest częścią obrazu). Siły działające w obszarze skrzyżowanych pól na naładowane cząstki mogą odchylić je od środka ekranu. Zmieniając wartości i kierunki wektorów pól, Thomson mógł więc zmieniać położenie plamki świetlnej na ekranie. Przypomnij sobie, że pole elektryczne działa na naładowaną ujemnie cząstkę siłą, skierowaną przeciwnie do kierunku pola. Zatem w układzie, jak na rysunku 29.6, pole elektryczne  $\vec{E}$  odchyła elektrony w górę, a pole magnetyczne  $\vec{B}$  w dół. Oznacza to, że siły te są *przeciwnie skierowane*. Doświadczenie Thomsona mógłbyś przeprowadzić następująco:

1. Dla  $E = 0$  i  $B = 0$  zaznacz na ekranie  $S$  położenie plamki świetlnej, wywołanej przez nieodchyloną wiązkę.
2. Włącz pole elektryczne  $\vec{E}$  i zmierz odchylenie wiązki.
3. Utrzymując wartość natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$  bez zmian, włącz pole magnetyczne  $\vec{B}$  i dobierz wartość jego indukcji tak, aby wiązka powróciła do położenia nieodchylonego. (Siły są przeciwnie skierowane, zatem można je dobrać tak, aby się równoważyły).

W przykładzie 23.4 omawialiśmy odchylenie toru naładowanej cząstki, poruszającej się w polu elektrycznym o natężeniu  $\vec{E}$  między dwiema płytkami (p. 2 w doświadczeniu Thomsona). Wyznaczyliśmy odchylenie cząstki na końcu płytek:

$$y = \frac{qEL^2}{2mv^2}, \quad (29.6)$$

gdzie  $v$  jest prędkością cząstki,  $m$  jej masą,  $q$  jej ładunkiem, a  $L$  długością płytek. To samo równanie można zastosować do wiązki elektronów na rysunku 29.6; w razie potrzeby moglibyśmy zmierzyć przemieszczenie wiązki na ekranie, a następnie obliczyć odchylenie  $y$  na końcu płytek. (Kierunek odchylenia zależy



od znaku ładunku cząstki, a więc Thomson mógł wykazać, że cząstki wywołujące świecenie na ekranie były naładowane ujemnie).

Gdy dwa pola na rysunku 29.7 są dobrane w taki sposób, że siły odchylające równoważą się (p. 3), ze wzorów (29.1) i (29.3) otrzymujemy:

$$|q|E = |q|vB \sin(90^\circ) = |q|vB,$$

czyli:

$$v = \frac{E}{B}. \quad (29.7)$$

Zatem możliwy jest pomiar prędkości naładowanej cząstki, przechodzącej przez obszar pól skrzyżowanych. Po podstawieniu wyrażenia (29.7) w miejsce  $v$  w równaniu (29.6) otrzymujemy:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 L^2}{2yE}, \quad (29.8)$$

gdzie wszystkie wielkości po prawej stronie mogą być zmierzone. Tak więc pola skrzyżowane pozwalają nam zmierzyć stosunek  $m/q$  dla cząstek poruszających się w aparaturze Thomsona.

Thomson twierdził, że te cząstki znajdują się we wszystkich substancjach. Twierdził także, że są one lżejsze ponad tysiąc razy od najbliższego znanego atomu (wodoru). (Później wykazano, że dokładna wartość tego stosunku jest równa 1836,15). Pomiar stosunku  $m/q$  w połączeniu ze śmiałością obydwu stwierdzeń Thomsona uważany jest za „odkrycie elektronu”.

**SPRAWDZIAN 2:** Na rysunku przedstawiono cztery kierunki wektora prędkości  $\vec{v}$  dodatnio naładowanej cząstki, która porusza się w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu  $\vec{E}$  (skierowanym przed płaszczyznę rysunku i oznaczonym kropką w kółku) oraz w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . a) Uszereguj kierunki 1, 2 i 3 pod względem wartości wypadkowej siły, działającej na cząstkę, poczynając od największej wartości. b) Dla którego spośród wszystkich kierunków prędkości wypadkowa siła może być równa zero?

## 29.4. Pola skrzyżowane: zjawisko Halla

Jak wiesz, wiązka elektronów w próżni może być odchylona za pomocą pola magnetycznego. Czy elektrony przewodnictwa, poruszające się w drucie miedzianym, mogą być również odchylone przez pole magnetyczne? W 1879 roku Edwin H. Hall, wówczas 24-letni magistrant w Johns Hopkins University wykazał, że takie zjawisko rzeczywiście zachodzi. To **zjawisko Halla** pozwala sprawdzić, czy nośniki w przewodniku są naładowane dodatnio, czy ujemnie. Ponadto możemy zmierzyć liczbę takich nośników, przypadającą na jednostkę objętości przewodnika, czyli koncentrację nośników.

Na rysunku 29.7a pokazano pasek miedziany o szerokości  $d$ , w którym płynie prąd o natężeniu  $I$  w kierunku umownym od góry rysunku ku dołowi. Nośnikami

ładunku są elektrony, które, jak wiemy, poruszają się z prędkością unoszenia  $v_d$  w kierunku przeciwnym, czyli z dołu do góry. W chwili przedstawionej na rysunku 29.8a włączono właśnie zewnętrzne pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B}$ , skierowane za płaszczyznę rysunku. Jak widać z równania (29.2), siła magnetyczna  $\vec{F}_B$  będzie działać na każdy poruszający się elektron, odchylając go w kierunku prawego brzegu paska.

W miarę upływu czasu elektrony przemieszczają się w prawo, gromadząc się głównie przy prawym brzegu paska i pozostawiając nieskompensowane ładunki dodatnie w ustalonych położeniach przy lewym brzegu. Rozdzielenie dodatnich i ujemnych ładunków powoduje powstanie wewnątrz paska pola elektrycznego o natężeniu  $\vec{E}$ , skierowanego od lewej strony do prawej, jak pokazano na rysunku 29.7b. To pole działa siłą elektryczną  $\vec{F}_E$  na każdy elektron, dążąc do przemieszczenia go w lewo.

Układ szybko dąży do stanu równowagi, a siła elektryczna, działająca na każdy elektron rośnie do chwili, w której zrównoważy siłę magnetyczną. W tym momencie, zgodnie z rysunkiem 29.7b, siły pochodzące od pola magnetycznego i pola elektrycznego wzajemnie się równoważą. Elektrony poruszają się wtedy z prędkością  $\vec{v}_d$  wzdłuż paska w górę rysunku. Nie występuje przy tym dalsze gromadzenie się elektronów przy prawym brzegu, a więc i dalszy wzrost natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$ .

Z tym polem elektrycznym, działającym w poprzek paska o szerokości  $d$  związana jest różnica potencjałów (napięcie) Halla  $U$ . Zgodnie z równaniem (25.42) wartość tego napięcia wynosi

$$U = Ed. \quad (29.9)$$

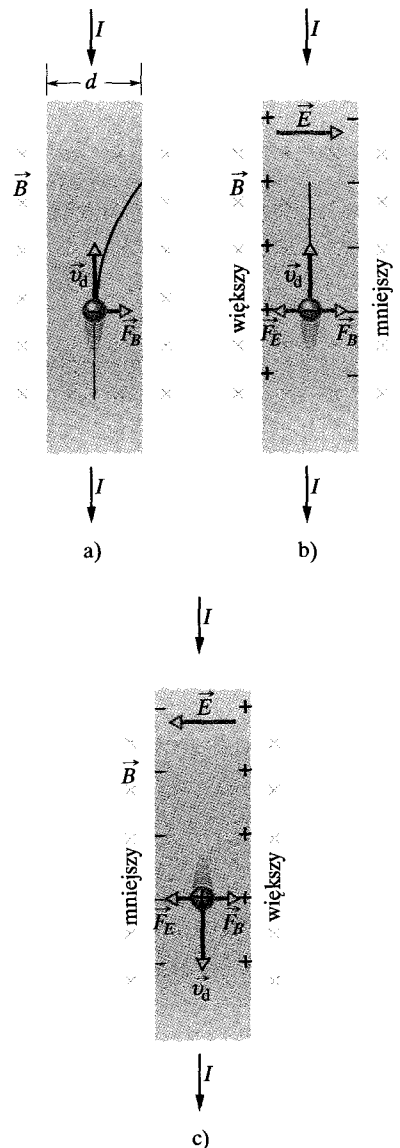
Dołączając woltmierz do długich boków paska, możemy zmierzyć różnicę potencjałów między dwoma jego brzegami. Ponadto woltmierz pozwala określić, który brzeg paska ma większy potencjał. Dla przypadku, przedstawionego na rysunku 29.7a okazałoby się, że lewy brzeg ma większy potencjał, co jest zgodne z naszym założeniem, że nośniki ładunku są ujemne.

Przyjmijmy chwilowo przeciwne założenie, że nośniki ładunku, tworzące prąd o natężeniu  $I$  są dodatnie (rys. 29.7c). Możesz się przekonać, że podczas ruchu z góry na dół paska, nośniki te są odchylane przez siłę  $\vec{F}_B$  w kierunku prawego brzegu, a zatem *prawy* brzeg paska ma większy potencjał. To ostatnie stwierdzenie jest sprzeczne z odczytem na woltmierz, zatem nośniki muszą być ujemne.

Zajmijmy się teraz ilościową stroną zjawiska. Gdy siły elektryczne i magnetyczne się równoważą (rys. 29.7b), równania (29.1) i (29.3) dają nam:

$$eE = ev_d B. \quad (29.10)$$

**Rys. 29.7.** Pasek miedziany, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ , jest umieszczony w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . a) Sytuacja bezpośrednio po włączeniu pola magnetycznego. Pokazany jest zakrzywiony tor, po którym będzie się poruszał elektron. b) Stan równowagi, który zostaje osiągnięty w krótkim czasie. Zauważ, że ładunki ujemne gromadzą się po prawej stronie paska, pozostawiając nieskompensowane ładunki dodatnie po lewej stronie. Zatem lewa strona ma większy potencjał niż prawa. c) Gdyby nośniki ładunku były naładowane dodatnio, dla tego samego kierunku prądu gromadziłyby się one po prawej stronie, a więc prawa strona miałaby większy potencjał



Zgodnie z równaniem (27.7) prędkość unoszenia  $v_d$  jest równa:

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{I}{neS}, \quad (29.11)$$

gdzie  $J (= I/S)$  jest gęstością prądu w pasku,  $S$  jest polem powierzchni przekroju poprzecznego paska,  $n$  jest *koncentracją* nośników ładunku (czyli ich liczbą w jednostce objętości).

Podstawiając w równaniu (29.10)  $E$  z równania (29.9) oraz  $v_d$  z równania (29.11), otrzymujemy:

$$n = \frac{BI}{Ule}, \quad (29.12)$$

gdzie  $l (= S/d)$  jest grubością paska. Za pomocą tego równania możemy wyznaczyć  $n$  z wielkości, które potrafimy zmierzyć.

Istnieje również możliwość zastosowania zjawiska Halla do bezpośredniego pomiaru prędkości unoszenia  $v_d$ , która, jak pamiętamy, jest rzędu centymetrów na godzinę. W tym pomysłowym doświadczeniu metalowy pasek jest przesuwany mechanicznie w polu magnetycznym, w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości unoszenia nośników ładunku. Prędkość, z jaką porusza się pasek, jest następnie tak dobierana, aby napięcie Halla było równe zeru. W tych warunkach, gdy nie występuje napięcie Halla, prędkość nośników ładunku w *laboratoryjnym układzie odniesienia* musi być równa zeru, tak więc prędkość paska i prędkości ujemnych nośników ładunku muszą być równe co do wartości, ale przeciwnie skierowane.

## Przykład 29.2

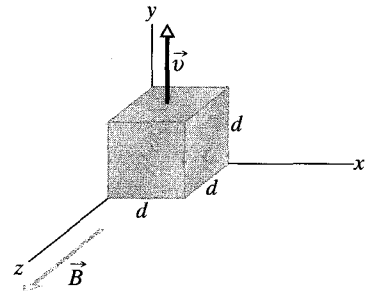
Na rysunku 29.8 przedstawiono pełny sześcian metalowy o krawędzi  $d = 1,5$  cm, poruszający się w dodatnim kierunku osi  $y$  ze stałą prędkością 4 m/s. Sześcian przemieszcza się w jednorodnym polu magnetycznym, którego indukcja  $\vec{B}$  ma wartość 0,05 T oraz dodatni kierunek osi  $z$ .

a) Która ściana sześcianu, w wyniku ruchu w polu magnetycznym, ma mniejszy potencjał, a która większy?

### ROZWIĄZANIE:

➡ 1. Sześcian porusza się w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , a więc na jego naładowane cząstki, łącznie z elektronami przewodnictwa, działa siła magnetyczna  $\vec{F}_B$ .

➡ 2. Musimy więc zbadać, w jaki sposób  $\vec{F}_B$  wytwarza różnicę potencjałów między niektórymi ścianami sześcianu. Gdy sześcian rozpoczyna ruch w polu magnetycznym, razem z nim zaczynają się też poruszać elektrony. Każdy elektron ma ładunek  $q$  i porusza się z prędkością  $\vec{v}$ , zatem siła  $\vec{F}_B$ , działająca na elektron jest dana równaniem (29.2). Kierunek iloczynu wektorowego  $\vec{v} \times \vec{B}$  jest zgodny z dodatnim kierunkiem osi  $x$  na rysunku 29.8, natomiast



**Rys. 29.8.** Przykład 29.2. Sześcienne klocki metalowe o krawędzi  $d$ , poruszający się ze stałą prędkością  $\vec{v}$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$

kierunek siły  $\vec{F}_B$  jest przeciwny, gdyż  $q$  jest ujemne. Zatem siła  $\vec{F}_B$  działa w ujemnym kierunku osi  $x$ , w stronę lewej ściany sześcianu (która nie jest widoczna na rysunku 29.8).

Większość elektronów ma ustalone położenia w cząsteczkach, z których zbudowany jest sześcian. Jednak wykonany jest on z metalu, zawiera więc swobodnie poruszające się elektrony przewodnictwa. Niektóre z tych elektronów są odchylane przez siłę  $\vec{F}_B$  w stronę lewej ściany sześcianu, powodując, że lewa ściana jest naładowana ujemnie, a na prawej ścianie pozostaje ładunek

dodatni. W wyniku takiego rozdzielenia ładunku powstaje pole elektryczne o natężeniu  $E$ , skierowane od prawej ściany naładowanej dodatnio do lewej ściany naładowanej ujemnie. Tak więc lewa ściana ma mniejszy potencjał, a prawa — większy.

b) Ile wynosi różnica potencjałów między ścianami o większym i mniejszym potencjale?

### ROZWIĄZANIE:

Bierzemy pod uwagę następujące fakty:

➔ 1. Pole elektryczne o natężeniu  $\vec{E}$ , wytworzone w wyniku rozdzielenia ładunków działa na każdy elektron siłą  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ . Ładunek  $q$  ma wartość ujemną, zatem siła ta jest skierowana przeciwnie do wektora natężenia pola  $\vec{E}$ , czyli w prawą stronę. Tak więc siła  $\vec{F}_E$  działa na każdy elektron w prawo, a siła  $\vec{F}_B$  — w lewo.

➔ 2. Gdy sześcián zaczyna poruszać się w polu magnetycznym i następuje rozdzielanie ładunków, natężenie pola elektrycznego  $\vec{E}$  rośnie od wartości równej zeru. Zatem wartość siły  $\vec{F}_E$  również zaczyna rosnąć od zera, ale jest początkowo mniejsza od wartości siły  $\vec{F}_B$ . Dlatego na początku, o wypadkowej sile działającej na dowolny elektron decyduje siła  $\vec{F}_B$ . Pod wpływem działania tej siły następuje ciągłe przemieszczanie dodatkowych elektronów w kierunku lewej ściany, co zwiększa stopień rozdzielenia ładunku.

