

6. Dynamika punktu materialnego—II

6-1. Wstęp

W rozdziale 5 omawialiśmy dynamikę punktu materialnego, na który działały siły stałe zarówno co do wartości, jak i co do kierunku. Mieliśmy tam do czynienia z siłami wywieranymi przez Ziemię lub przez napięte linki czy sprężyny, a więc były to siły grawitacyjne lub sprężyste. W tym rozdziale rozważymy inny rodzaj siły, siłę związaną z tarciem.

Omówimy również dynamikę ruchu jednostajnego po okręgu, w którym siła ma ustaloną wartość, ale zmienia w czasie swój kierunek. W rozdziale 10 będziemy rozważać zagadnienia, w których siła ma ustalony kierunek, natomiast zmienia się w czasie jej wartość, jak np. w przypadku sił impulsowych działających między dwoma zderzającymi się ciałami. W rozdziale 15 rozważymy zagadnienia, w których siła zmienia w czasie *zarówno* swoją wartość, jak i kierunek; przykładem takiej siły jest siła wywierana przez sprężynę na zawieszoną na niej i wykonującą drgania masę.

6-2. Siła tarcia*

Jeśli ciało o masie m pchniemy wzdłuż długiego, poziomego stołu, nadając mu prędkość początkową v_0 , po pewnym czasie ciało to zatrzyma się. Oznacza to, że w czasie ruchu ciało doznaje pewnego średniego przyspieszenia $\bar{a}$ skierowanego przeciwnie do kierunku ruchu. Z drugiej zasady dynamiki wiemy, że jeśli ciało (w inercyjnym układzie odniesienia) porusza się z przyspieszeniem, to na to ciało musi działać jakaś siła. W omówionym przypadku stwierdzamy, że siłą tą jest *siła tarcia*, jaką wywiera stół na ślizgające się po nim ciało. Średnia wartość tej siły wynosi $m\bar{a}$.

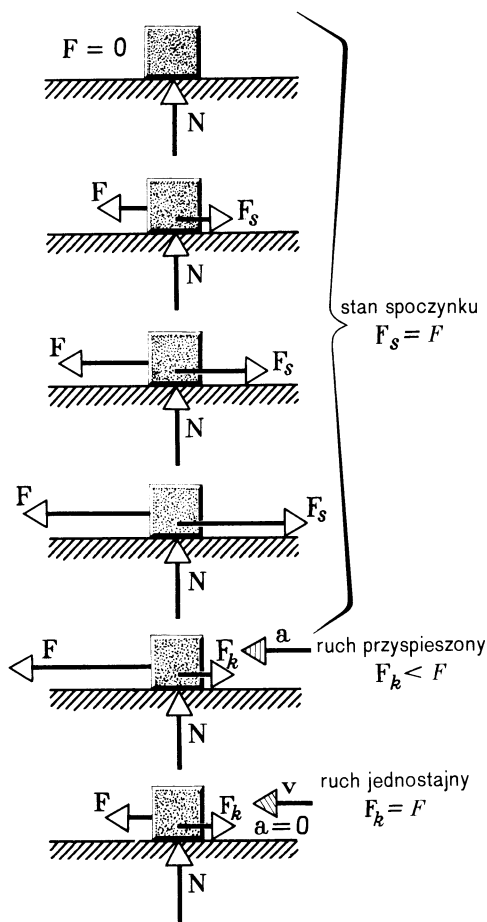
W rzeczywistości zawsze, gdy jedno ciało ślizga się po powierzchni drugiego, oba te ciała działają wzajemnie na siebie siłą tarcia mającą kierunek styczny do ich powierzchni zetknięcia. Siła tarcia działająca na każde z ciał jest przy tym zawsze skierowana przeciwnie do kierunku jego ruchu względem drugiego ciała. Siła tarcia zawsze przeciwstawia się

* Patrz: E. H. Freitag, The Friction of Solids, *Contemporary Physics*, Vol. 2, 1961, str. 198 oraz artykuł „Friction” w *Encyklopedia Britannica*.

ruchowi i nigdy nie powoduje ruchu ciała. Siły tarcia mogą istnieć nawet wówczas, kiedy powierzchnie są nieruchome względem siebie.

Mimo że dotychczas tarcie zawsze pomijaliśmy, siły tarcia odgrywają bardzo ważną rolę w naszym codziennym życiu. Siły te, jeśli im nie przeciwdziałamy, powodują zatrzymanie każdego obracającego się ciała. W samochodzie na przykład na pokonanie sił tarcia zużywa się około 20% mocy silnika. Tarcie powoduje zużycie poruszających się części maszyn i zacieranie silników. W związku z tym wiele wysiłku poświęca się na opracowanie metod pozwalających zmniejszyć tarcie. Z drugiej strony, gdyby nie było tarcia, nie moglibyśmy chodzić, nie moglibyśmy utrzymać ołówka w ręku, a trzymany ołówkiem nie moglibyśmy pisać; nie byłoby również takiego jak obecnie transportu kołowego.