➔ 3. Jednakże w miarę rozdzielania ładunku wartość siły  $F_E$  staje się w końcu równa wartości siły  $F_B$ . Zatem wypadkowa siła, działająca na dowolny elektron jest wówczas równa zeru i żaden dodatkowy elektron nie jest już odchylany. Wartość siły  $\vec{F}_E$  nie może dalej rosnąć, a elektrony osiągają stan równowagi.

Szukamy różnicy potencjałów  $U$  między lewą a prawą ścianą sześciánu, po osiągnięciu stanu równowagi (co następuje szybko). Możemy otrzymać  $U$  z równania (29.9) ( $U = Ed$ ), jeśli najpierw

znajdziemy wartość  $E$  natężenia pola elektrycznego w równowadze. Zastosujemy w tym celu równanie równowagi sił ( $F_E = F_B$ ). Za  $F_E$  podstawiamy  $|q|E$ , a za  $F_B$  podstawiamy  $|q|vB \sin \phi$  z równania (29.3). Z rysunku 29.9 wynika, że kąt  $\phi$  między wektorami  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  jest równy  $90^\circ$ , tak więc  $\sin \phi = 1$ , a równanie  $F_E = F_B$  daje:

$$|q|E = |q|vB \sin 90^\circ = |q|vB.$$

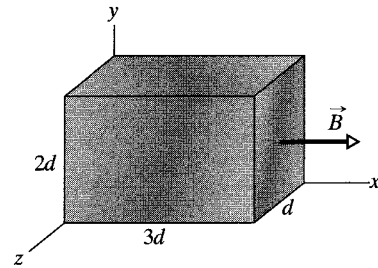
Stąd otrzymujemy  $E = vB$ , a równanie (29.9) ( $U = Ed$ ) przyjmuje postać:

$$U = vBd. \quad (29.13)$$

Podstawiając znane wartości, otrzymujemy:

$$U = (4 \text{ m/s})(0,05 \text{ T})(0,015 \text{ m}) = 0,003 \text{ V} = 3 \text{ mV.} \quad (\text{odpowiedź})$$

**SPRAWDZIAN 3:** Na rysunku przedstawiono metalowy prostopadłościan, który może poruszać się z pewną prędkością  $v$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Wymiary bryły są wielokrotnościami  $d$ , jak pokazano na rysunku. Masz sześć możliwości wyboru kierunku prędkości: równoległe do osi  $x$ ,  $y$  lub  $z$ , w kierunku dodatnim lub ujemnym. a) Uszereguj te możliwości pod względem różnicy potencjałów, jaka powstanie między ścianami bryły, zaczynając od największej. b) W którym przypadku przednia ściana będzie miała mniejszy potencjał?

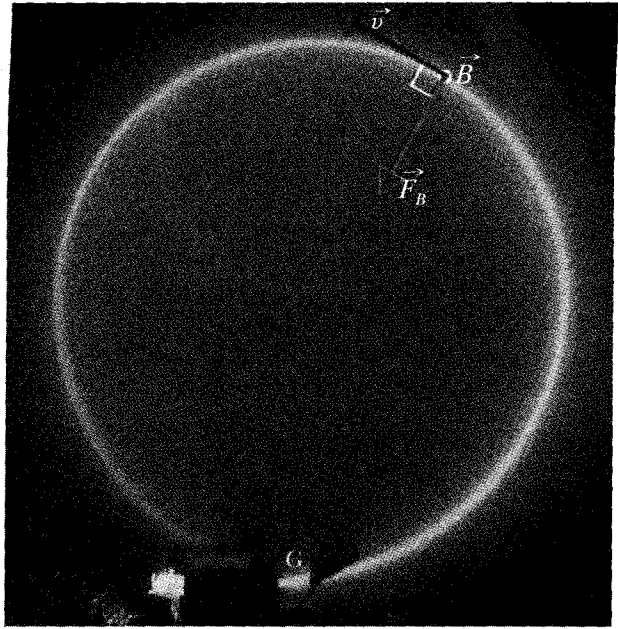


## 29.5. Ruch cząstek naładowanych po okręgu w polu magnetycznym

Jeżeli cząstka porusza się po okręgu z prędkością o stałej wartości, to możemy być pewni, że wypadkowa siła, działająca na cząstkę ma stałą wartość i jest skierowana do środka okręgu, zawsze prostopadle do wektora prędkości cząstki. Wyobraź sobie kamień, przywiązany do sznurka i wprawiony w ruch wirowy na gładkiej poziomej powierzchni lub satelitę krążącego po orbicie kołowej wokół Ziemi. W pierwszym przypadku naprężenie sznurka zapewnia niezbędną siłę i przyspieszenie dośrodkowe. W drugim przypadku siła i przyspieszenie pochodzą od przyciągania grawitacyjnego Ziemi.

Na rysunku 29.9 przedstawiono inny przykład: Wiązka elektronów jest wstrzeliwana do komory za pomocą *działka elektronowego* G. Elektrony wpadają do komory, w płaszczyźnie rysunku, z prędkością o wartości  $v$ , a następnie

Rys. 29.9. Elektrony krążące w komorze wypełnionej gazem pod niskim ciśnieniem (ich torem jest świecący okrąg). Komora znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o wektorze indukcji  $\vec{B}$ , skierowanym prostopadle przed płaszczyznę rysunku. Zauważ, że siła Lorentza  $\vec{F}_B$  jest skierowana wzdłuż promienia okręgu; aby ruch odbywał się po okręgu, siła  $\vec{F}_B$  musi być skierowana do środka okręgu. Zastosuj regułę prawej dłoni dla iloczynu wektorowego, aby sprawdzić, że  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  określa właściwy kierunek  $\vec{F}_B$ . (Nie zapomnij o znaku  $q$ )



poruszają się w obszarze jednorodnego pola magnetycznego o indukcji  $\vec{B}$ , skierowanej prostopadle przed płaszczyznę rysunku. W wyniku tego siła  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  przez cały czas odchyła elektrony, a ponieważ  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  są zawsze wzajemnie prostopadłe, elektrony poruszają się po okręgu. Tor ich ruchu jest widoczny na zdjęciu, gdyż atomy gazu w komorze emitują światło pod wpływem zderzeń z krążącymi elektronami.

Chcielibyśmy określić parametry ruchu po okręgu dla tych elektronów lub (ogólniej) dla dowolnej cząstki o ładunku  $q$  i masie  $m$ , poruszającej się z prędkością  $v$ , prostopadle do kierunku wektora indukcji  $\vec{B}$  w jednorodnym polu magnetycznym. Z równania (29.3) wynika, że na cząstkę działa siła o wartości  $qvB$ . Z drugiej zasady dynamiki ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ), zastosowanej do ruchu jednostajnego po okręgu (równanie (6.18)):

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (29.14)$$

otrzymujemy:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}. \quad (29.15)$$

Rozwiązując to równanie względem  $r$ , wyznaczamy promień toru cząstki:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (\text{promień}). \quad (29.16)$$

Okres  $T$  (czyli czas jednego pełnego obiegu) jest równy długości obwodu, podzielonej przez wartość bezwzględną prędkości:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{v q B} = \frac{2\pi m}{q B} \quad (\text{okres}). \quad (29.17)$$

Częstość  $\nu$  (czyli liczba obiegów w jednostce czasu), nazywana częstością cyklotronową, wynosi:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (\text{częstość}). \quad (29.18)$$

Częstość kołowa  $\omega$  ruchu jest więc równa:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{qB}{m} \quad (\text{częstość kołowa}). \quad (29.19)$$

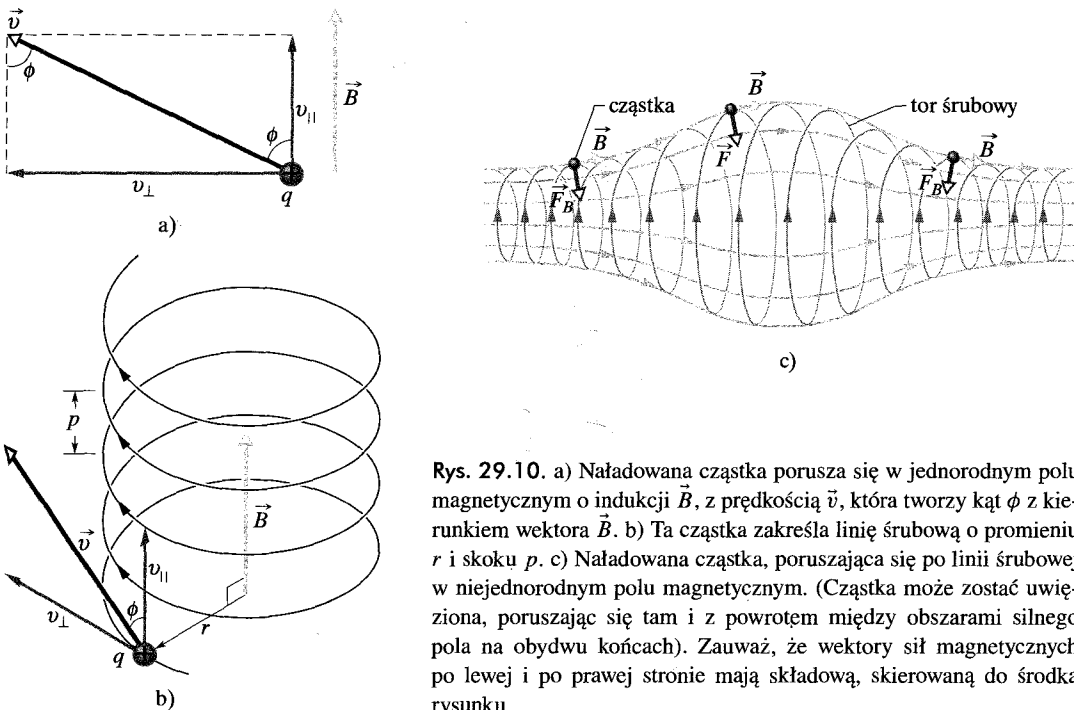
Wielkości  $T$ ,  $\nu$  i  $\omega$  nie zależą od prędkości cząstki (pod warunkiem, że prędkość ta jest znacznie mniejsza od prędkości światła). Szybkie cząstki poruszają się po dużych okręgach, a wolne cząstki po małych, ale czas  $T$  jednego pełnego obiegu, czyli okres, jest taki sam dla wszystkich cząstek o takim samym stosunku ładunku do masy  $q/m$ . Korzystając z równania (29.2), możesz sprawdzić, że jeśli patrzysz w kierunku wektora  $\vec{B}$ , to kierunek ruchu cząstki dodatniej jest zawsze przeciwny do ruchu wskazówek zegara, natomiast kierunek ruchu cząstki ujemnej — zgodny z ruchem wskazówek zegara.

### Tory śrubowe

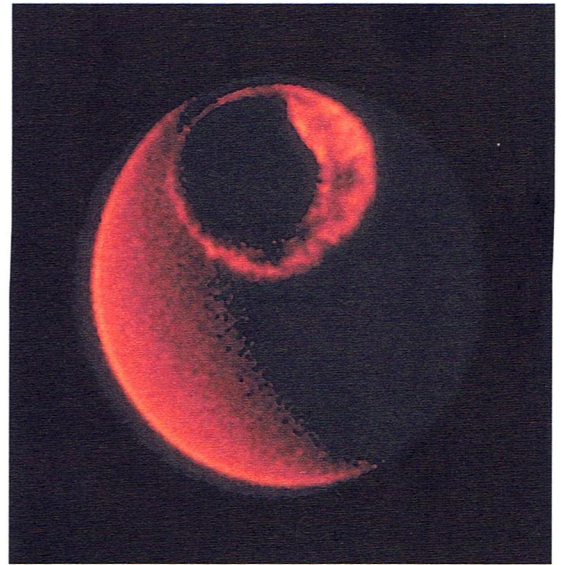
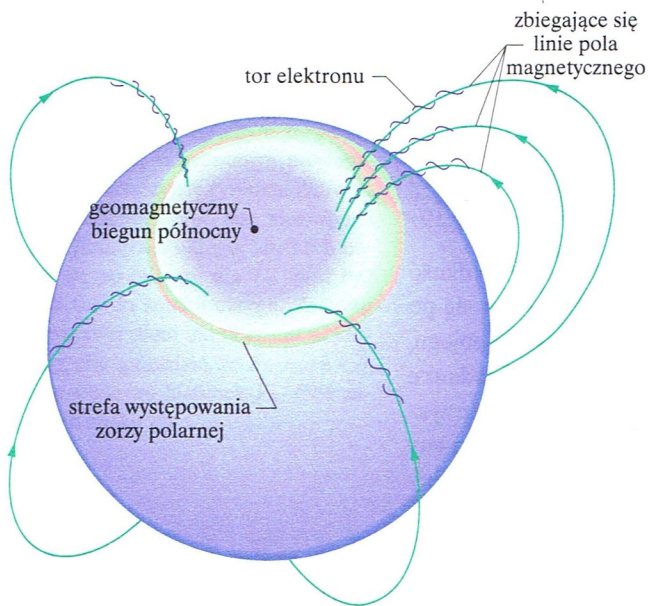
Jeżeli prędkość naładowanej cząstki, wchodzącej w obszar jednorodnego pola magnetycznego ma składową równoległą do kierunku tego pola, to cząstka będzie się poruszać po linii śrubowej wokół kierunku wektora  $\vec{B}$ . Na rysunku 29.10a pokazano przykładowy wektor prędkości  $\vec{v}$  takiej cząstki, rozłożony na dwie składowe, jedną równoległą do wektora  $\vec{B}$ , a drugą — prostopadłą:

$$v_{\parallel} = v \cos \phi \quad \text{i} \quad v_{\perp} = v \sin \phi. \quad (29.20)$$

Składowa równoległa określa *skok*  $p$  linii śrubowej, tzn. odległość między sąsied-



Rys. 29.10. a) Naładowana cząstka porusza się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , z prędkością  $\vec{v}$ , która tworzy kąt  $\phi$  z kierunkiem wektora  $\vec{B}$ . b) Ta cząstka zakreśla linię śrubową o promieniu  $r$  i skoku  $p$ . c) Naładowana cząstka, poruszająca się po linii śrubowej w niejednorodnym polu magnetycznym. (Cząstka może zostać uwięziona, poruszając się tam i z powrotem między obszarami silnego pola na obydwu końcach). Zauważ, że wektory sił magnetycznych po lewej i po prawej stronie mają składową, skierowaną do środka rysunku



Rys. 29.11. Owalna strefa występowania zorzy polarnej, otaczająca geomagnetyczny biegun północny Ziemi (w północno-zachodniej Grenlandii). Linie pola magnetycznego zbiegają się w kierunku tego bieguna. Elektrony, poruszające się w kierunku Ziemi, zostają „schwyte” i biegną wokół tych linii po torze śrubowym, osiągając atmosferę na dużej szerokości geograficznej i wywołując zorzę polarną

Rys. 29.12. Obraz zorzy polarnej w północnej strefie (barwa obrazu nie odpowiada rzeczywistości). Obraz został zarejestrowany przez satelitę *Dynamic Explorer*, przy użyciu promieniowania nadfioletowego, emitowanego przez atomy tlenu wzbudzone w zorzy. Część Ziemi oświetlona światłem słonecznym jest widoczna w postaci półksiężyca po lewej stronie

nimi zwojami (rys. 29.10b). Składowa prostopadła określa promień linii śrubowej i jest wielkością, którą należy podstawić zamiast  $v$  w równaniu (29.16).

Na rysunku 29.10c przedstawiono cząstkę naładowaną, poruszającą się po linii śrubowej w niejednorodnym polu magnetycznym. Zagęszczenie linii pola po lewej i prawej stronie rysunku wskazuje, że pole jest tam silniejsze. Gdy pole na jednym końcu obszaru jest dostatecznie silne, cząstka „odbije się” od tego końca. Jeżeli cząstka odbija się od obydwu końców, to mówimy, że jest uwięziona w *butelce magnetycznej*.

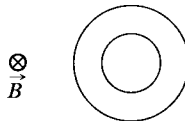
Elektrony i protony są w ten sposób wychwytywane przez ziemskie pole magnetyczne; uwięzione cząstki tworzą wysoko ponad atmosferą *pasy radiacyjne Van Allena*, w kształcie pętli, między północnym a południowym biegunem geomagnetycznym. Te cząstki odbijają się tam i z powrotem, przebywając w ciągu kilku sekund drogę od jednego do drugiego końca butelki magnetycznej.