Chcemy wiedzieć, w jaki sposób można wyrazić siły tarcia za pomocą właściwości rozważanego ciała i jego otoczenia; tzn. chcielibyśmy znać prawo rządzące tarcie. Poniżej będziemy rozważać ślizganie się (nie toczenie) jednej, suchej (nie pokrytej żadnym smarem) powierzchni po drugiej powierzchni. Jak zobaczymy później, z mikroskopowego punktu widzenia tarcie jest zjawiskiem bardzo skomplikowanym*. Wobec tego wyrażenia na siły tarcia dla suchych, ślizgających się powierzchni będą wyrażeniami znalezionymi



Rys. 6-1. Kłócek zostaje wprowadzony w ruch w momencie, gdy przyłożona siła F przewyższa siłę tarcia. Na pierwszych czterech rysunkach przyłożona siła wzrasta stopniowo od zera do wartości równej $\mu_s N$. Do tego momentu nie ma ruchu, ponieważ w każdej chwili siła tarcia dokładnie równoważy siłę przyłożoną. W momencie gdy siła F staje się większa od $\mu_s N$, kłócek, jak pokazano na rysunku piątym, zostaje wprowadzony w ruch. Ogólnie biorąc $\mu_k N < \mu_s N$; dzięki temu, po rozpoczęciu ruchu na kłócek działa z lewej strony niezrównoważona siła nadająca mu przyspieszenie. Na ostatnim rysunku siła F została zredukowana do wartości równej $\mu_k N$. Wypadkowa siła działająca na kłócek jest teraz równa zero — kłócek porusza się ze stałą prędkością

* Patrz E. Rabinowicz, *Scientific American*, May 1956.

doświadczalnie. Będą to oczywiście wzory przybliżone, nie mające tak prostej i eleganckiej postaci, jak na przykład wzór na siłę grawitacyjną (rozdział 16) lub siłę elektrostatyczną (rozdział 26). Jest rzeczą godną uwagi, że mimo ogromnej różnorodności powierzchni, z jakimi mamy do czynienia przy rozważaniu tarcia, wiele aspektów tego zagadnienia można wyjaśnić jakościowo w stosunkowo prosty sposób.

Rozważmy klocek spoczywający na poziomym stole (patrz rys. 6-1). Do klocka przyczepimy sprężynę, pozwalającą zmierzyć wielkość siły, jaką należy przyłożyć, aby go poruszyć z miejsca. Zauważymy, że jeśli przyłożona siła będzie zbyt mała, klocek nie poruszy się. Możemy powiedzieć wówczas, że nasza siła jest równoważona przez przeciwnie skierowaną siłę tarcia, wywieraną na klocek przez stół, w miejscu zetknięcia się dwóch powierzchni. Zwiększając stopniowo siłę dojdziemy do pewnej określonej jej wartości, przy której klocek ruszy z miejsca, a następnie pod wpływem tej samej siły będzie się poruszał ruchem przyspieszonym. Jeśli natomiast zmniejszymy wartość tej siły, będziemy mogli utrzymać klocek w ruchu jednostajnym bez przyspieszenia. Ta nowa siła może być mała, ale nigdy nie będzie równa zeru.

Siły tarcia działające między powierzchniami nieruchomymi względem siebie nazywamy siłami *tarcia statycznego*. Maksymalna siła tarcia statycznego jest równa najmniejszej sile, jaką należy przyłożyć do ciała, aby je ruszyć z miejsca. Gdy ciało już znajdzie się w ruchu, siła tarcia działająca między stykającymi się powierzchniami zwykle maleje, tak że do utrzymania ciała w ruchu jednostajnym potrzebna jest mniejsza siła. Siły działające między powierzchniami poruszającymi się względem siebie nazywamy siłami *tarcia kinetycznego* (lub *dynamicznego*).

Maksymalna siła tarcia działająca między dowolną parą suchych (nie pokrytych żadnym smarem) powierzchni podlega dwóm prawom empirycznym. (1) Jest ona w przybliżeniu niezależna od wielkości powierzchni zetknięcia w bardzo szerokim zakresie i (2) jest proporcjonalna do siły normalnej, tzn. siły, jaką jedna powierzchnia naciska na drugą. Siła nacisku jest zawsze skierowana prostopadle do powierzchni zetknięcia. Powstaje ona w wyniku sprężystej deformacji ciał w pobliżu punktów zetknięcia, ponieważ rzeczywiste ciała nigdy nie są doskonale sztywne. W przypadku ciała leżącego lub ślizgającego się po poziomym stole wartość siły nacisku jest równa ciężarowi ciała. Wynika to z faktu, że ciało nie ma pionowego przyspieszenia, a więc stół musi wywierać na to ciało siłę przyciągania ziemskiego, czyli równą ciężarowi ciała.

Stosunek maksymalnej wartości siły tarcia statycznego do wartości siły normalnej nazywamy *współczynnikiem tarcia statycznego* dla danych powierzchni. Jeśli F_s przedstawia wartość bezwzględnej siły tarcia statycznego, możemy napisać

$$F_s \leq \mu_s N, \quad (6-1)$$

gdzie μ_s jest współczynnikiem tarcia statycznego, a N wartością bezwzględną siły normalnej. Znak równości odnosi się wyłącznie do przypadku, gdy F_s ma maksymalną wartość.

Siła tarcia kinetycznego F_k , między dwiema suchymi powierzchniami podlega tym samym dwóm prawom. (1) Jest ona w przybliżeniu niezależna od wielkości powierzchni zetknięcia oraz (2) jest proporcjonalna do siły normalnej. Siła tarcia kinetycznego nie zależy ponadto od względnej prędkości poruszania się powierzchni.

Dwa podane wyżej prawa tarcia odkrył doświadczalnie Leonardo da Vinci (1452—1519). Leonardo da Vinci odkrył prawa tarcia prawie dwa wieki przed tym, zanim Newton wprowadził pojęcie siły. Podane przez niego sformułowanie tych praw było następujące: (1) „Tarcie, dla tego samego ciężaru, na początku

ruchu jest zawsze takie samo, niezależnie od tego, jaka jest długość i szerokość powierzchni styku” i (2) „Jeśli ciężar ciała zwiększymy dwukrotnie, tarcie również wzrośnie dwukrotnie”. Wiele doświadczeń związanych z tarciem przeprowadził francuski uczone Charles A. Coulomb (1736—1806), który zaobserwował różnice między tarciem statycznym i kinetycznym.