Gdy silne rozbłyski na Słońcu wysyłają w kierunku pasów radiacyjnych dodatkowe elektrony i protony o dużej energii, w obszarach, w których elektrony zwykle są odbijane, pojawia się pole elektryczne. Pole to przeciwdziała odbiciu i kieruje elektrony w dół do atmosfery, gdzie zderzają się one z atomami i cząsteczkami gazów powietrza, powodując ich świecenie. W ten sposób powstaje zorza polarna — kurtyna świetlna, która rozpościera się w dół, do wysokości około 100 km. Światło zielone jest emitowane przez atomy tlenu, a światło różowe — przez cząsteczki azotu, ale często świecenie jest na tyle słabe, że widzimy je jako światło białe.



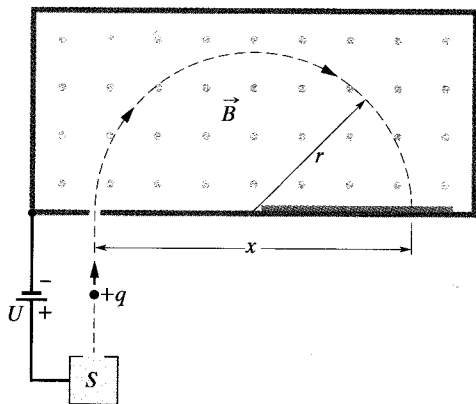
Zorza polarna rozpościera się nad Ziemią w postaci łuków i może występować w obszarze, zwanym *strefą zorzy*, przedstawionym na rysunkach 29.11 i 29.12 w obrazie z przestrzeni kosmicznej. Choć zorza jest rozległa, jej grubość (mierzona z północy na południe) jest mniejsza niż 1 km, ponieważ torę wywołujących ją elektronów zbiegają się, gdy elektrony poruszają się po linii śrubowej wokół zbiegających się linii pola (rys. 29.11).

**SPRAWDZIAN 4:** Na rysunku pokazano kołowe torę dwóch cząstek, które poruszają się z taką samą prędkością w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , skierowanej prostopadle za płaszczyznę rysunku. Jedną cząstką jest proton, a drugą elektron (który ma mniejszą masę). a) Która cząstka porusza się po okręgu o mniejszym promieniu? b) Czy ta cząstka porusza się zgodnie, czy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara?



### Przykład 29.3

Na rysunku 29.13 przedstawiono zasadnicze elementy *spektrometru mas*, który może służyć do pomiaru masy jonu. Jon o masie  $m$  (którą chcemy zmierzyć) i ładunku  $q$  jest wytwarzany przez źródło  $S$ . Jon, który w chwili początkowej znajduje się w stanie spoczynku, jest przyspieszany przez pole elektryczne, wywołane różnicą potencjałów  $U$ . Jon opuszcza źródło i wpada do komory separatora, w której jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B}$  jest przyłożone prostopadle do kierunku ruchu jonu. Pole magnetyczne powoduje, że jon porusza się po półokręgu, uderzając w płytę światłoczułą (i pozostawiając w niej ślad) w odległości  $x$  od szczeliny wejściowej. Przypuśćmy, że podczas pewnego pomiaru  $B = 80$  mT,  $U = 1000$  V, a jony o ładunku  $q = +1,6022 \cdot 10^{-19}$  C uderzają w płytę, w odległości  $x = 1,6254$  m. Jaka jest masa  $m$  pojedynczego jonu, wyrażona w atomowych jednostkach masy ( $1 \text{ u} = 1,6605 \cdot 10^{-27}$  kg)?



**Rys. 29.13.** Przykład 29.3. Zasadnicze elementy spektrometru mas. Jon dodatni, wytworzony przez źródło  $S$ , po przyspieszeniu przez różnicę potencjałów  $U$ , wpada do komory, umieszczonej w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Tam porusza się po półokręgu o promieniu  $r$  i uderza w płytę światłoczułą, w odległości  $x$  od punktu wejścia do komory

### ROZWIĄZANIE:

**1.** Jednorodne pole magnetyczne powoduje, że naładowany jon porusza się po okręgu, zatem możemy znaleźć związek między masą jonu  $m$  a promieniem okręgu  $r$ , stosując równanie (29.16) ( $r = mv/qB$ ). Z rysunku 29.13 wynika, że  $r = x/2$ , a wartość indukcji  $B$  jest dana. Jednakże nie znamy prędkości jonu  $v$  w polu magnetycznym, osiągniętej po przyspieszeniu go przez różnicę potencjałów  $U$ .

**2.** Aby znaleźć zależność między  $v$  i  $U$ , korzystamy z faktu, że energia mechaniczna ( $E_{\text{mech}} = E_k + E_p$ ) jest zachowana w czasie przyspieszania jonu. Gdy jon opuszcza źródło, jego energia kinetyczna jest w przybliżeniu równa zeru, natomiast pod koniec procesu przyspieszania jego energia kinetyczna wynosi  $\frac{1}{2}mv^2$ . Jon dodatni jest przyspieszany w obszarze, w którym potencjał zmienia się o  $-U$ , a ponieważ jon ma ładunek dodatni  $q$ , więc jego energia potencjalna zmienia się o  $-qU$ . Jeżeli zapiszemy teraz warunek zachowania energii mechanicznej jako:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0,$$

to otrzymamy:

$$\frac{1}{2}mv^2 - qU = 0$$

czyli

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \quad (29.21)$$

Podstawienie tego wyrażenia do równania (29.16) daje nam:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Zatem

$$x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Rozwiązując to równanie względem  $m$  i podstawiając dane, otrzymujemy:

$$m = \frac{B^2 q x^2}{8U} = \frac{(0,08 \text{ T})^2 (1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,6254 \text{ m})^2}{8(1000 \text{ V})} = 3,3863 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 203,93 \text{ u}. \quad (\text{odpowiedź})$$

## Przykład 29.4

Elektron o energii kinetycznej 22,5 eV wpada w obszar jednorodnego pola magnetycznego, dla którego wektor indukcji  $\vec{B}$  ma wartość  $4,55 \cdot 10^{-4}$  T. Kąt między kierunkiem wektora  $\vec{B}$ , a kierunkiem prędkości elektronu  $\vec{v}$  jest równy  $65,5^\circ$ . Ile wynosi skok linii śrubowej, po której porusza się elektron?

### ROZWIĄZANIE:

➤ 1. Skok  $p$  jest odległością, przebytą przez elektron w kierunku równoległym do wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  podczas jednego okresu  $T$ .

➤ 2. Okres  $T$  jest dany równaniem (29.17) i nie zależy od kąta między kierunkami wektorów  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  (pod warunkiem, że

kąt nie jest równy zero, gdyż wtedy elektron nie poruszałby się po linii śrubowej). Zatem korzystając z równań (29.20) i (29.17), znajdujemy:

$$p = v_{\parallel} T = (v \cos \phi) \frac{2\pi m}{qB}. \quad (29.22)$$

Możemy obliczyć prędkość elektronu, znając jego energię kinetyczną, tak jak zrobiliśmy to dla protonu w przykładzie 29.1. W ten sposób otrzymujemy  $v = 2,81 \cdot 10^6$  m/s. Podstawiając tę wartość i pozostałe dane do równania (29.22), otrzymujemy:

$$p = (2,81 \cdot 10^6 \text{ m/s})(\cos 65,5^\circ) \frac{2\pi(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(4,55 \cdot 10^{-4} \text{ T})} = 9,16 \text{ cm.} \quad (\text{odpowiedź})$$

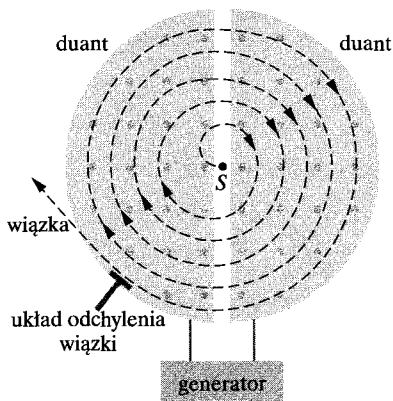
## 29.6. Cyklotrony i synchrotrony

Jaka jest budowa materii w najmniejszej skali? To pytanie zawsze intrygowało fizyków. Jednym ze sposobów uzyskania odpowiedzi jest bombardowanie litej tarczy naładowanymi cząstkami o wielkiej energii (np. protonami). Jeszcze lepiej, gdy dwa takie wysokoenergetyczne protony zderzą się czołowo. Analizując skutki wielu zderzeń, możemy badać naturę cząstek materii w skali subatomowej. Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki w latach 1976 i 1984 zostały przyznane właśnie za takie badania.

W jaki sposób możemy dostarczyć protonowi dostatecznie dużo energii kinetycznej, potrzebnej do wykonania tego typu doświadczeń? Metoda bezpośrednia polega na przyspieszeniu protonu przez przyłożenie różnicy potencjałów  $U$  i zwiększeniu w ten sposób jego energii kinetycznej o  $eU$ . Jednak gdy potrzebujemy coraz większych energii, coraz trudniej jest wytworzyć potrzebną do tego różnicę potencjałów. Lepszą metodą jest wykorzystanie ruchu okrężnego protonów w polu magnetycznym i nadawanie im niewielkiego przyspieszenia podczas każdego okrążenia. Na przykład, jeśli proton wykonuje 100 okrążeń w polu magnetycznym, a jego energia zwiększa się o 100 keV przy każdym pełnym okrążeniu, to osiągnie on w końcu energię kinetyczną  $(100)(100 \text{ keV})$ , czyli 10 MeV. Na tej zasadzie działają dwa bardzo użyteczne urządzenia przyspieszające.

### Cyklotron

Na rysunku 29.14 przedstawiono widok z góry tej części *cyklotronu*, w której krążą cząstki (np. protony). Dwa wydrążone elementy w kształcie litery D (otwarte wzdłuż prostych krawędzi) są wykonane z płyt miedzianych. Te elementy, zwane *duantami*, połączone są z generatorem, który wytwarza zmienne napięcie w szczelinie między nimi. Napięcie między duantami zmienia okresowo swój znak, a więc pole elektryczne w szczelinie zmienia kierunek, najpierw jest skierowane do jednego duantu, potem do drugiego itd. Duanty są umieszczone



Rys. 29.14. Części składowe cyklotronu: źródło cząstek  $S$  i duanty. Jednorodne pole magnetyczne jest skierowane prostopadle przed płaszczyznę rysunku. Krążące protony poruszają się od środka po linii spiralnej wewnątrz wydrążonych duantów, uzyskując dodatkową energię za każdym razem, gdy przekraczają szczelinę między duantami

w polu magnetycznym ( $B = 1,5 \text{ T}$ ), skierowanym prostopadle przed płaszczyznę rysunku i wytworzonym przez silny elektromagnes.

Wyobraź sobie, że proton wychodzący ze źródła  $S$  w środku cyklotronu na rysunku 29.14, początkowo porusza się w kierunku ujemnie naładowanego duantu. Proton zostanie przyspieszony w kierunku tego duantu, a kiedy znajdzie się w środku, będzie ekranowany od pól elektrycznych przez miedziane ściany, gdyż pole elektryczne nie wnika do wnętrza duantu. Jednakże pole magnetyczne nie jest ekranowane przez niemagnetyczny miedziany duant, więc proton będzie się poruszać po okręgu, którego promień zależy od prędkości i jest dany równaniem (29.16) ( $r = mv/qB$ ).

Założmy teraz, że napięcie między duantami zmienia znak w chwili, w której proton opuszcza pierwszy duant i pojawia się w szczelinie. Tak więc proton *znów* ma przed sobą ujemnie naładowany duant i *znów* zostaje przyspieszony. Ten proces trwa dalej, a krążący proton dotrzymuje kroku zmianom potencjału. W końcu proton, poruszając się po linii spiralnej, osiąga brzeg układu duantów, gdzie płytka odchylająca kieruje go na zewnątrz przez otwór wyjściowy.

Podstawą działania cyklotronu jest warunek, że częstość  $\nu$ , z jaką proton krąży w polu, a która *nie* zależy od jego prędkości, musi być równa częstości  $\nu_{\text{gen}}$  generatora elektrycznego, czyli:

$$\nu = \nu_{\text{gen}} \quad (\text{warunek rezonansu}), \quad (29.23)$$

Ten *warunek rezonansu* informuje nas o tym, że jeśli energia krążącego protonu ma wzrastać, to energia musi być dostarczana z częstością  $\nu_{\text{gen}}$ , równą częstości  $\nu$ , z jaką proton krąży w polu magnetycznym.

Łącząc równania (29.18) i (29.23), możemy zapisać warunek rezonansu w postaci:

$$qB = 2\pi m \nu_{\text{gen}}. \quad (29.24)$$

Dla protonu wartości  $q$  i  $m$  są ustalone. Zakładamy, że generator został zaprojektowany tak, aby działał przy jednej ustalonej częstości  $\nu_{\text{gen}}$ . Możemy więc „dostroić” cyklotron, zmieniając wartość indukcji  $B$ , aż równanie (29.24) będzie spełnione i wtedy protony krążące w polu magnetycznym utworzą wiązkę na wyjściu cyklotronu.

## Synchrotron protonów

Przy energii protonów przekraczającej 50 MeV tradycyjne cyklotrony zaczynają zawodzić, ponieważ jedno z założeń, przyjętych przy projektowaniu — to, że częstość ruchu naładowanej cząstki w polu magnetycznym nie zależy od jej prędkości — jest spełnione tylko dla prędkości znacznie mniejszych od prędkości światła. Dla dużych prędkości protonu (powyżej ok. 10% prędkości światła) musimy traktować problem relatywistycznie. Zgodnie z teorią względności, gdy prędkość krążącego protonu zbliża się do prędkości światła, częstość ruchu protonu stopniowo maleje. Zatem protony nie nadążają za generatorem cyklotronu o stałej częstości  $\nu_{\text{gen}}$  i w końcu energia krążącego protonu przestaje rosnąć.

Jest jeszcze inna trudność. Dla protonu o energii 500 GeV w polu magnetycznym o indukcji 1,5 T promień toru jest równy 1,1 km. Odpowiedni magnes dla tradycyjnego cyklotronu o takich rozmiarach byłby nieprawdopodobnie kosztowny, gdyż powierzchnia jego biegunów musiałaby być równa około  $4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ .

*Synchrotron protonów* został zaprojektowany tak, aby poradzić sobie z tymi trudnościami. Indukcja  $B$  i częstość generatora  $\nu_{\text{gen}}$  nie są stałe, jak w typowym cyklotronie, ale mogą się zmieniać w czasie cyklu przyspieszania. Gdy te wartości zostaną właściwie dobrane, to: 1) protony cały czas krążą w takt zmian napięcia generatora, 2) protony poruszają się po torze kołowym, a nie po spirali. Tak więc magnes musi być umieszczony tylko wzdłuż tego kołowego toru, a nie na obszarze ok.  $4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ . Jednak tor cząstki musi być nadal długi, jeżeli chcemy osiągnąć duże energie. Synchrotron protonów w Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab) w stanie Illinois ma obwód 6,3 km i może wytwarzać protony o energii około 1 TeV ( $= 10^{12} \text{ eV}$ ).

## Przykład 29.5

Załóżmy, że cyklotron działa z częstością generatora 12 MHz, a promień duantu wynosi  $R = 53 \text{ cm}$ .

a) Jaka wartość indukcji jest potrzebna do przyspieszenia deuteronu w tym cyklotronie? Deuteron jest jądrem deuteru, izotopu wodoru. Składa się z protonu i neutronu, ma więc taki sam ładunek jak proton. Jego masa jest równa  $m = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

### ROZWIĄZANIE:

☛ Dla danej częstości generatora  $\nu_{\text{gen}}$ , wartość indukcji magnetycznej  $B$ , potrzebna do przyspieszenia dowolnej cząstki w cyklotronie zależy, zgodnie z równaniem (29.24), od stosunku masy do ładunku  $m/q$  tej cząstki. Dla deuteronu i częstości generatora  $\nu_{\text{gen}} = 12 \text{ MHz}$ , otrzymujemy:

$$B = \frac{2\pi m \nu_{\text{gen}}}{q} = \frac{(2\pi)(3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(12 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1})}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$= 1,57 \text{ T} \approx 1,6 \text{ T.} \quad (\text{odpowiedź})$$

Zauważ, że wartość indukcji  $B$  musiałaby być dwukrotnie mniejsza, aby przyspieszyć protony przy tej samej ustalonej częstości generatora, równej 12 MHz.

b) Jaka jest końcowa energia kinetyczna deuteronów?