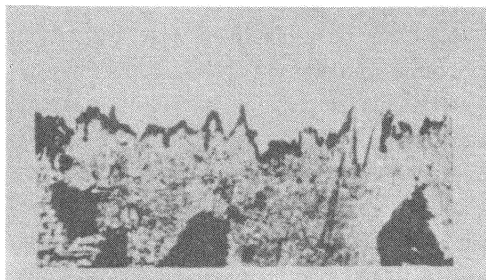
Stosunek wartości tarcia kinetycznego do wartości siły normalnej nazywany jest *współczynnikiem tarcia kinetycznego*. Jeśli F_k oznacza wartość bezwzględną siły tarcia kinetycznego, to

$$F_k = \mu_k N, \quad (6-2)$$

gdzie μ_k jest współczynnikiem tarcia kinetycznego.

Zarówno μ_s , jak i μ_k są stałymi bezwymiarowymi, ponieważ każde z nich jest stosunkiem wartości bezwzględnych dwu sił. Zwykle, dla danej pary powierzchni, $\mu_s > \mu_k$. Rzeczywista wartość μ_s oraz μ_k zależy od rodzaju obu zetkniętych powierzchni. μ_s , podobnie jak μ_k , może być większe od jedności, chociaż na ogół współczynniki te są mniejsze od jedności. Podkreślamy, że równania (6-1) i (6-2) podają jedynie zależność między *wartościami bezwzględnymi* siły normalnej i siły tarcia. Kierunki tych sił są zawsze prostopadłe względem siebie.

W skali atomowej nawet najbardziej dokładnie wypolerowane powierzchnie nie są idealnie gładkie. Na rysunku 6-2 przedstawiono na przykład rzeczywisty, znacznie powiększony, przekrój bardzo dokładnie wypolerowanej powierzchni stali. Patrząc na ten rysunek łatwo można zauważyć, że jeśli zetkniemy dwa ciała, rzeczywista (mikroskopowa) powierzchnia zetknięcia jest znacznie mniejsza od widocznej (makroskopowej) powierzchni zetknięcia; stosunek tych powierzchni w niektórych przypadkach jest równy $1/10^4$.



Rys. 6-2. Znacznie powiększony wygląd przekroju doskonale wypolerowanej powierzchni stali. Przekrój oglądany jest pod kątem, tak że wymiary pionowe są 10-krotnie powiększone w stosunku do wymiarów poziomych. Wysokość powierzchniowych nieregularności jest rzędu kilku tysięcy średnic atomów. (Z *Friction and Lubrication of Solids*, F. P. Bowden, D. Tabor, Clarendon Press, 1950)

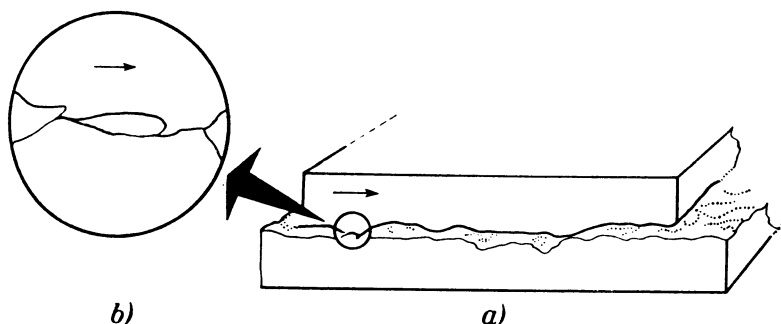
Rzeczywista (mikroskopowa) powierzchnia zetknięcia jest proporcjonalna do siły normalnej, ponieważ pod wpływem tej siły w pobliżu punktów zetknięcia powierzchnie się deformują. W wielu punktach zetknięcia występuje przy tym jak gdyby „spawanie na zimno”. To zjawisko nazywane *przyleganiem powierzchni* jest wynikiem tego, że w punktach zetknięcia cząsteczki leżące po przeciwnych stronach powierzchni zetknięcia znajdują się na tyle blisko, że mogą działać na siebie silnymi siłami międzycząsteczkowymi.

Jeśli jedno ciało (powiedzmy metal) przesuwamy po drugim, pojawiająca się siła oporu jest związana z koniecznością ciągłego rozrywania tysięcy maleńkich spoin tworzących się w coraz to nowych miejscach (patrz rys. 6-3). Doświadczenia, w których powierzchnie napromieniowano, wykazały, że w czasie tego procesu rozrywania pewne małe fragmenty jednej powierzchni metalicznej mogą zostać ścięte i przylgnąć do drugiej powierzchni. Jeśli względna prędkość przesuwania się dwóch powierzchni jest dostatecznie duża, może nastąpić miejscowe stopienie się ciał w pobliżu niektórych punktów zetknięcia, nawet wtedy, gdy średnia temperatura powierzchni jako całości będzie mniejsza od temperatury topnienia.

Wartość współczynnika tarcia zależy od wielu czynników, takich jak rodzaje materiałów, obróbka powierzchni, warstwy powierzchniowe, temperatura oraz stopień zanieczyszczenia powierzchni. Na przykład, jeśli dwie dokładnie oczyszczone powierzchnie metalowe stykamy ze sobą w komorze, w której panuje wysoka próżnia, tak że nie mogą się tworzyć warstwy tlenków, współczynnik tarcia staje się bardzo duży

i powierzchnie mocno przylegają do siebie. Obecność nawet niewielkiej ilości powietrza w komorze umożliwia powstanie warstewek tlenków na sąsiadujących powierzchniach, w wyniku czego współczynnik tarcia przyjmuje swoją „normalną” wartość.

Przy tych wszystkich komplikacjach zrozumiałe jest, że nie ma dotychczas żadnej ścisłej teorii opisującej tarcie między suchymi powierzchniami i że prawa tarcia są prawami znalezionymi doświadczalnie. Teoria przylegania powierzchni metalicznych pozwala jednakże łatwo zrozumieć dwa prawa tarcia opisane wyżej. (1) Mikroskopowa powierzchnia zetknięcia, która określa wartość siły tarcia F_k , jest proporcjonalna do siły normalnej N , wobec czego również samo F_k jest proporcjonalne do N (rys. 6-2). (2) Fakt, że siła tarcia nie zależy od widocznej (makroskopowej) powierzchni zetknięcia ciał, oznacza na przykład, że siła, jaka jest potrzebna do tego, aby przesunąć metalową „cegłę” po metalowym stole, jest zawsze taka sama,



Rys. 6-3. Tarcie poślizgowe. (a) Ciało górne przesuwa się w prawo po ciele dolnym; rysunek powiększony. (b) Jeszcze bardziej powiększony wygląd odcinka, na którym wystąpiło przyleganie powierzchniowe. Aby rozerwać powstałe „spoiny” i kontynuować ruch, trzeba przyłożyć siłę

niezależnie od tego, którą powierzchnią cegła styka się ze stołem. Można to zrozumieć tylko wówczas, jeżeli przyjmiemy, że mikroskopowa powierzchnia zetknięcia jest taka sama dla wszystkich położeń cegły; i tak jest rzeczywiście. Jeśli ze stołem styka się największa powierzchnia cegły, istnieje względnie duża liczba stosunkowo małych obszarów zetknięcia, podtrzymujących ciężar. Jeśli natomiast do stołu dotyka najmniejsza powierzchnia cegły, stykających się obszarów jest mniej (ponieważ widoczna powierzchnia zetknięcia jest mniejsza), ale powierzchnia każdego z tych indywidualnych obszarów jest większa o ten sam czynnik. Jest to spowodowane tym, że pionowo pozostawiona cegła wywiera na punkty zetknięcia większe ciśnienie niż ta sama cegła położona poziomo.

Siły tarcia występujące przy *toczeniu* jednego ciała po drugim (*tarcia tocznego*) są znacznie mniejsze niż siły tarcia poślizgowego. Na tym polega przewaga pojazdów kołowych nad pojazdami typu sanie. To zmniejszenie tarcia jest w dużej mierze wynikiem tego, że przy toczeniu mikroskopowe spojenia są odrywane, a nie ścinane jak przy suwaniu. Dzięki temu tarcie może się znacznie zmniejszyć.

Siłę tarcia przy przesuwaniu suchych powierzchni można znacznie zmniejszyć dzięki zastosowaniu smarów. Malowidło ściennie odkryte w grocie, w Egipcie, i pochodzące z roku 1900 p.n.e., przedstawia ogromny kamienny posąg ciągnięty na saniach, przed którymi biegnie mężczyzna wylewający na drogę smar. Jeszcze lepsze wyniki daje wprowadzenie między przesuwające się powierzchnie warstwy gazu. Przykładem tego jest ruch krążka wykonanego z suchego lodu oraz „łożyska gazowe”. Jeszcze bardziej można zmniejszyć tarcie zawieszając obracający się przedmiot, za pomocą sił magnetycznych, w przestrzeni opróżnionej z powietrza. J. W. Beams, na przykład, wprowadził 15-kilogramowy wirnik tego typu w ruch obrotowy o prędkości kątowej 1000 obr/s. Po odłączeniu napędu prędkość wirnika malała zaledwie o 1 obr/s dziennie*.

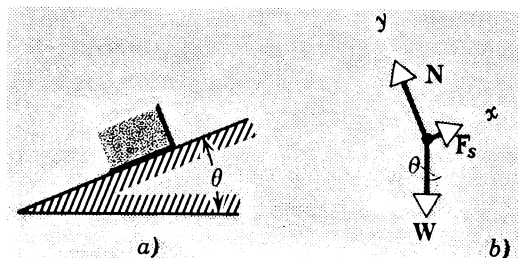
Niżej podamy przykłady zastosowań omówionych empirycznie praw tarcia. Będziemy zakładać, że współczynniki tarcia μ_k są stałe. Można uważać, że podana wartość μ_k jest wartością średnią, niewiele różniącą się od rzeczywistych wartości μ_k w rozważanych przedziałach prędkości.

* Patrz: Jesse W. Beams, Ultrahigh-Speed Rotation, *Scientific American*, April 1961.

Przykład 1. Klocek spoczywa na równi pochylej nachylonej pod kątem θ do poziomu (rys. 6-4a). Zwiększając stopniowo kąt nachylenia równi stwierdzamy, że przy kącie równym θ_s klocek zaczyna się ześlizgiwać. Jaki jest współczynnik tarcia statycznego między klockiem a równią?

Siły działające na klocek (traktowany jako punkt materialny) pokazane są na rys. 6-4b. W jest ciężarem klocka, N — siłą normalną, jaką równia pochyła działa na klocek, F_s — styczną do powierzchni zetknięcia siłą tarcia wywieraną przez równię. Zauważmy, że wypadkowa siła wywierana przez równię na klocek nie jest prostopadła do powierzchni zetknięcia, jak byłoby w przypadku powierzchni idealnie gładkich ($F_s = 0$). Ponieważ klocek jest w spoczynku, więc

$$N + F_s + W = 0.$$



Rys. 6-4. Przykład 1. (a) Klocek spoczywający na chropowatej równi pochylej. (b) Siły działające na klocek

Rozkładając nasze siły na składowe x i y wzdłuż osi, z których jedna jest równoległa do równi, a druga prostopadła (rys. 4b), otrzymujemy odpowiednio

$$\begin{aligned} N - W \cos \theta &= 0, \\ F_s - W \sin \theta &= 0. \end{aligned} \quad (6-3)$$

Wiadomo, że $F_s \leq \mu_s N$. Jeśli będziemy bardzo wolno zwiększać kąt nachylenia, aż do momentu, gdy klocek zacznie się zsuwać (dla $\theta = \theta_s$), to będziemy mogli przyjąć, że $F_s = \mu_s N$. Podstawiając to do równań (6-3), otrzymamy

$$N = W \cos \theta_s,$$

oraz

$$\mu_s N = W \sin \theta_s,$$

skąd

$$\mu_s = \tan \theta_s.$$

Pomiar kąta nachylenia, przy którym ciało zaczyna się ślizgać, stanowi więc prostą eksperymentalną metodę, pozwalającą określić wartość współczynnika tarcia między dwiema powierzchniami.