### ROZWIĄZANIE:

☛ 1. Energia kinetyczna ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) deuteronu, opuszczającego cyklotron jest równa jego energii kinetycznej bezpośrednio przed opuszczeniem cyklotronu, gdy deuteron porusza się po torze kołowym o promieniu w przybliżeniu równym promieniowi  $R$  duantu.

☛ 2. Prędkość  $v$  deuteronu, poruszającego się po tym torze możemy obliczyć z równania (29.16) ( $r = mv/qB$ ). Rozwiązując to równanie względem  $v$ , podstawiając  $R$  w miejsce  $r$ , a następnie podstawiając dane, otrzymujemy:

$$v = \frac{RqB}{m} = \frac{(0,53 \text{ m})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,57 \text{ T})}{3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$= 3,99 \cdot 10^7 \text{ m/s.}$$

Ta prędkość odpowiada energii kinetycznej

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(3,99 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2$$

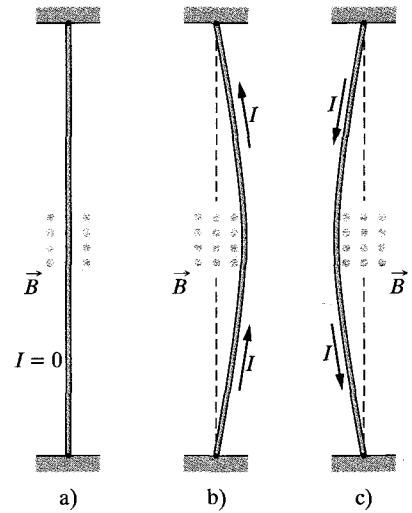
$$= 2,7 \cdot 10^{-12} \text{ J,} \quad (\text{odpowiedź})$$

czyli około 17 MeV.

## 29.7. Siła magnetyczna działająca na przewodnik z prądem

Omawiając zjawisko Halla, pokazaliśmy, że pole magnetyczne wytwarza siłę poprzeczną, która działa na elektrony poruszające się w przewodniku. Ta siła musi też działać na cały przewodnik, ponieważ elektrony przewodnictwa nie mogą się z niego wydostać.

Rys. 29.15. Giętki przewodnik przechodzi między biegunami magnesu (pokazany jest tylko biegun, znajdujący się dalej). a) Gdy prąd nie płynie, przewodnik jest prosty. b) Gdy prąd płynie do góry, przewodnik odchyła się w prawo. c) Gdy prąd płynie w dół, przewodnik odchyła się w lewo. Połączenia doprowadzające prąd do jednego końca przewodnika i odprowadzające prąd z drugiego końca nie są pokazane



Na rysunku 29.15a przedstawiono pionowy przewodnik, w którym nie płynie prąd elektryczny. Przewodnik umocowany jest na obydwu końcach i przechodzi przez szczelinę między pionowymi biegunami magnesu. Pole magnetyczne między biegunami jest skierowane przed płaszczyznę rysunku. Na rysunku 29.15b prąd płynie do góry, a przewodnik odchyła się w prawo. Na rysunku 29.15c kierunek przepływu prądu jest przeciwny, przewodnik zaś odchyła się w lewo.

Na rysunku 29.16 pokazano, co dzieje się we wnętrzu przewodnika, przedstawionego na rysunku 29.15. Widzisz jeden z elektronów przewodnictwa, poruszający się w dół z prędkością unoszenia  $v_d$ . Równanie (29.3), w którym należy podstawić  $\phi = 90^\circ$ , informuje nas, że na każdy taki elektron musi działać siła  $\vec{F}_B$  o wartości  $ev_d B$ . Z równania (29.2) wynika, że ta siła jest skierowana w prawo. Spodziewamy się więc, że na cały przewodnik będzie działała siła, skierowana w prawo, zgodnie z rysunkiem 29.15b.

Jeśli na rysunku 29.16 zmienilibyśmy albo kierunek wektora indukcji, albo kierunek prądu, to siła działająca na przewodnik zmieniłaby się na przeciwną, skierowaną teraz w lewo. Zauważ, że nie ma znaczenia, czy rozważamy ładunki ujemne, poruszające się w dół (jak obecnie), czy ładunki dodatnie, poruszające się do góry. Kierunek siły odchylającej przewodnik będzie taki sam. Możemy więc równie dobrze przyjąć, że prąd składa się z ładunków dodatnich.

Rozważmy fragment przewodnika o długości  $L$ , przedstawiony na rysunku 29.16. Wszystkie elektrony przewodnictwa, znajdujące się w tym obszarze, przejdą przez płaszczyznę  $xx$  na rysunku 29.16 w czasie  $t = L/v_d$ . Tak więc ładunek, przepływający w tym czasie przez płaszczyznę  $xx$ , jest równy:

$$q = It = I \frac{L}{v_d}.$$

Podstawiając to wyrażenie do równania (29.3), otrzymujemy:

$$F_B = q v_d B \sin \phi = \frac{IL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ,$$

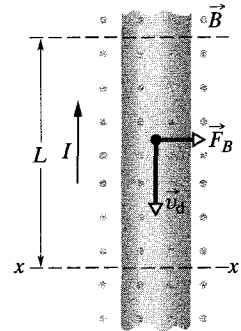
czyli:

$$F_B = ILB. \quad (29.25)$$

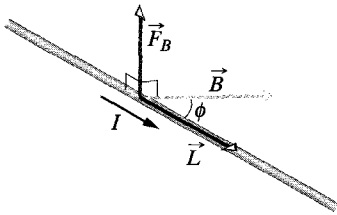
To równanie określa siłę magnetyczną, działającą na odcinek przewodnika o długości  $L$ , w którym płynie prąd o natężeniu  $I$  i który jest umieszczony w polu magnetycznym o wektorze indukcji  $\vec{B}$ , prostopadłym do przewodnika.

Jeżeli pole magnetyczne *nie* jest prostopadłe do przewodnika, jak na rysunku 29.17, to siła magnetyczna jest określona równaniem, będącym uogólnieniem równania (29.25).

$$\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{siła działająca na przewodnik z prądem}). \quad (29.26)$$



Rys. 29.16. Widziany z bliska fragment przewodnika, przedstawiony na rysunku 29.16b. Prąd płynie do góry rysunku, co oznacza, że elektrony poruszają się w dół. Pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B}$ , skierowane przed płaszczyznę rysunku powoduje, że elektrony wraz z przewodnikiem są odchylane w prawo



Rys. 29.17. Przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ , tworzy kąt  $\phi$  z kierunkiem wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ . W polu znajduje się odcinek o długości  $L$ , a wektor  $\vec{L}$  jest zorientowany zgodnie z kierunkiem prądu. Na przewodnik działa siła magnetyczna  $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$

$\vec{L}$  oznacza tutaj wektor długości, który ma wartość bezwzględną równą  $L$  i jest skierowany wzdłuż odcinka przewodnika, zgodnie z umownym kierunkiem prądu. Wartość siły  $F_B$  jest równa:

$$F_B = ILB \sin \phi, \quad (29.27)$$

gdzie  $\phi$  jest kątem między kierunkami  $\vec{L}$  i  $\vec{B}$ . Kierunek siły  $\vec{F}_B$  jest zgodny z kierunkiem iloczynu wektorowego  $\vec{L} \times \vec{B}$ , ponieważ przyjmujemy, że natężenie prądu  $I$  jest wielkością dodatnią. Z równania (29.26) wynika, że wektor siły  $\vec{F}_B$  jest zawsze prostopadły do płaszczyzny, wyznaczonej przez wektory  $\vec{L}$  i  $\vec{B}$ , jak pokazano na rysunku 29.17.

Równanie (29.26) jest równoważne równaniu (29.2) w tym sensie, że każde z nich może być definicją indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ . W praktyce określamy indukcję  $\vec{B}$  z równania (29.26), gdyż jest znacznie łatwiej zmierzyć siłę magnetyczną, działającą na przewodnik niż na pojedynczy, poruszający się ładunek.

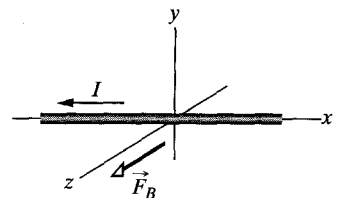
Jeżeli przewodnik nie jest prosty lub pole nie jest jednorodne, to możemy podzielić w myśli przewodnik na małe odcinki i zastosować do każdego z nich równanie (29.26). Siła, działająca na cały przewodnik będzie sumą wektorową wszystkich sił, działających na poszczególne odcinki. Możemy napisać:

$$d\vec{F}_B = Id\vec{L} \times \vec{B}, \quad (29.28)$$

a następnie wyznaczyć wypadkową siłę, działającą na dowolny układ odcinków z prądem, przez całkowanie równania (29.28).

Stosując równanie (29.28), pamiętaj, że nie istnieje oddzielny odcinek przewodnika o długości  $dL$ , w którym płynie prąd. Prąd musi być zawsze w jakiś sposób doprowadzony do odcinka przewodnika na jednym jego końcu i odprowadzony na drugim.

**SPRAWDZIAN 5:** Na rysunku przedstawiono prąd o natężeniu  $I$ , który płynie w przewodniku, umieszczonym w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Pokazano również siłę magnetyczną  $\vec{F}_B$ , działającą na przewodnik. Wektor indukcji jest skierowany tak, że siła ma wartość maksymalną. Jaki jest kierunek wektora indukcji?

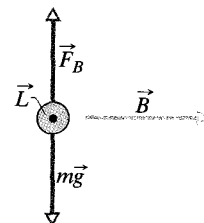


## Przykład 29.6

W prostym poziomym odcinku przewodu miedzianego płynie prąd o natężeniu  $I = 28$  A. Określ najmniejszą wartość i kierunek wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ , potrzebnego do „lewitacji” przewodu, tzn. do zrównoważenia działającej na niego siły ciężkości. Gęstość liniowa (masa na jednostkę długości) przewodu wynosi 46,6 g/m.

### ROZWIĄZANIE:

1. Jeżeli odcinek przewodu, w którym płynie prąd elektryczny, umieścimy w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , to na



Rys. 29.18. Przykład 29.6. Przewód (pokazany w przekroju), w którym płynie prąd, może „unosić się” w polu magnetycznym. Prąd w przewodzie płynie przed płaszczyznę rysunku, a wektor indukcji jest skierowany w prawą stronę

odcinek ten będzie działać siła magnetyczna  $\vec{F}_B$ . Aby zrównoważyć siłę ciężkości  $\vec{F}_g$ , działającą w dół, siła  $\vec{F}_B$  musi być skierowana do góry (rys. 29.18).

**2.** Zgodnie z równaniem (29.26) kierunek siły  $\vec{F}_B$  zależy od kierunków wektorów  $\vec{B}$  i  $\vec{L}$ . Ponieważ  $\vec{L}$  jest skierowane poziomo, a natężenie prądu jest wielkością dodatnią, z równania (29.26) i z reguły prawej dłoni dla iloczynu wektorowego wynika, że wektor  $\vec{B}$  musi być skierowany poziomo w prawą stronę (na rysunku 29.18), aby siła  $\vec{F}_B$  miała wymagany kierunek w górę.

Wartość siły  $\vec{F}_B$  wynika z równania (29.27) ( $F_B = ILB \sin \phi$ ). Wektor  $\vec{F}_B$  ma zrównoważyć wektor  $\vec{F}_g$ , więc:

$$ILB \sin \phi = mg, \quad (29.29)$$

gdzie  $mg$  jest wartością  $\vec{F}_g$ , a  $m$  masą odcinka przewodu. Chcielibyśmy także, aby wartość  $B$ , potrzebna do zrównoważenia wek-

torów  $\vec{F}_B$  i  $\vec{F}_g$  była jak najmniejsza, dlatego  $\sin \phi$  w równaniu (29.29) musi być jak największy. Aby to uzyskać, podstawiamy  $\phi = 90^\circ$ , tym samym wybierając kierunek wektora  $\vec{B}$  prostopadłe do odcinka przewodu. Mamy więc  $\sin \phi = 1$ , a z równania (29.29) otrzymujemy:

$$B = \frac{mg}{IL \sin \phi} = \frac{(m/L)g}{I}. \quad (29.30)$$

Zapisałiśmy wynik w ten sposób, gdyż znamy  $m/L$ , czyli gęstość liniową przewodu. Podstawiając dane, otrzymujemy

$$B = \frac{(46,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m})(9,8 \text{ m/s}^2)}{28 \text{ A}} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ T.} \quad (\text{odpowiedź})$$

Jest to pole około 160 razy silniejsze od pola magnetycznego Ziemi.

## 29.8. Moment siły działający na ramkę z prądem

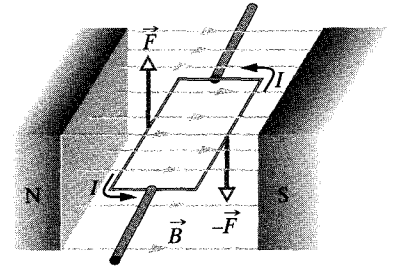
Większość pracy wykonują na całym świecie silniki elektryczne. Siły, dzięki którym ta praca jest wykonywana, to siły magnetyczne, które badaliśmy w poprzednim paragrafie, czyli siły działające na przewodnik z prądem umieszczony w polu magnetycznym.

Na rysunku 29.19 przedstawiono prosty silnik, składający się z pojedynczej ramki z prądem, umieszczonej w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Dwie siły magnetyczne  $\vec{F}$  i  $-\vec{F}$  wytwarzają moment siły, który działa na ramkę, usiłując ją obrócić wokół osi. Mimo braku wielu istotnych szczegółów, z rysunku można odczytać, w jaki sposób działanie pola magnetycznego na ramkę z prądem wywołuje ruch obrotowy. Spróbujmy przeanalizować ten problem.

Na rysunku 29.20a przedstawiono w rzucie prostokątną ramkę o bokach  $a$  i  $b$ , w której płynie prąd o natężeniu  $I$ . Ramka umieszczona jest w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$  w taki sposób, że jej dłuższe boki, oznaczone jako 1 i 3, są prostopadłe do kierunku wektora indukcji (skierowanego za płaszczyznę rysunku), natomiast krótsze boki, oznaczone jako 2 i 4, nie są prostopadłe do kierunku wektora indukcji. Przewody, doprowadzające prąd do ramki są potrzebne, ale dla uproszczenia nie zostały pokazane.