Przy pomocy podobnych argumentów Czytelnik może pokazać, że kąt nachylenia θ_k , przy którym prędkość ześlizgiwania się ciała wprawionego w ruch przez uderzenie jest stała, jest określony zależnością

$$\mu_k = \tan \theta_k,$$

przy czym $\theta_k < \theta_s$. Posługując się linijką Czytelnik może określić eksperymentalnie μ_s i μ_k dla monety ześlizgującej się z tego podręcznika.

Przykład 2. Rozważmy samochód jadący ze stałą prędkością v_0 wzdłuż prostej, poziomej drogi. Jaka jest najkrótsza odległość, na jakiej samochód może się zatrzymać, jeśli współczynnik tarcia statycznego między oponami i drogą wynosi μ_s .

Siły działające na samochód, traktowany jako punkt materialny, przedstawione są na rys. 6-5. Zakładamy, że samochód jedzie w kierunku dodatnim osi x . Jeśli siła tarcia F_s jest stała, ruch samochodu jest jednostajnie opóźniony.

Z zależności [patrz równanie (3-16)]

$$v^2 = v_0^2 + 2ax,$$

po podstawieniu prędkości końcowej $v = 0$, otrzymujemy

$$x = -v_0^2/2a.$$

Znak minus oznacza, że a ma kierunek ujemny osi x .

Aby określić przyspieszenie, stosujemy drugą zasadę Newtona do składowej x ruchu:

$$-F_s = ma = (W/g)a, \quad \text{skąd} \quad a = -g(F_s/W).$$

Natomiast dla składowej y otrzymujemy

$$N - W = 0, \quad \text{czyli} \quad N = W,$$

wobec czego

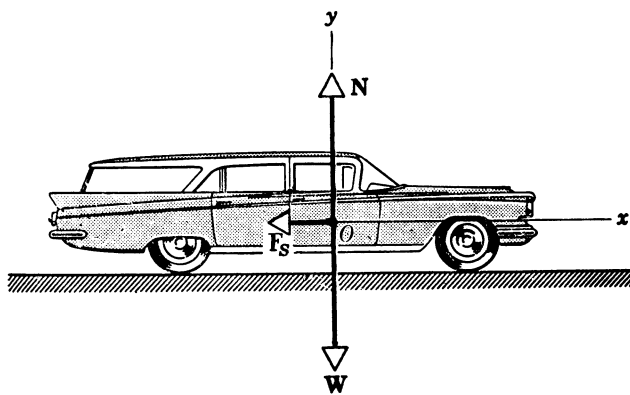
$$\mu_s = F_s/N = F_s/W$$

oraz

$$a = -\mu_s g.$$

Szukana droga hamowania jest więc równa

$$x = -v_0^2/2a = v_0^2/2g\mu_s. \quad (6-4)$$



Rys. 6-5. Przykład 2. Siły działające na hamujący samochód

Im większa jest prędkość początkowa, tym dłuższy odcinek drogi przebywa samochód do chwili zatrzymania, przy czym długość tego odcinka jest proporcjonalna do kwadratu prędkości początkowej. Natomiast im większy jest współczynnik tarcia statycznego między dwiema powierzchniami, tym przebywany odcinek drogi jest krótszy.

W zadaniu korzystaliśmy ze współczynnika tarcia statycznego, a nie ze współczynnika tarcia kinetycznego, ponieważ zakładaliśmy, że koła nie ślizgają się po drodze. Tarcie toczone pomijaliśmy. Ponadto braliśmy pod uwagę maksymalną możliwą wartość siły tarcia statycznego ($F_s = \mu_s N$), ponieważ szukaliśmy najkrótszej odległości hamowania. Przy mniejszej wartości współczynnika tarcia statycznego szukana odległość oczywiście byłaby większa. Właściwa technika hamowania polega na tym, aby utrzymywać samochód tuż na granicy poślizgu. Jeśli powierzchnia jest gładka i zbyt mocno naciśniemy hamulce, samochód może wpaść w poślizg. W tym przypadku μ_s należy zastąpić przez μ_k ; odległość przebywana przy hamowaniu, jak widać z równania (6-4), wzrasta.

Samochód można przyjąć za punkt materialny, jeżeli jego koła są zablokowane (ślizgają się po jezdni). Gdy koła obracają się, musimy brać pod uwagę siły wewnętrzne (i ich momenty) w bębnach hamulcowych, dla rozważania pracy i energii (patrz pytania 3, 4 i 5 w rozdziale 8) — mimo, że wynik (równ. (6-4)) jest poprawny. Obrót kół jest bezpośrednio rozważany w rozdziale 13.

Przyjmując na przykład, że $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$, a $\mu_s = 0,60$ (typowa wartość),¹ otrzymujemy

$$x = \frac{v_0^2}{2\mu_s g} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 0,60 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 34 \text{ m}.$$

Zauważmy, że w równaniu (6-1) nie występuje masa samochodu. Jak wobec tego można wyjaśnić fakt „obciążania” dołu samochodu w celu zwiększenia bezpieczeństwa jazdy na śliskich drogach? (*Wskazówka:* Patrz zadanie 6-2).

Czytelnik powinien zbadać, jak zmieniłyby się wyniki otrzymane w przykładach podanych w paragrafie 5-10, gdybyśmy uwzględnili tarcie.

6-3. Dynamika ruchu jednostajnego po okręgu

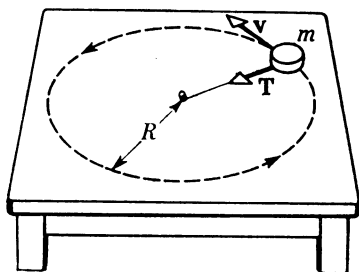
W paragrafie 4-4 mówiliśmy, że ciało poruszające się ze stałą (co do wartości bezwzględnej) prędkością v po okręgu o promieniu r ma przyspieszenie dośrodkowe a , którego wartość jest równa v^2/r . Wektor a jest zawsze skierowany wzdłuż promienia w stronę środka okręgu. Przyspieszenie w ruchu po okręgu jest więc wektorem zmiennym, ponieważ tylko jego wartość jest stała, a kierunek ciągle się zmienia.

Przypominamy, że kierunek ruchu nie musi się pokrywać z kierunkiem przyspieszenia. Ogólnie biorąc, nie ma żadnej ustalonej zależności między kierunkiem przyspieszenia a a kierunkiem prędkości v punktu materialnego, jak widać na rys. 4-7. W ruchu jednostajnym po okręgu przyspieszenie a i prędkość v są jednakże prostopadłe względem siebie.

Na każde ciało poruszające się z przyspieszeniem, zgodnie z drugą zasadą Newtona ($F = ma$), musi działać pewna siła. Wobec tego (przy założeniu, że znajdujemy się w inercjalnym układzie odniesienia), jeśli widzimy ciało, które porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, możemy być *pewni*, że na to ciało działa wypadkowa siła F , której wartość jest określona równaniem

$$F = ma = mv^2/r;$$

ciało takie *nie* jest w równowadze. Kierunek siły F w dowolnej chwili czasu musi być taki, jak kierunek przyspieszenia a w tej samej chwili, mianowicie musi być ona skierowana wzdłuż promienia do środka okręgu. Powinniśmy zawsze potrafić wskazać przedmiot, który wywiera tę siłę.



Rys. 6-6. Krążek m porusza się ze stałą prędkością po kołowym torze na gładkiej, poziomej powierzchni. Jedyną poziomą siłą działającą na masę m jest siła dośrodkowa T , z jaką sznurek ciągnie ten krążek

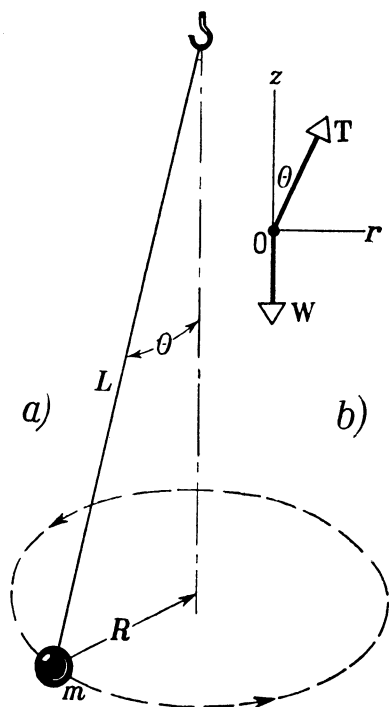
Jeśli omawianym ciałem jest krążek przywiązany do końca sznurka i poruszający się po okręgu na gładkim poziomym stole (rys. 6-6), siła F działająca na krążek jest wywołana naprężeniem T sznurka. Naprężenie to (T) jest wypadkową siłą działającą na krążek. Nadaje ono krążkowi przyspieszenie, zmieniając ciągle jego kierunek prędkości tak, aby krążek zataczał okrąg. T jest zawsze skierowane w stronę punktu zaczepienia sznurka, znajdującego się w środku okręgu, a jego wartość wynosi mv^2/R . Gdybyśmy przecięli sznurek, żadna wypadkowa siła nie działałaby na krążek. W tym przypadku krążek poruszałby się ze stałą prędkością wzdłuż linii prostej mającej kierunek styczny do okręgu w punkcie, w którym znajdował się krążek w momencie, gdy sznurek został przecięty. Aby krążek mógł poruszać się po okręgu, musi na niego działać siła skierowana *do środka* tego okręgu.

Siłę powodującą ruch jednostajny po okręgu nazywamy *siłą dośrodkową*, ponieważ jest ona skierowana do środka okręgu, po którym krąży ciało. Nazwa określa po prostu kie-

runek siły, natomiast nie mówi nic o tym, skąd się bierze ta siła, jakie ciało ją wywiera. I tak, na przykład, w przypadku obracającego się krążka z rys. 6-6 siłą dośrodkową jest naprężenie sznurka; w przypadku Księżyca obracającego się wokół Ziemi siłą dośrodkową jest grawitacyjne przyciąganie Księżyca przez Ziemię; w przypadku elektronu krążącego wokół jądra atomu siłą dośrodkową jest siła elektrostatyczna. Siła dośrodkowa *nie* jest nowym rodzajem siły, jest to po prostu nazwa, jaką nadajemy pewnym znanym już poprzednio siłom wywieranym przez określone ciała, ze względu na ich podobną zależność od czasu. Tak więc znamy, między innymi, dośrodkową siłę sprężystą, dośrodkową siłę elektrostatyczną i dośrodkową siłę grawitacyjną.

Rozważmy kilka przykładów sił dośrodkowych.

Przykład 3. Wahadło stożkowe. Na rysunku 6-7a pokazano małą kulkę o masie m zawieszoną na końcu sznurka o długości L i poruszającą się w płaszczyźnie poziomej, po okręgu ze stałą prędkością v . Gdy kulka zatacza okrąg, sznurek porusza się po powierzchni stożkowej i dlatego wahadło to nazywamy *wahadłem stożkowym*. Znaleźć czas, w jakim kulka wykonuje jeden pełny obrót (okres wahadła).