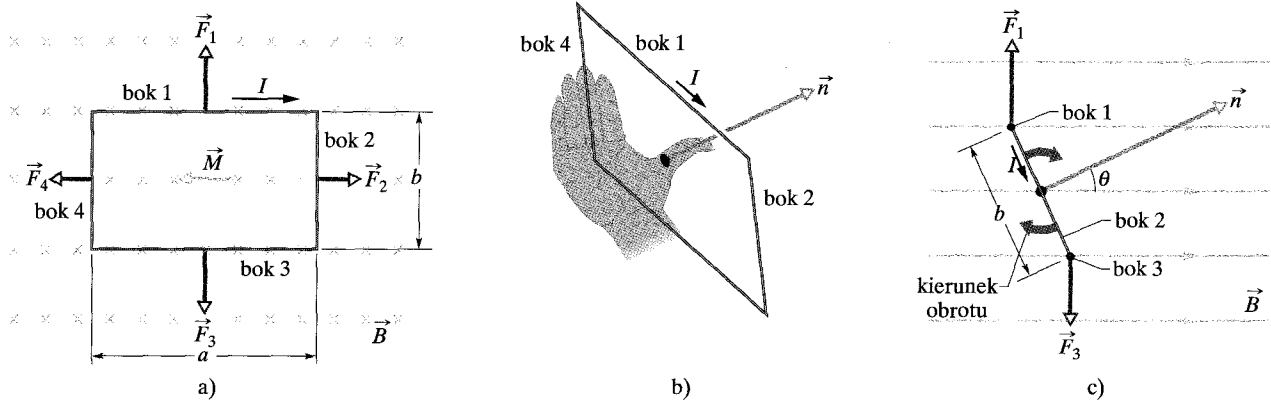
Do określenia ustawienia ramki w polu magnetycznym używamy wektora normalnego  $\vec{n}$ , który jest prostopadły do płaszczyzny ramki. Na rysunku 29.20b przedstawiono regułę prawej dłoni, zastosowaną w celu znalezienia kierunku  $\vec{n}$ . Ułóż lub zegnij palce prawej dłoni tak, aby wskazywały kierunek prądu w dowolnym punkcie ramki. Twój wyciągnięty kciuk wskaże wtedy kierunek wektora normalnego  $\vec{n}$ .

Na rysunku 29.20c przedstawiona jest ramka, której wektor normalny jest skierowany pod pewnym kątem  $\theta$  do kierunku wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ . Dla takiego ustawienia ramki chcemy wyznaczyć wypadkową siłę i wypadkowy moment siły, działający na ramkę.



**Rys. 29.19.** Części składowe silnika elektrycznego. Prostokątna ramka, w której płynie prąd elektryczny i która może się swobodnie obracać wokół stałej osi, umieszczona jest w polu magnetycznym. Siły magnetyczne, działające na przewód wytwarzają moment siły, który powoduje obrót ramki. Komutator (nie pokazany na rysunku) odwraca kierunek prądu co pół obrotu, tak aby moment siły działał zawsze w tę samą stronę





Rys. 29.20. Prostokątna ramka długości  $a$  i szerokości  $b$ , w której płynie prąd o natężeniu  $I$ , jest umieszczona w jednorodnym polu magnetycznym. Moment siły  $\vec{M}$  usiłuje ustawić wektor normalny  $\vec{n}$  wzdłuż linii pola. a) Ramka widziana wzdłuż linii pola magnetycznego. b) Widok perspektywiczny, pokazujący, w jaki sposób reguła prawej dłoni pozwala określić kierunek wektora  $\vec{n}$ , prostopadłego do płaszczyzny ramki. c) Ramka widziana od strony boku 2. Ramka obraca się, jak pokazano na rysunku

Wypadkowa siła, działająca na ramkę jest wektorową sumą sił, działających na jej cztery boki. Dla boku 2 kierunek wektora  $\vec{L}$  w równaniu (29.26) jest zgodny z kierunkiem przepływu prądu, a jego wartość jest równa  $b$ . Kąt między wektorami  $\vec{L}$  i  $\vec{B}$  (patrz rysunek 29.20c) wynosi  $90^\circ - \theta$ . Tak więc wartość siły, działającej na ten bok jest równa:

$$F_2 = IbB \sin(90^\circ - \theta) = IbB \cos \theta. \quad (29.31)$$

Możesz wykazać, że siła  $\vec{F}_4$ , działająca na bok 4 ma taką samą wartość, jak siła  $\vec{F}_2$ , ale jest przeciwnie skierowana. Tak więc siły  $\vec{F}_2$  i  $\vec{F}_4$  równoważą się, tzn. ich wypadkowa jest równa zero. Siły działają wzdłuż tej samej prostej, przechodzącej przez środek ramki, dlatego związany z nimi wypadkowy moment siły jest równy zero.

Inaczej jest w przypadku boków 1 i 3, gdyż wektor  $\vec{L}$  jest prostopadły do wektora  $\vec{B}$ , a siły  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_3$  mają taką samą wartość  $IaB$ . Siły te są skierowane przeciwnie, a więc nie powodują przesunięcia ramki ani w górę, ani w dół. Jednakże, jak pokazano na rysunku 29.20c, te dwie siły *nie* działają wzdłuż tej samej prostej, tak więc powstaje wypadkowy moment siły. Moment ten usiłuje obrócić ramkę tak, aby ustawić jej wektor normalny  $\vec{n}$  wzdłuż kierunku wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ . Ramiona tych sił względem osi obrotu ramki wynoszą  $(b/2) \sin \theta$ . Wartość momentu siły  $M'$ , wywołanego działaniem sił  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_3$  jest więc równa (patrz rysunek 29.20c):

$$M' = \left( IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) + \left( IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) = IabB \sin \theta. \quad (29.32)$$

Przypuśćmy, że pojedynczą ramkę, w której płynie prąd, zastąpimy *cewką*, składającą się z  $N$  zwojów. Następnie założmy, że zwoje są nawinięte tak ciasno, że można przyjąć w przybliżeniu, iż mają te same wymiary i leżą w tej samej płaszczyźnie. Zatem zwoje tworzą  *płaską cewkę*, a moment siły  $M'$ , o wartości danej równaniem (29.32), działa na każdy zwoj. Całkowity moment siły, działa-

jący na cewkę ma więc wartość

$$M = NM' = NIabB \sin \theta = (NIS)B \sin \theta, \quad (29.33)$$

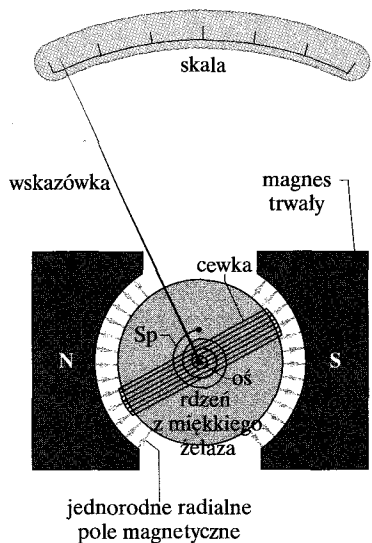
gdzie  $S (= ab)$  jest polem powierzchni objętej przez cewkę. Wielkości w nawiasach  $(NIS)$  występują razem, ponieważ opisują właściwości cewki: liczbę zwojów, pole powierzchni i natężenie prądu. Równanie (29.33) jest słuszne dla wszystkich płaskich cewek, niezależnie od ich kształtu, pod warunkiem, że pole magnetyczne jest jednorodne.

Zamiast skupiać się na ruchu cewki, łatwiej jest analizować położenie wektora  $\vec{n}$ , który jest prostopadły do płaszczyzny cewki. Równanie (29.33) wskazuje, że płaska cewka z prądem, umieszczona w polu magnetycznym, będzie usiłowała się obrócić tak, aby kierunek wektora  $\vec{n}$  był zgodny z kierunkiem wektora indukcji magnetycznej.

W silniku elektrycznym kierunek prądu w cewce zmienia się na przeciwny w chwili, w której kierunek wektora  $\vec{n}$  pokrywa się z kierunkiem wektora indukcji; w ten sposób moment siły nadal obraca cewkę. Ta automatyczna zmiana kierunku prądu jest uzyskiwana za pomocą komutatora, który elektrycznie łączy obracającą się cewkę z nieruchomymi stykami przewodów doprowadzających prąd ze źródła.

## Przykład 29.7

Działanie analogowych woltomierzy i amperomierzy polega na pomiarze momentu siły, wywieranego przez pole magnetyczne na cewkę z prądem. Odczytu dokonujemy za pomocą wskazówki, przesuwającej się nad skalą. Na rysunku 29.21 przedstawiono za-



Rys. 29.21. Przykład 29.7. Części składowe galwanometru. W zależności od rodzaju obwodu zewnętrznego, przyrząd ten może być używany jako woltomierz lub amperomierz

sadnicze części *galwanometru*, który jest podstawowym składnikiem zarówno woltomierza, jak i amperomierza analogowego. Założmy, że cewka ma wymiary  $2,1 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm}$ , 250 zwojów i jest umocowana w taki sposób, że może obracać się wokół osi (prostopadłej do płaszczyzny rysunku) w jednorodnym polu *radialnym* o wartości indukcji  $B = 0,23 \text{ T}$ . Dla dowolnego położenia cewki w takim polu działa na nią moment siły dążący do jej obrócenia. Sprężyna  $Sp$  wytwarza moment siły, który działa w przeciwnym kierunku i równoważy moment siły, pochodzący od pola magnetycznego, tak aby określone natężenie prądu  $I$ , płynącego przez cewkę powodowało określone wychylenie kątowe  $\phi$ . Im większe natężenie prądu, tym większe wychylenie, a zatem tym większy moment siły, wywierany przez sprężynę. Jaki musi być moment kierujący ( $\kappa$ ) sprężyny, występujący we wzorze (16.22) ( $M = -\kappa\phi$ ), jeżeli prąd o natężeniu  $100 \mu\text{A}$  powoduje wychylenie kątowe  $28^\circ$ ?

### ROZWIĄZANIE:

☛ Jeżeli przez przyrząd płynie prąd stały, to moment siły, wynikający z działania pola magnetycznego (równanie (29.33)) jest równoważony przez moment siły sprężyny. Tak więc wartości tych momentów są sobie równe:

$$NISB \sin \theta = \kappa\phi. \quad (29.34)$$

$\phi$  oznacza tutaj kątowe wychylenie cewki i wskazówki, a  $S (= 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)$  jest polem powierzchni objętej przez cewkę. Kąt  $\theta = 90^\circ$  dla dowolnego położenia wskazówki, gdyż boki cewki równoległe do osi obrotu są zawsze prostopadłe do linii pola magnetycznego.

Rozwiązując równanie (29.34) względem  $\kappa$  znajdujemy:

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{N I S B \sin \theta}{\phi} \\ &= (250)(100 \cdot 10^{-6} \text{ A})(2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) \frac{(0,23 \text{ T})(\sin 90^\circ)}{28^\circ} \\ &= 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m/stopień.} \quad (\text{odpowiedź})\end{aligned}$$

Wiele nowoczesnych amperomierzy i woltomierzy to przyrządy cyfrowe o bezpośrednim odczycie, w których nie jest stosowana ruchoma cewka.

## 29.9. Dipolowy moment magnetyczny

Cewka, przez którą płynie prąd, omawiana w poprzednim paragrafie, może być opisana za pomocą pojedynczego wektora  $\vec{\mu}$ , noszącego nazwę **dipolowego momentu magnetycznego**. Kierunek wektora  $\vec{\mu}$  wybieramy zgodnie z kierunkiem wektora normalnego  $\vec{n}$ , prostopadłego do płaszczyzny cewki, jak pokazano na rysunku 29.20c. Natomiast wartość bezwzględna wektora  $\vec{\mu}$  definiujemy jako:

$$\mu = N I S \quad (\text{moment magnetyczny}), \quad (29.35)$$

gdzie  $N$  jest liczbą zwojów cewki,  $I$  — natężeniem prądu płynącego przez cewkę, a  $S$  — polem powierzchni, objętej przez każdy zwoj cewki. (Z równania (29.35) wynika, że jednostką  $\vec{\mu}$  jest amper razy metr kwadratowy). Stosując  $\vec{\mu}$ , możemy zapisać równanie (29.33), które określa moment siły, działający na cewkę pod wpływem pola magnetycznego jako:

$$M = \mu B \sin \theta, \quad (29.36)$$

gdzie  $\theta$  jest kątem między wektorami  $\vec{\mu}$  i  $\vec{B}$ .

Równanie to może być zapisane w ogólniejszej postaci jako zależność wektorowa:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (29.37)$$

która bardzo przypomina analogiczne równanie dla momentu siły, wywieranego przez pole *elektryczne* na dipol *elektryczny*, a mianowicie równanie (23.34):

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}.$$

W obydwu przypadkach moment siły wywierany przez pole — magnetyczne lub elektryczne — jest równy iloczynowi wektorowemu odpowiedniego momentu dipolowego i wektora pola.

Dipol magnetyczny ma w zewnętrznym polu magnetycznym **magnetyczną energię potencjalną**, która zależy od ustawienia dipola w polu magnetycznym. Wykazaliśmy, że dla dipola elektrycznego (równanie (23.38)):

$$E_p(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

W przypadku magnetycznym można napisać analogicznie:

$$E_p(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (29.38)$$

Dipol magnetyczny ma najmniejszą energię ( $= -\mu B \cos 0^\circ = -\mu B$ ), gdy moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  jest ustawiony zgodnie z kierunkiem wektora indukcji  $\vec{B}$  (rys. 29.22). Dipol ma największą energię ( $= -\mu B \cos 180^\circ = +\mu B$ ), gdy wektor  $\vec{\mu}$  jest ustawiony przeciwnie do kierunku wektora indukcji pola.

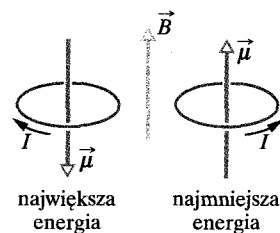
Gdy dipol magnetyczny obraca się od pewnego początkowego ustawienia  $\theta_{\text{pocz}}$  do innego ustawienia  $\theta_{\text{końc}}$ , praca  $W$ , wykonana nad dipolem przez pole magnetyczne jest równa:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{p \text{ końc}} - E_{p \text{ pocz}}), \quad (29.39)$$

gdzie  $E_{p \text{ końc}}$  i  $E_{p \text{ pocz}}$  są wyznaczone z równania (29.38). Jeżeli zewnętrzny moment siły działa na dipol podczas zmiany ustawienia, to wykonuje on nad dipolem pracę  $W_{\text{zewn}}$ . Jeżeli dipol jest w spoczynku przed i po zmianie ustawienia, to praca  $W_{\text{zewn}}$  jest równa pracy wykonanej nad dipolem przez pole, wziętej ze znakiem przeciwnym. Tak więc:

$$W_{\text{zewn}} = -W = E_{p \text{ końc}} - E_{p \text{ pocz}}. \quad (29.40)$$

Dotychczas z dipolem magnetycznym była utożsamiana tylko cewka z prądem. Jednakże zwykły magnes sztabkowy jest również dipolem magnetycznym, podobnie jak obracająca się naładowana kula. Ziemię można też traktować w przybliżeniu jako dipol magnetyczny. Wreszcie większość cząstek elementarnych, w tym elektron, proton i neutron, ma dipolowe momenty magnetyczne. Jak zobaczysz w rozdziale 32, wszystkie te układy zachowują się jak ramki z prądem. W tabeli 29.2 porównano przybliżone wartości niektórych dipolowych momentów magnetycznych.

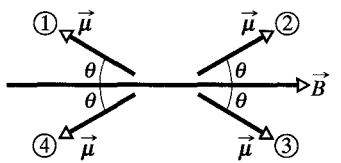


Rys. 29.22. Ustawienia dipola magnetycznego (w tym przypadku ramki z prądem) w zewnętrznym polu magnetycznym  $\vec{B}$ , odpowiadające największej i najmniejszej energii. Kierunek dipolowego momentu magnetycznego  $\vec{\mu}$  określony jest przez kierunek prądu  $I$ , zgodnie z regułą prawej dłoni, pokazaną na rysunku 29.20b dla wektora  $\vec{n}$

Tabela 29.2. Wartości niektórych dipolowych momentów magnetycznych

mały magnes sztabkowy	5 J/T
Ziemia	$8,0 \cdot 10^{22}$ J/T
proton	$1,4 \cdot 10^{-26}$ J/T
elektron	$9,3 \cdot 10^{-24}$ J/T

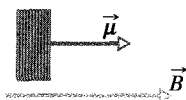
**SPRAWDZIAN 6:** Na rysunku pokazano cztery ustawienia dipolowego momentu magnetycznego  $\vec{\mu}$ , tworzącego kąt  $\theta$  z kierunkiem pola magnetycznego. Uszereguj ustawienia pod względem: a) wartości momentu siły, działającego na dipol, b) energii potencjalnej dipola, rozpoczynając od największej wartości.