Rys. 6-7. Przykład 3. (a) Masa m wisząca na sznurku o długości L zatacza okrąg. W tym czasie sznurek opisuje kołowy stożek o kącie rozwarcia θ . (b) Siły działające na masę m

Jeśli sznurek tworzy z pionem kąt θ , promień okręgu, jaki zatacza kulka, wynosi $R = L \sin \theta$. Siłami działającymi na kulkę o masie m są: jej ciężar W i naprężenie T sznurka (rys. 6-7a). Jasne jest, że $T + W \neq 0$. Wypadkowa siła działająca na kulkę musi być różna od zera, ponieważ ciało może się poruszać po okręgu ze stałą prędkością tylko wówczas, gdy działa na nie odpowiednia siła.

Siłę T w dowolnej chwili czasu możemy rozłożyć na składową radialną i pionową:

$$T_r = T \sin \theta \quad \text{ i } \quad T_z = T \cos \theta.$$

Ponieważ w kierunku pionowym kulka nie ma przyspieszenia, więc

$$T_z - W = 0.$$

Ale

$$T_r = T \cos \theta, \quad \text{ a } \quad W = mg,$$

zatem

$$T \cos \theta = mg.$$

Przyspieszenie radialne jest równe v^2/R . Przyspieszenie to nadaje ciału T_r , radialna składowa siły T , która jest siłą dośrodkową działającą na masę m . Stąd

$$T_r = T \sin \theta = mv^2/R.$$

Dzieląc ostatnie równanie przez równanie otrzymane poprzednio otrzymujemy

$$\operatorname{tg} \theta = v^2/Rg, \quad \text{skąd} \quad v^2 = Rg \operatorname{tg} \theta.$$

Z ostatniej zależności widać, że prędkość kulki jest stała. Jeśli okres obrotu kulki oznaczmy symbolem τ , to

$$v = \frac{2\pi R}{\tau} = \sqrt{Rg \operatorname{tg} \theta},$$

skąd

$$\tau = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{Rg \operatorname{tg} \theta}} = 2\pi \sqrt{R/(g \operatorname{tg} \theta)}.$$

Alte $R = L \sin \theta$, a więc ostatecznie

$$\tau = 2\pi \sqrt{(L \cos \theta)/g}.$$

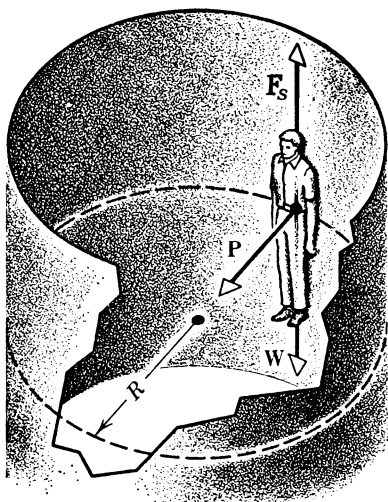
Równanie to określa zależność między τ , L i θ . Zauważmy, że okres ruchu nie zależy od masy m .

Jaki jest okres ruchu, gdy $L = 1$ m, a kąt $\theta = 30^\circ$? Podstawiając podane wartości do ostatniego równania mamy

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{1 \text{ m} \cdot 0,866}{9,8 \text{ s/m}^2}} = 1,9 \text{ s}.$$

Przykład 4. Rotor. W wielu wesołych miasteczkach* spotykamy urządzenie nazywane „rotorem”. Jest to pusta, mająca kształt walca, „beczka”, mogąca się obracać wokół pionowej osi. Gdy człowiek wejdzie do „beczki” i stanie przy jej ścianie, beczka zaczyna się obracać, przy czym jej prędkość obrotu stopniowo wzrasta od zera do pewnej określonej wartości. W tym momencie zapada się podłoga beczki odsłaniając głęboką jamę. Człowiek znajdujący się w „beczce” nie spada do jamy dzięki temu, że działają na niego siły „przyciskające” go do ściany. Obliczyć, jaki musi być współczynnik tarcia, aby człowiek nie zsunął się ze ściany.

Siły działające na człowieka znajdującego się w rotorze pokazane są na rysunku 6-8. W jest ciężarem człowieka, F_s siłą tarcia statycznego między człowiekiem a ścianą, a P siłą dośrodkową wywieraną przez



Rys. 6-8. Przykład 4. Siły działające na osobę znajdującą się w „rotorze” o promieniu R

* Patrz: „Physics and the Amusement Park”, John. L. Roeder w *The Physics Teacher*, September 1975.

ścianę i zmuszającą człowieka do ruchu po okręgu. Niech promień rotora wynosi R , a końcowa prędkość człowieka znajdującego się wewnątrz niego v . Ponieważ człowiek nie porusza się w kierunku pionowym, natomiast w dowolnej chwili doznaje przyspieszenia dośrodkowego v^2/R , możemy napisać

$$F_s - W = 0$$

oraz

$$P(=ma) = (W/g)(v^2/R).$$

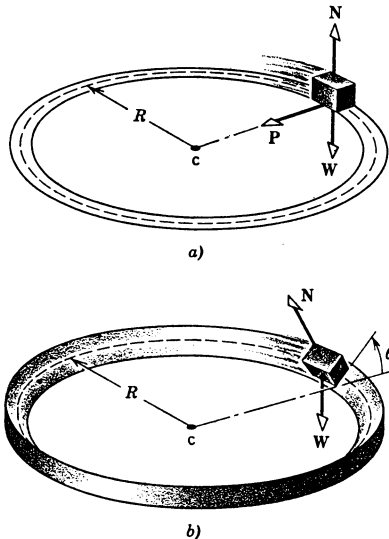
Jeśli μ_s jest taką wartością współczynnika tarcia statycznego między człowiekiem i ścianą, przy której człowiek nie będzie się ześlizgiwał ze ściany, musi być spełniony warunek, że $F_s = \mu_s P$. Ostatecznie więc

$$F_s = W = \mu_s P, \quad \text{skąd} \quad \mu_s = \frac{W}{P} = \frac{gR}{v^2}.$$

Otrzymane równanie określa, jaka musi być minimalna wartość współczynnika tarcia, aby ciało znajdujące się na ścianie rotora o promieniu R , obracającego się ze stałą prędkością v , nie ześlizgiwało się ze ściany. Zauważmy, że wynik nie zależy od ciężaru osoby znajdującej się w rotorze.