## Przykład 29.8

Na rysunku 29.23 przedstawiono okrągłą cewkę o polu powierzchni  $S$ , równym  $2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , składającą się z 250 zwojów, przez które płynie prąd o natężeniu  $100 \mu\text{A}$ . Cewka jest w spoczynku, w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B = 0,85 \text{ T}$ , a jej dipolowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  jest ustawiony zgodnie z kierunkiem wektora  $\vec{B}$ .

a) Jaki jest kierunek prądu w cewce na rysunku 29.23?



Rys. 29.23. Przykład 29.8. Widok z boku okrągłej cewki z prądem, której dipolowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  jest ustawiony zgodnie z kierunkiem wektora  $\vec{B}$

## ROZWIĄZANIE:

☞ Zastosuj regułę prawej dłoni w następujący sposób: wyobraź sobie, że obejmujesz zwoje cewki prawą dłonią tak, aby twój prawy kciuk był wyciągnięty w kierunku wektora  $\vec{\mu}$ . Kierunek, w którym twoje palce zaginają się wokół zwojów, jest kierunkiem prądu w cewce. Tak więc w zwojach biegnących po bliższej stronie cewki (widocznych na rysunku 29.23) prąd płynie z góry na dół.

b) Jaką pracę musi wykonać nad cewką moment siły, przyłożony z zewnątrz, obracając ją o  $90^\circ$  w stosunku do ustawienia początkowego tak, aby  $\vec{\mu}$  było prostopadłe do wektora  $\vec{B}$ , a cewka była znowu w spoczynku?

## ROZWIĄZANIE:

☞ Praca  $W_{\text{zewn}}$ , wykonana przez przyłożony moment siły, jest równa zmianie energii potencjalnej cewki, związanej ze zmianą

jej ustawienia. Z równania (29.40) ( $W_{zewn} = E_p \text{ końc} - E_p \text{ pocz}$ ) wynika, że:

$$\begin{aligned} W_{zewn} &= E_p(90^\circ) - E_p(0^\circ) = -\mu B \cos 90^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) \\ &= 0 + \mu B = \mu B. \end{aligned}$$

Podstawiając w miejsce  $\mu$  wyrażenie (29.35) ( $\mu = NIS$ ), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} W_{zewn} &= (NIS)B = (250)(100 \cdot 10^{-6} \text{ A})(2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)(0,85 \text{ T}) \\ &= 5,356 \cdot 10^{-6} \text{ J} \approx 5,4 \mu\text{J}. \end{aligned} \quad (\text{odpowiedź})$$

## Podsumowanie

**Indukcja magnetyczna**  $\vec{B}$  **Indukcja magnetyczna**  $\vec{B}$  jest zdefiniowana za pomocą siły  $\vec{F}_B$ , która działa na cząstkę próbną o ładunku  $q$ , poruszającą się w polu z prędkością  $\vec{v}$ :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (29.2)$$

Jednostką indukcji  $\vec{B}$  w układzie SI jest **tesla** (T):  $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m}) = 10^4 \text{ gaussów}$ .

**Zjawisko Halla** Kiedy przewodzący pasek o grubości  $l$ , w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ , zostanie umieszczony w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , to nośniki o ładunku  $e$  zaczną się gromadzić na brzegu paska, wytwarzając poprzeczne napięcie  $U$ . Znak napięcia między brzegami paska wskazuje na znak nośników ładunku; koncentracja  $n$  nośników ładunku może być obliczona z równania:

$$n = \frac{BI}{Ule}. \quad (29.12)$$

**Naładowana cząstka poruszająca się w polu magnetycznym** Naładowana cząstka o masie  $m$  i ładunku  $q$ , wpadająca z prędkością  $\vec{v}$  w jednorodne pole magnetyczne prostopadłe do kierunku wektora indukcji  $\vec{B}$ , będzie poruszała się po okręgu. Stosując drugą zasadę dynamiki dla ruchu po okręgu otrzymujemy:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad (29.15)$$

skąd wyznaczamy promień okręgu:

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (29.16)$$

Częstość w ruchu po okręgu  $\nu$ , częstość kołowa  $\omega$  i okres  $T$  są dane wzorami:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}. \quad (29.19, 29.18, 29.17)$$

**Cyklotrony i synchrotrony** Cyklotron jest akceleratorem cząstek, w którym pole magnetyczne jest wykorzystane do utrzymania naładowanej cząstki na orbicie kołowej o zwiększającym się promieniu, tak aby niewielki potencjał przyspieszający mógł wielokrotnie działać na cząstkę, nadając jej dużą energię. Istnieje

górną granicę energii możliwych do osiągnięcia w cyklotronie, gdyż poruszająca się cząstka przestaje nadążać za zmianami napięcia generatora, w miarę jak jej prędkość zbliża się do prędkości światła. W synchrotronie ta wada została usunięta. Można zaprogramować okresowe zmiany zarówno indukcji  $B$ , jak i częstotści generatora  $\nu_{gen}$  w taki sposób, aby cząstki nie tylko uzyskiwały duże energie, ale mogły je osiągnąć, krążąc po orbitach o stałym promieniu.

**Siła magnetyczna, działająca na przewodnik z prądem** Na prostoliniowy przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ , umieszczony w jednorodnym polu magnetycznym, działa siła:

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}. \quad (29.26)$$

Siła działająca w polu magnetycznym na element prądu  $I d\vec{L}$  wynosi:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{L} \times \vec{B}. \quad (29.28)$$

Kierunek wektora  $\vec{L}$  lub  $d\vec{L}$  jest zgodny z kierunkiem przepływu prądu  $I$ .

**Moment siły działający na cewkę z prądem** Na cewkę (obejmującą powierzchnię o polu  $S$ , składającą się z  $N$  zwojów, przez które płynie prąd o natężeniu  $I$ ) umieszczoną w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$  działa moment siły  $\vec{M}$  równy:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (29.37)$$

$\vec{\mu}$  oznacza tutaj **dipolowy moment magnetyczny** cewki o wartości  $\mu = NIS$  i kierunku określonym za pomocą reguły prawej dłoni.

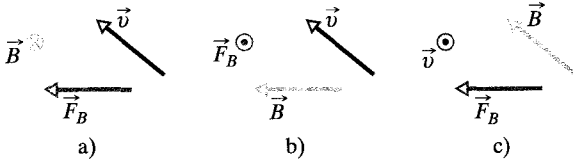
**Energia dipola magnetycznego związana z jego ustawieniem** Magnetyczna energia potencjalna dipola magnetycznego, znajdującącego się w polu magnetycznym jest równa:

$$E_p(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (29.38)$$

Jeżeli dipol magnetyczny obraca się od pewnego początkowego ustawienia  $\theta_{pocz}$  do innego ustawienia  $\theta_{końc}$ , to praca  $W$  wykonana nad dipolem przez pole magnetyczne jest równa:

$$W = -\Delta E_p = -(E_p \text{ końc} - E_p \text{ pocz}). \quad (29.39)$$

1. Na rysunku 29.24 przedstawiono trzy przypadki, w których siła magnetyczna  $\vec{F}_B$  działa na dodatnio naładowaną cząstkę, poruszającą się z prędkością  $\vec{v}$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Dla każdego przypadku sprawdź, czy kierunki wektorów są poprawne.



Rys. 29.24. Pytanie 1

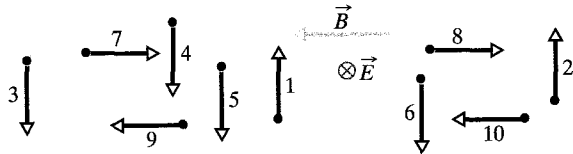
2. Niżej podana jest chwilowa prędkość  $\vec{v}$  protonu, poruszającego się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , w czterech następujących przypadkach:

- a)  $\vec{v} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$  i  $\vec{B} = 4\hat{k}$ ,
- b)  $\vec{v} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$  i  $\vec{B} = -4\hat{k}$ ,
- c)  $\vec{v} = 3\hat{j} - 2\hat{k}$  i  $\vec{B} = 4\hat{i}$ ,
- d)  $\vec{v} = 20\hat{i}$  i  $\vec{B} = -4\hat{i}$ .

Bez przeprowadzania pisemnych obliczeń uszereguj powyższe przypadki pod względem wartości siły magnetycznej, działającej na proton, rozpoczynając od największej.

3. W paragrafie 29.3 omawialiśmy ruch naładowanej cząstki w skrzyżowanych polach, w przypadku, gdy siły  $\vec{F}_E$  i  $\vec{F}_B$  były skierowane przeciwnie. Okazało się, że cząstka porusza się po linii prostej (tzn. obie siły się równoważą), gdy prędkość cząstki jest dana równaniem (29.7) ( $v = E/B$ ). Która z dwóch sił jest większa, jeżeli zamiast tego równania prędkość cząstki spełnia nierówność: a)  $v < E/B$ , b)  $v > E/B$ ?

4. Na rysunku 29.25 przedstawiono skrzyżowane jednorodne pola elektryczne i magnetyczne ( $\vec{E}$  i  $\vec{B}$ ) oraz wektory prędkości, pokazane w pewnej chwili dla 10 cząstek, wymienionych w tabeli



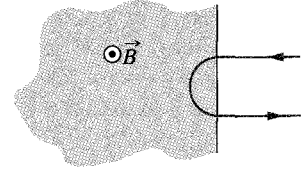
Rys. 29.25. Pytanie 4

Tabela 29.3. Pytanie 4

cząstka	ładunek	prędkość	cząstka	ładunek	prędkość
1	+	mniejsza	6	-	większa
2	+	większa	7	+	mniejsza
3	+	mniejsza	8	+	większa
4	+	większa	9	-	mniejsza
5	-	mniejsza	10	-	większa

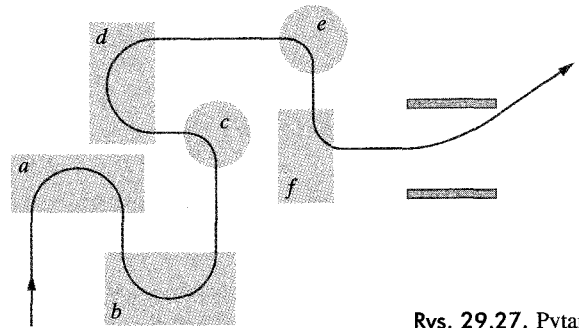
29.3 (wektory nie są narysowane w skali). W tabeli podano znaki ładunków oraz prędkości cząstek. Prędkości są podane albo jako mniejsze, albo większe od  $E/B$  (patrz pytanie 3). Które cząstki będą, wraz z upływem czasu, poruszać się zza płaszczyzny rysunku w twoją stronę?

5. Na rysunku 29.26 naładowana cząstka wpada z prędkością  $v_0$  w obszar jednorodnego pola magnetycznego o indukcji  $\vec{B}$ , zakreśla półokrąg w czasie  $T_0$ , a następnie opuszcza obszar pola. a) Czy ładunek cząstki jest dodatni, czy ujemny? b) Czy końcowa prędkość cząstki jest większa, mniejsza, czy równa  $v_0$ ? c) Czy czas przebywania w obszarze pola  $\vec{B}$  byłby większy, mniejszy, czy równy  $T_0$ , gdyby początkowa prędkość była równa  $0,5v_0$ ? d) Czy tor cząstki byłby wówczas półokręgiem, czy też większą lub mniejszą od niego częścią okręgu?



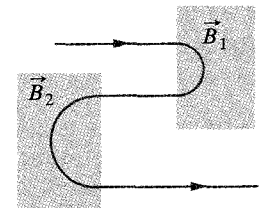
Rys. 29.26. Pytanie 5

6. Na rysunku 29.27 przedstawiono tor cząstki, przechodzącej przez sześć obszarów jednorodnego pola magnetycznego, w których odcinki toru są albo półokręgami, albo ćwiartkami okręgu. Po opuszczeniu ostatniego obszaru cząstka przelatuje między dwiema naładowanymi równoległymi płytkami i jest odchylana w kierunku o większym potencjale. Jakie są kierunki wektora indukcji w sześciu obszarach?

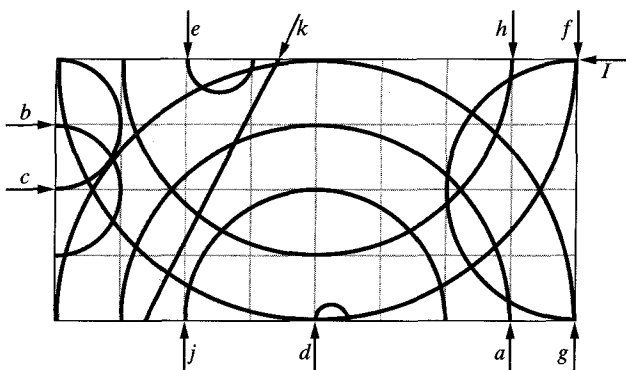


Rys. 29.27. Pytanie 6

7. Na rysunku 29.28 przedstawiono tor elektronu, przechodzącego przez dwa obszary jednorodnego pola magnetycznego o wartościach indukcji  $B_1$  i  $B_2$ . Tor elektronu w każdym obszarze jest półokręgiem. a) Które pole jest silniejsze? b) Jakie są kierunki wektorów indukcji? c) Czy czas przebywania elektronu w obszarze pola  $\vec{B}_1$  jest większy, mniejszy, czy taki sam, jak czas przebywania w obszarze pola  $\vec{B}_2$ ?



Rys. 29.28. Pytanie 7



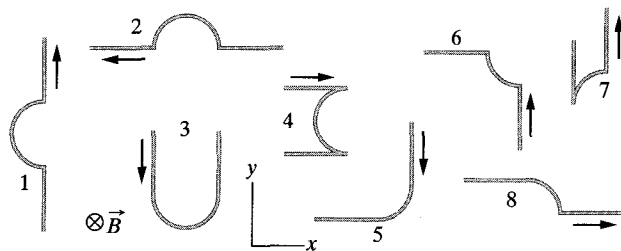
Rys. 29.29. Pytanie 8

8. *Karuzela cząstek.* Na rysunku 29.29 przedstawiono 11 torów cząstek w obszarze jednorodnego pola magnetycznego. Jeden tor jest linią prostą, pozostałe są półokręgami. W tabeli 29.4 podano masy, ładunki i prędkości 11 cząstek, które poruszają się w polu po tych torach w zaznaczonych kierunkach. Przyporządkuj tory na rysunku poszczególnym cząstkom w tabeli.

Tabela 29.4. Pytanie 8

cząstka	masa	ładunek	prędkość
1	$2m$	$q$	$v$
2	$m$	$2q$	$v$
3	$m/2$	$q$	$2v$
4	$3m$	$3q$	$3v$
5	$2m$	$q$	$2v$
6	$m$	$-q$	$2v$
7	$m$	$-4q$	$v$
8	$m$	$-q$	$v$
9	$2m$	$-2q$	$8v$
10	$m$	$-2q$	$8v$
11	$3m$	$0$	$3v$

9. Na rysunku 29.30 przedstawiono osiem przewodów, umieszczonych w tym samym jednorodnym polu magnetycznym (skierowanym za płaszczyznę rysunku). W ośmiu oddzielnych doświadczeniach przez każdy przewód przepuszczamy prąd o takim samym natężeniu. Każdy przewód składa się z dwóch odcinków o długości  $L$  (albo równoległych, albo prostopadłych do osi  $x$  i  $y$ , pokazanych na rysunku) oraz jednego łuku okręgu o promieniu krzywizny  $R$ . Kierunki prądu są zaznaczone za pomocą strzałek obok przewodów. a) Dla każdego przewodu podaj kierunek wypadkowej siły magnetycznej, określony za pomocą kąta, mierzonego od dodatniej osi  $x$  w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. b) U szereguj przewody od 1 do 4 pod względem wartości wypadkowej siły magnetycznej, która na nie działa, rozpoczynając od największej wartości. c) Powtórz to samo dla przewodów od 5 do 8.



Rys. 29.30. Pytanie 9

10. a) Jeżeli w sprawdzianie 6 moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  obraca się od ustawienia 1 do ustawienia 2, to czy praca wykonana nad dipolem przez pole magnetyczne jest dodatnia, ujemna, czy równa zero? b) U szereguj pracę wykonaną nad dipolem przez pole magnetyczne dla obrotów od ustawienia 1 do: 1) ustawienia 2, 2) ustawienia 3, 3) ustawienia 4, rozpoczynając od największej wartości.

## Zadania

www Rozwiązanie jest dostępne na stronie internetowej podręcznika: <http://www.wiley.com/college/hrw>

ilw Rozwiązanie jest dostępne w postaci interaktywnej, wykorzystującej oprogramowanie Interactive LearningWare (na tej samej stronie)

### 29.2. Definicja wektora $\vec{B}$

1. Cząstka  $\alpha$  porusza się z prędkością  $\vec{v}$  o wartości  $550 \text{ m/s}$  w jednorodnym polu magnetycznym, którego indukcja  $\vec{B}$  ma wartość  $0,045 \text{ T}$ . (Cząstka  $\alpha$  ma ładunek  $+3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  i masę  $6,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ). Kąt między wektorami  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  jest równy  $52^\circ$ . Jakie są wartości bezwzględne: a) siły  $\vec{F}_B$ , wywieranej na cząstkę przez pole;

b) przyspieszenia cząstki, wynikającego z działania siły  $\vec{F}_B$ ? c) Czy prędkość cząstki rośnie, maleje, czy pozostaje równa  $550 \text{ m/s}$ ?

2. Elektron w lampie analizującej kamery telewizyjnej porusza się z prędkością  $7,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  w polu magnetycznym o indukcji  $83 \text{ mT}$ . a) Co możesz powiedzieć, nie znając kierunku wektora indukcji, o największej i najmniejszej wartości siły, jaką pole działa na elektron? b) W pewnym punkcie elektron ma przyspieszenie o wartości  $4,9 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$ . Jaki jest w tym punkcie kąt między kierunkiem wektora prędkości a kierunkiem wektora indukcji?

3. Na proton, poruszający się pod kątem  $23^\circ$  do kierunku wektora indukcji o wartości  $2,6 \text{ mT}$  działa siła magnetyczna o wartości  $6,5 \cdot 10^{-17} \text{ N}$ . Oblicz: a) prędkość protonu, b) jego energię kinetyczną w elektronowoltach. ilw



4. Elektron porusza się z prędkością:

$$\vec{v} = (2 \cdot 10^6 \text{ m/s})\hat{i} + (3 \cdot 10^6 \text{ m/s})\hat{j}$$

w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B} = (0,03 \text{ T})\hat{i} - (0,15 \text{ T})\hat{j}$ .

a) Oblicz wartość siły działającą na elektron. b) Powtórz obliczenia dla protonu o takiej samej prędkości.

5. Każdy elektron w wiązce w lampie kineskopowej ma energię kinetyczną 12 keV. Lampa jest ustawiona w taki sposób, że elektrony poruszają się poziomo, w kierunku od geomagnetycznego bieguna południowego do geomagnetycznego bieguna północnego. Składowa pionowa indukcji ziemskiego pola magnetycznego jest skierowana w dół i ma wartość 55  $\mu\text{T}$ . a) W którym kierunku odchylił się wiązka? b) Jakie jest przyspieszenie pojedynczego elektronu, spowodowane działaniem pola magnetycznego? c) Jak daleko odchylił się wiązka po przebyciu 20 cm wzdłuż lampy kineskopowej?

### 29.3. Pola skrzyżowane: odkrycie elektronu

6. Proton porusza się w jednorodnym polu elektrycznym oraz w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B} = -2,5\hat{i}$  mT. W pewnej chwili prędkość protonu wynosi  $\vec{v} = 2000\hat{j}$  m/s. Jaka jest wartość wypadkowej siły, działającej wtedy na proton, jeśli natężenie pola elektrycznego jest równe: a)  $4\hat{k}$  V/m, b)  $-4\hat{k}$  V/m, c)  $4\hat{i}$  V/m?

7. Elektron o energii kinetycznej 2,5 keV wpada poziomo w obszar, w którym istnieje skierowane w dół pole elektryczne o natężeniu 10 kV/m. a) Jaką minimalną wartość i kierunek powinien mieć w tym obszarze wektor indukcji, aby elektron nadal poruszał się poziomo? Pomiń siłę ciężkości, która jest niewielka, b) Czy możliwe jest, żeby proton poruszał się w tym układzie pól bez odchylenia? c) Jeżeli tak, to jakie muszą być spełnione warunki?

8. Pole elektryczne o natężeniu 1,5 kV/m i pole magnetyczne o indukcji 0,4 T działają na poruszający się elektron siłą wypadkową, równą zeru. a) Oblicz minimalną wartość prędkości elektronu. b) Narysuj wektory  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  i  $\vec{v}$ .

9. Elektron jest przyspieszany przez różnicę potencjałów 1 kV a następnie skierowany w obszar między dwiema równoległymi płytkami, odległymi o 20 mm, między którymi występuje różnica potencjałów 100 V. Elektron porusza się prostopadłe do kierunku wektora natężenia pola elektrycznego, gdy dostaje się w obszar między płytkami. Jaka powinna być wartość wektora indukcji jednorodnego pola magnetycznego, przyłożonego prostopadłe zarówno do toru elektronu, jak i do kierunku wektora natężenia pola elektrycznego, aby elektron poruszał się wzdłuż linii prostej?

10. Elektron ma prędkość początkową  $(12\hat{j} + 15\hat{k})$  km/s i stałe przyspieszenie  $(2 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2)\hat{i}$  w obszarze, w którym istnieją jednorodne pola elektryczne i magnetyczne. Wyznacz natężenie pola elektrycznego  $\vec{E}$ , jeśli indukcja wynosi  $\vec{B} = (400 \mu\text{T})\hat{i}$ .

11. Źródło jonów wytwarza jony  ${}^6\text{Li}$  o masie  $= 6$  u i ładunku  $+e$ . Jony są przyspieszane przez różnicę potencjałów 10 kV i wpadają

poziomo w obszar, w którym istnieje jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $B = 1,2$  T. Oblicz najmniejszą wartość natężenia pola elektrycznego, które należałoby przyłożyć w tym samym obszarze, aby jony  ${}^6\text{Li}$  poruszały się bez odchylenia.

### 29.4. Pola skrzyżowane: zjawisko Halla

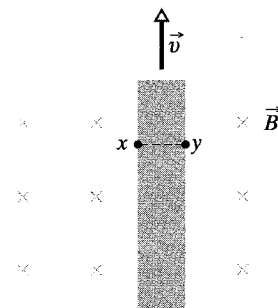
12. Pasek miedziany o szerokości 150  $\mu\text{m}$  umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 0,65 T, skierowanym prostopadłe do paska. Następnie przez pasek przepuszczono prąd o natężeniu  $I = 23$  A, co spowodowało pojawienie się napięcia Halla  $U$ . Oblicz  $U$ . (Dla miedzi liczba nośników ładunku na jednostkę objętości wynosi  $8,47 \cdot 10^{28}$  elektronów/ $\text{m}^3$ ).

13. a) Dla układu, przedstawionego na rysunku 29.7 wykaż, że stosunek wartości natężenia pola elektrycznego Halla  $E$  do wartości natężenia pola elektrycznego  $E_C$ , powodującego ruch ładunku (przeływ prądu) wzdłuż paska wynosi:

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{ne\rho},$$

gdzie  $\rho$  jest oporem właściwym materiału, a  $n$  jest koncentracją nośników ładunku. b) Oblicz ten stosunek dla danych z zadania 12. (Patrz tabela 27.1).

14. Pasek metalowy długości 6,5 cm, szerokości 0,85 cm i grubości 0,76 mm porusza się ze stałą prędkością  $\vec{v}$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B = 1,2$  mT, skierowanym prostopadłe do paska, jak na rysunku 29.31. Między punktami  $x$  i  $y$  zmierzono różnicę potencjałów 3,9  $\mu\text{V}$ . Oblicz wartość bezwzględnej prędkości  $v$ .



Rys. 29.31. Zadanie 14

### 29.5. Ruch cząstek naładowanych po okręgu w polu magnetycznym

15. Jaka powinna być wartość indukcji jednorodnego pola magnetycznego, przyłożonego prostopadłe do wiązki elektronów, poruszających się z prędkością  $1,3 \cdot 10^6$  m/s, aby elektrony krążyły po łuku okręgu o promieniu 0,35 m?

16. Elektron, znajdujący się początkowo w spoczynku, jest przyspieszany przez różnicę potencjałów 350 V. Następnie dostaje się w obszar jednorodnego pola magnetycznego o wartości indukcji 200 mT, przy czym jego prędkość jest prostopadła do kierunku pola. Oblicz: a) prędkość elektronu, b) promień toru elektronu w polu magnetycznym.

17. Elektron o energii kinetycznej 1,2 keV krąży w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wektora indukcji w jednorodnym polu magnetycznym. Promień orbity jest równy 25 cm. Oblicz:

a) prędkość elektronu, b) indukcję magnetyczną, c) częstość, d) okres ruchu po okręgu.

18. Fizyk S. A. Goudsmit opracował metodę wyznaczania mas ciężkich jonów przez pomiar okresu ruchu w polu magnetycznym o znanej wartości indukcji. Jednoudjemny jon jodu wykonuje 7 obiegów w czasie 1,29 ms w polu o indukcji 45 mT. Oblicz masę jonu w atomowych jednostkach masy. (W rzeczywistości metoda ta umożliwia pomiar masy ze znacznie większą dokładnością, niż wynikałoby to z powyższych przybliżonych wartości).

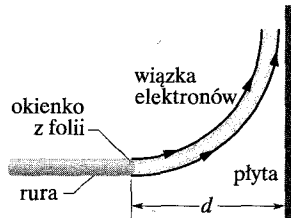
19. a) Oblicz częstość cyklotronową elektronu o energii 100 eV w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 35  $\mu$ T. b) Oblicz promień toru tego elektronu, jeśli wektor jego prędkości jest prostopadły do wektora indukcji.

20. Cząstka  $\alpha$  ( $q = +2e$ ,  $m = 4 u$ ) porusza się po okręgu o promieniu 4,5 cm w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B = 1,2$  T. Oblicz: a) prędkość cząstki, b) okres w ruchu po okręgu, c) energię kinetyczną w elektronowoltach, d) różnicę potencjałów, która przyspieszyłaby cząstkę aż do osiągnięcia przez nią takiej samej energii, jak w przypadku ruchu po okręgu.

21. Wiązka elektronów o energii kinetycznej  $E_k$  wychodzi z rury akceleratora przez „okienko” z cienkiej folii. W odległości  $d$  od okienka, prostopadle do kierunku wiązki (rys. 29.32) umieszczona jest metalowa płyta. Wykaż, że możemy zapobiec uderzeniu elektronów w płytę, jeżeli przyłożymy jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B}$  spełniające nierówność:

$$B \geq \sqrt{\frac{2mE_k}{e^2d^2}},$$

gdzie  $m$  i  $e$  oznaczają masę i ładunek elektronu. Jaki powinien być kierunek wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ ?



Rys. 29.32. Zadanie 21

22. Źródło wysłało elektron o prędkości  $v = 1,5 \cdot 10^7$  m/s w obszar jednorodnego pola magnetycznego o indukcji  $B = 1 \cdot 10^{-3}$  T. Kierunek wektora prędkości elektronu tworzy kąt  $\theta = 10^\circ$  z kierunkiem wektora indukcji magnetycznej. Oblicz odległość  $d$  od punktu początkowego do punktu, w którym tor elektronu ponownie przetnie linię pola, przechodzącą przez punkt początkowy.

23. W pewnym doświadczeniu proton o energii kinetycznej 1 MeV porusza się po okręgu w jednorodnym polu magnetycznym. Jaka musi być energia: a) cząstki  $\alpha$  ( $q = +2e$ ,  $m = 4 u$ ), b) deuteronu ( $q = +e$ ,  $m = 2 u$ ), jeśli mają one poruszać się po tym samym okręgu?

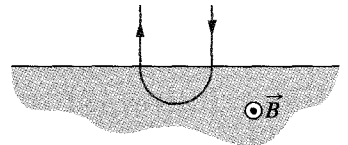
24. Proton, deutron ( $q = +e$ ,  $m = 2 u$ ) i cząstka  $\alpha$  ( $q = +2e$ ,  $m = 4 u$ ) o tej samej energii kinetycznej dostają się w obszar jednorodnego pola magnetycznego, poruszając się prostopadle do wektora indukcji  $\vec{B}$ . Porównaj promienie ich torów.

25. Pewien dostępny na rynku spektrometr mas (patrz przykład 29.3) jest używany do oddzielania jonów uranu o masie  $3,92 \cdot 10^{-25}$  kg i ładunku  $3,20 \cdot 10^{-19}$  C od jonów podobnego rodzaju. Jony są przyspieszane przez różnicę potencjałów 100 kV, a następnie dostają się w obszar jednorodnego pola magnetycznego, gdzie ich tor jest łukiem okręgu o promieniu 1 m. Po zmianie kierunku o  $180^\circ$  i przejściu przez szczelinę o szerokości 1 mm i wysokości 1 cm, jony są zbierane w zbiorniku. a) Jaka jest wartość wektora indukcji magnetycznej w separatorze? Jeżeli urządzenie jest wykorzystywane do oddzielania 100 mg materiału w ciągu godziny, oblicz: b) natężenie prądu jonów uranu, c) energię termiczną wydzielaną w zbiorniku w ciągu 1 h.

26. Proton o ładunku  $+e$  i masie  $m$  wpada w jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $\vec{B} = B\hat{i}$  z prędkością początkową  $\vec{v} = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$ . Używając wektorów jednostkowych, wyprowadź wzór, określający prędkość protonu  $\vec{v}$  w dowolnej późniejszej chwili  $t$ .

27. Pozyton o energii kinetycznej 2 keV dostaje się w obszar jednorodnego pola magnetycznego o indukcji 0,1 T, a jego wektor prędkości tworzy kąt  $89^\circ$  z kierunkiem wektora indukcji  $\vec{B}$ . Oblicz: a) okres ruchu, b) skok  $p$ , c) promień linii śrubowej, po której porusza się pozyton.

28. Na rysunku 29.33 naładowana cząstka wpada w obszar jednorodnego pola magnetycznego, zakreśla półokrąg, a następnie opuszcza ten obszar. Cząstka jest albo protonem, albo elektronem (musisz to rozstrzygnąć) i przebywa w obszarze pola przez 130 ns. a) Jaka jest wartość wektora indukcji  $\vec{B}$ ? b) Jeżeli cząstka zostanie powtórnie skierowana w obszar pola magnetycznego (wzdłuż tego samego początkowego toru), ale jej energia będzie dwa razy większa, to jak długo będzie przebywała w obszarze pola?



Rys. 29.33. Zadanie 28

29. Obojętna cząstka jest w spoczynku w jednorodnym polu magnetycznym. W chwili  $t = 0$  cząstka rozpada się na dwie naładowane cząstki, każda o masie  $m$ . a) Jeżeli ładunek jednej z dwóch cząstek jest równy  $+q$ , to jaki jest ładunek drugiej cząstki? b) Obie cząstki zaczynają poruszać się po oddzielnych torach, leżących w płaszczyźnie prostopadłej do wektora indukcji  $\vec{B}$ . Po pewnym czasie cząstki się zderzają. Wyznacz czas, jaki upłynął od rozpadu do zderzenia, w zależności od  $m$ ,  $B$  i  $q$ .

## 29.6. Cyklotrony i synchrotrony

30. W pewnym cyklotronie proton porusza się po okręgu o promieniu 0,5 m. Wartość indukcji magnetycznej wynosi 1,2 T. a) Jaka jest częstość generatora? b) Jaka jest energia kinetyczna protonu, wyrażona w elektronowoltach?

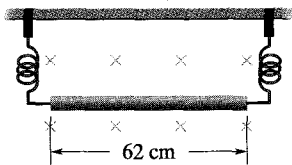
31. Oszacuj całkowitą drogę, przebytą przez deuteron podczas całego procesu przyspieszania w cyklotronie, omawianym w przykładzie 29.5. Przyjmij, że przyspieszająca różnica potencjałów między duantami jest równa 80 kV.  $\text{www}$

32. Częstość generatora w cyklotronie omawianym w przykładzie 29.5 została dobrana tak, aby przyspieszać deuterony ( $q = +e$ ,  $m = 2u$ ). a) Jeżeli zamiast deuteronów wprowadzimy do cyklotronu protony, to do jakiej energii mogą być one przyspieszone przy tej samej częstości generatora? b) Jaka wartość indukcji magnetycznej byłaby wtedy wymagana? c) Jaką energię kinetyczną mogłyby osiągnąć protony, gdyby wartość indukcji była taka sama, jak dla deuteronów? d) Jaka częstość generatora byłaby wtedy wymagana? e) Odpowiedz na te same pytania w przypadku cząstek  $\alpha$  ( $q = +2e$ ,  $m = 4u$ ).

### 29.7. Siła magnetyczna działająca na przewodnik z prądem

33. W poziomym przewodzie, będącym częścią energetycznej linii przesyłowej, płynie z południa na północ prąd o natężeniu 5000 A. Ziemskie pole magnetyczne ( $60 \mu\text{T}$ ) jest skierowane na północ i nachylone w dół, pod kątem  $70^\circ$  do poziomu. Wyznacz wartość i kierunek siły magnetycznej, działającej na 100 m przewodu w ziemskim polu magnetycznym.

34. Przewód o długości 1,8 m, w którym płynie prąd o natężeniu 13 A, tworzy kąt  $35^\circ$  z kierunkiem linii jednorodnego pola magnetycznego o indukcji  $B = 1,5 \text{ T}$ . Oblicz siłę magnetyczną, działającą na ten przewód.



Rys. 29.34. Zadanie 35

35. Przewód o długości 62 cm i masie 13 g jest zawieszony na dwóch giętkich doprowadzeniach w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 0,44 T (rys. 29.34). Jaka powinna być wartość natężenia prądu i jego kierunek, aby usunąć naprężenie w przewodach doprowadzających?  $\text{ilw}$

36. Przewód o długości 50 cm, ułożony wzdłuż osi  $x$ , znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B} = (0,003 \text{ T})\hat{j} + (0,01 \text{ T})\hat{k}$ . W przewodzie płynie prąd o natężeniu 0,5 A w dodatnim kierunku osi  $x$ . Wyznacz siłę magnetyczną, działającą na przewód.

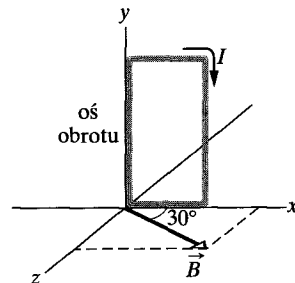
37. Pręt miedziany o masie 1 kg leży na dwóch poziomych szynach, odległych od siebie o 1 m. Przez pręt płynie prąd o natężeniu 50 A z jednej szyny do drugiej. Współczynnik tarcia statycznego między prętem a szynami wynosi 0,6. Jaka jest najmniejsza wartość wektora indukcji magnetycznej (niekoniecznie skierowanego pionowo), która spowoduje, że pręt będzie się ślizgał po szynach?

38. Rozważ możliwość zbudowania pociągu elektrycznego nowego typu. Silnik jest napędzany siłą, jaką pionowa składowa

ziemskiego pola magnetycznego działa na oś przewodzącą prąd elektryczny. Aby wytworzyć tę siłę, prąd jest przesyłany wzdłuż jednej szyny, następnie płynie przez przewodzące koło, oś, drugie przewodzące koło i wraca drugą szyną do źródła. a) Jakie natężenie prądu jest potrzebne do uzyskania niewielkiej siły 10 kN? Przyjmij pionową składową ziemskiego pola magnetycznego  $10 \mu\text{T}$ , a długość osi 3 m. b) Jaka moc byłaby tracona na każdym odcinku szyny o oporze  $1 \Omega$ ? c) Czy pomysł zbudowania takiego pociągu jest całkiem nierealny, czy też bliski zrealizowania?

### 29.8. Moment siły działający na ramkę z prądem

39. Na rysunku 29.35 przedstawiono prostokątną cewkę o wymiarach 10 cm na 5 cm, składającą się z 20 zwojów. W cewce, która może się obracać wokół jednego z jej dłuższych boków, płynie prąd o natężeniu 0,1 A. Cewka znajduje się w płaszczyźnie  $xy$ , w obszarze jednorodnego pola magnetycznego o wektorze indukcji mającym wartość 0,5 T i tworzącym kąt  $30^\circ$  z osią  $x$ . Wyznacz wartość i kierunek momentu siły, działającego na cewkę względem danej osi obrotu.



Rys. 29.35. Zadanie 39

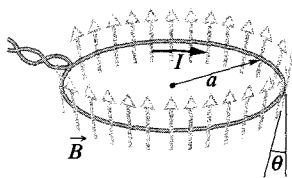
40. Pojedyncza ramka, przez którą płynie prąd o natężeniu 4 A, ma kształt trójkąta prostokątnego o bokach 50, 120 i 130 cm. Ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 75 mT, a kierunek wektora indukcji jest równoległy do kierunku prądu w boku ramki o długości 130 cm. a) Oblicz wartość siły magnetycznej, działającej na każdy z trzech boków trójkąta. b) Wykaż, że całkowita siła magnetyczna, działająca na ramkę jest równa zeru.

41. Przez odcinek przewodu o długości  $L$  płynie prąd o natężeniu  $I$ . Wykaż, że jeśli przewód jest zwinięty w kształcie okrągłej cewki, to moment siły w danym polu magnetycznym osiąga maksimum, gdy cewka ma tylko jeden zwoj, a maksymalna wartość momentu siły wynosi  $M = L^2 I B / 4\pi$ .  $\text{ilw}$

42. Udowodnij, że wzór  $M = NISB \sin \theta$  obowiązuje dla zamkniętych ramek o dowolnych kształtach, a nie tylko dla ramek prostokątnych, jak na rysunku 29.21. (Wskazówka: Zastąp ramkę o dowolnym kształcie układem przylegających do siebie długich, wąskich, ramek prostokątnych, które są w przybliżeniu równoważne ramce o dowolnym kształcie, jeżeli chodzi o rozkład prądu).

43. Na rysunku 29.36 przedstawiono przewód w kształcie pierścienia o promieniu  $a$ , ustawiony prostopadłe do osi symetrii rozbieżnego pola magnetycznego. W każdym punkcie pierścienia pole magnetyczne ma taką samą wartość wektora indukcji, a jego kierunek tworzy kąt  $\theta$  z prostą prostopadłą do płaszczyzny

pierścienia. Skręcone przewody doprowadzające nie mają wpływu na warunki zadania. Wyznacz wartość i kierunek siły, jaką pole działa na pierścień, jeżeli w pierścieniu płynie prąd o natężeniu  $I$ .



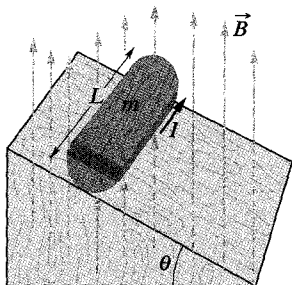
Rys. 29.36. Zadanie 43

44. Zamknięta ramka z drutu, w której płynie prąd o natężeniu  $I$ , znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym, a płaszczyzna ramki tworzy kąt  $\theta$  z kierunkiem wektora indukcji  $\vec{B}$ . Wykaż, że całkowita siła magnetyczna, działająca na ramkę jest równa zeru. Czy twoje rozumowanie jest słuszne również dla niejednorodnego pola magnetycznego?

45. Cewka pewnego galwanometru (patrz przykład 29.7) ma opór  $75,3 \Omega$ . Przy pełnym wychyleniu wskazówki przez cewkę płynie prąd o natężeniu  $1,62 \text{ mA}$ . a) Oblicz wartość dodatkowego oporu, potrzebnego do tego, aby galwanometr działał jako woltomierz wskazujący  $1 \text{ V}$  przy pełnym wychyleniu wskazówki. Jak należy dołączyć ten opór? b) Oblicz wartość dodatkowego oporu, potrzebnego do tego, aby galwanometr działał jako amperomierz wskazujący  $50 \text{ mA}$  przy pełnym wychyleniu wskazówki. Jak należy dołączyć ten opór?

46. Cząstka o ładunku  $q$  porusza się po okręgu o promieniu  $a$  z prędkością  $v$ . Traktując tor cząstki jako ramkę, w której płynie prąd stały równy średniemu prądowi związanemu z ruchem cząstki, wyznacz maksymalny moment siły, wywierany na ramkę przez jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $B$ .

47. Na rysunku 29.37 przedstawiono drewniany walec o masie  $m = 0,25 \text{ kg}$  i długości  $L = 0,1 \text{ m}$ . Cewka składająca się z  $N = 10$  zwojów drutu została nawinięta na walcu w taki sposób, że oś walca leży w płaszczyźnie cewki. Jaka jest najmniejsza wartość natężenia prądu  $I$ , który powinien płynąć przez cewkę, aby walec nie stoczył się po równi pochyłej, nachylonej pod kątem  $\theta$  do poziomu? Jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $0,5 \text{ T}$  jest skierowane pionowo do góry, a płaszczyzna cewki jest równoległa do płaszczyzny równi.



Rys. 29.37. Zadanie 47

## 29.9. Dipolowy moment magnetyczny

48. Dipolowy moment magnetyczny Ziemi jest równy  $8 \cdot 10^{22} \text{ J/T}$ . Przyjmij, że moment ten powstaje w wyniku ruchu ładunków w zewnętrznej części płynnego jądra Ziemi. Oblicz natę-

żenie prądu, wytworzonego przez poruszające się ładunki, jeżeli promień kołowego toru ładunków wynosi  $3500 \text{ km}$ .

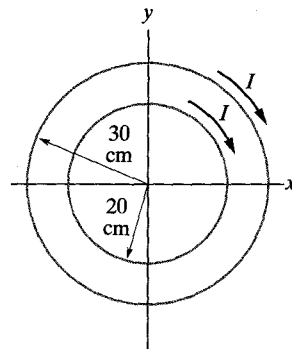
49. Okrągła cewka o 160 zwojach ma promień  $1,9 \text{ cm}$ . a) Oblicz natężenie prądu, który wytwarza dipolowy moment magnetyczny  $2,3 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ . b) Oblicz maksymalny moment siły, działający na cewkę, w której płynie prąd o tym natężeniu, w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $35 \text{ mT}$ .

50. W kołowej ramce o promieniu  $15 \text{ cm}$  płynie prąd o natężeniu  $2,6 \text{ A}$ . Ramka jest umieszczona w jednorodnym polu magnetycznym tak, aby normalna do jej płaszczyzny tworzyła kąt  $41^\circ$  z kierunkiem wektora indukcji o wartości  $12 \text{ T}$ . a) Oblicz dipolowy moment magnetyczny ramki. b) Jaki moment siły działa na ramkę?

51. Ramka, przez którą płynie prąd o natężeniu  $5 \text{ A}$ , ma kształt trójkąta prostokątnego o bokach  $30, 40$  i  $50 \text{ cm}$ . Ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $80 \text{ mT}$ , której kierunek jest równoległy do kierunku prądu, przepływającego przez bok trójkąta o długości  $50 \text{ cm}$ . Wyznacz wartość: a) dipolowego momentu magnetycznego ramki, b) momentu siły działającego na ramkę.

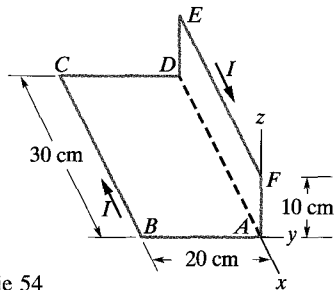
52. Okrągły zegar ścienny ma tarczę o promieniu  $15 \text{ cm}$ . Sześć zwojów drutu nawinięto wokół obwodu tarczy, a prąd o natężeniu  $2 \text{ A}$  płynie przez to uzwojenie w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara. W miejscu, w którym znajduje się zegar, istnieje stałe jednorodne zewnętrzne pole magnetyczne o indukcji  $70 \text{ mT}$  (mimo to zegar wciąż wskazuje dokładny czas). Dokładnie o godzinie  $13.00$  wskazówka godzinowa zegara wskazuje kierunek zewnętrznego pola magnetycznego. a) Po ilu minutach wskazówka minutowa pokaże kierunek momentu siły, wywieranego przez pole na uzwojenie? b) Oblicz wartość momentu siły.

53. Dwie współśrodkowe okrągłe ramki z drutu, o promieniach  $20$  i  $30 \text{ cm}$ , są umieszczone w płaszczyźnie  $xy$ . W każdej z nich płynie prąd o natężeniu  $7 \text{ A}$ , w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara (rys. 29.38). a) Wyznacz wypadkowy dipolowy moment magnetyczny tego układu. b) Powtórz obliczenia dla przeciwnego kierunku prądu w wewnętrznej ramce.



Rys. 29.38. Zadanie 53

54. Na rysunku 29.39 przedstawiono ramkę  $ABCDEF$ , w której płynie prąd o natężeniu  $I = 5 \text{ A}$ . Boki ramki są równoległe do osi układu współrzędnych, przy czym  $AB = 20 \text{ cm}$ ,  $BC = 30 \text{ cm}$ , a  $FA = 10 \text{ cm}$ . Oblicz wartość i kierunek dipolowego momentu magnetycznego tej ramki. (Wskazówka: Wyobraź sobie, że prądy o takich samych natężeniach  $I$ , ale o przeciwnych kierunkach



Rys. 29.39. Zadanie 54

płyną przez odcinek  $AD$ ; następnie weź pod uwagę dwie prostokątne ramki  $ABCD$  i  $ADEFA$ .

55. W kołowej ramce o promieniu 8 cm płynie prąd o natężeniu 0,2 A. Wektor jednostkowy, równoległy do momentu magnetycznego  $\vec{\mu}$ , jest równy  $0,6\hat{i} - 0,8\hat{j}$ . Jeżeli ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B} = (0,25 \text{ T})\hat{i} + (0,3 \text{ T})\hat{k}$ , oblicz: a) moment siły, działający na ramkę (używając wektorów jednostkowych), b) magnetyczną energię potencjalną ramki.

### Zadania dodatkowe

56. W przewodzie leżącym wzdłuż osi  $y$ , od  $y = 0$  do  $y = 0,25$  cm, płynie prąd o natężeniu 2 mA w ujemnym kierunku osi  $y$ . Przewód znajduje się w niejednorodnym polu magnetycznym o indukcji:

$$\vec{B} = (0,3 \text{ T/m})y\hat{i} + (0,4 \text{ T/m})y\hat{j}.$$

Używając wektorów jednostkowych, wyznacz siłę magnetyczną, działającą na: a) element dy przewodu w punkcie  $y$ , b) cały przewód.

57. Proton porusza się wzdłuż osi  $x$  ze stałą prędkością  $+50$  m/s w obszarze skrzyżowanych pól: elektrycznego i magnetycznego. Indukcja magnetyczna jest równa  $\vec{B} = (2 \text{ mT})\hat{j}$ . Ile wynosi natężenie pola elektrycznego?

58. Dipol magnetyczny, którego moment magnetyczny ma wartość  $0,02 \text{ J/T}$ , a prędkość początkowa jest równa zero, zaczyna obracać się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 52 mT. Obrót dipola spowodowany działaniem pola magnetycznego odbywa się bez przeszkód. W chwili, gdy ustawienie momentu magnetycznego dipola jest zgodne z kierunkiem wektora indukcji, energia kinetyczna dipola jest równa 0,8 mJ. a) Jaki jest początkowy kąt między momentem magnetycznym dipola a wektorem indukcji? b) Pod jakim kątem będzie ustawiony dipol, gdy jego prędkość chwilowa stanie się ponownie równa zero?

59. Elektron porusza się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B} = B_x\hat{i} + (3B_x)\hat{j}$ . W pewnej chwili elektron ma prędkość  $\vec{v} = (2\hat{i} + 4\hat{j})$  m/s, a działająca na niego siła magnetyczna jest równa  $(6,4 \cdot 10^{-19} \text{ N})\hat{k}$ . Oblicz  $B_x$ .