W praktyce współczynnik tarcia między materiałem ubrania i typową ścianą rotora pokrytą płótnem wynosi około 0,40. Promień typowego rotora ma na ogół około 2 m, a więc v musi być równe około 7 m/s, czyli 25 km/h lub większe.

Przykład 5. Przypuśćmy, że klocek na rys. 6-9a jest samochodem lub wagonem kolejowym, jadącym ze stałą prędkością v , po *poziomym* torze w kształcie łuku okręgu o promieniu R . Oprócz dwóch pionowych sił, siły ciężkości W oraz siły normalnej N , na pojazd ten działa siła dośrodkowa P . W przypadku samochodu siłą tą jest boczna siła tarcia, z jaką droga działa na opony, natomiast w przypadku wagonu — skierowana w bok, w poprzek szyn, siła, jaką wywierają szyny na obręcz kół. Żadna z tych bocznych sił nie jest dostatecznie duża na to, aby zapewnić bezpieczną jazdę, a ponadto obie siły powodują niepotrzebne zużycie kół. Wobec tego na zakrętach drogi i szyny pochyła się do wewnątrz zakrętu, w sposób pokazany na rys. 6-9b. W takim wypadku siła normalna N ma nie tylko składową pionową, jak poprzednio, ale również składową poziomą, która jest siłą dośrodkową zmuszającą pojazd do ruchu po okręgu. Przy właściwym pochyleniu drogi (szyn) nie są już potrzebne żadne inne boczne siły.



Rys. 6-9. Przykłady: (a) poziomy tor, (b) nachylony tor

Właściwą wartość kąta pochylenia można znaleźć w następujący sposób. Ponieważ ciało nie ma przyspieszenia w kierunku pionowym, więc

$$N \cos \theta = W.$$

Siłą dośrodkową jest $N \sin \theta$, a więc

$$N \sin \theta = mv^2/R.$$

Dzieląc stronami dwa ostatnie równania i podstawiając $W = mg$, otrzymujemy

$$\tan \theta = v^2/Rg.$$

Zauważmy, że kąt pochylenia zależy od prędkości pojazdu oraz od promienia krzywizny zakrętu. Dla danego promienia krzywizny dobieramy pochylenie w zależności od przewidywanej średniej prędkości pojazdów. Często na zakrętach jest umieszczony znak drogowy określający właściwą prędkość, dla jakiej wykonano pochylenie.

Czytelnik powinien przedyskutować otrzymany wzór dla następujących przypadków granicznych: $v = 0$; $R \rightarrow \infty$; v duże; oraz R małe.

Zwracamy uwagę na duże podobieństwo, jakie istnieje między rys. 6-7 z przykładu 3 i rys. 6-9b z naszego przykładu.

6-4. Klasyfikacja sił. Siły bezwładności

Wszystkie siły występujące w przyrodzie można podzielić na cztery rodzaje, z których każdy ma inne względne natężenie: (1) siły grawitacyjne stosunkowo bardzo słabe, (2) siły elektromagnetyczne, których natężenie można określić jako pośrednie, (3) siły jądrowe, które wiążą neutrony i protony w jądrze i są najsilniejsze z wymienionych rodzajów sił, oraz (4) słabe siły wzajemnego oddziaływania, które są odpowiedzialne za rozpad β i siły wzajemnego oddziaływania między cząstkami elementarnymi (patrz: dodatek F). Wszystkie te siły nazywamy *siłami rzeczywistymi*, mając na myśli to, że możemy je zawsze związać z jakimś konkretnym ciałem. Siły takie jak naprężenie linki, czy siła wywierana przez rozciągniętą sprężynę, są to wszystko siły pochodzenia elektromagnetycznego; stanowią one makroskopowy przejaw elektromagnetycznego przyciągania i odpychania między atomami.

W naszych dotychczasowych rozważaniach dotyczących mechaniki klasycznej zawsze zakładaliśmy, że wszystkie pomiary i obserwacje wykonywane są w inercjalnym układzie odniesienia. Przypominamy, że układami inercjalnymi nazwaliśmy takie układy odniesienia, które albo spoczywają, albo poruszają się ze stałą prędkością względem średnich pozycji gwiazd stałych, jest to zbiór układów określonych przez pierwszą zasadę dynamiki Newtona, mianowicie taki zbiór układów, w którym ciało nie ma przyspieszenia ($a = 0$), jeśli w otoczeniu tego ciała nie ma innych ciał mogących wywierać na nie jakieś siły ($F = 0$). Wybór układu odniesienia należy do nas: jeśli więc zdecydujemy się wybrać jedynie inercjalne układy odniesienia, nie ograniczymy przez to w żadnym stopniu naszych możliwości stosowania mechaniki klasycznej do zjawisk fizycznych.

Jeśli tak jest wygodniej, możemy jednak stosować mechanikę klasyczną z punktu widzenia obserwatora znajdującego się w *nieinercjalnym układzie odniesienia*. Takim układem może być na przykład układ połączony z ciałem spadającym lub układ obracający się (a więc poruszający się z przyspieszeniem) względem gwiazd stałych. Czasami wygodnie jest wybrać nieinercjalny układ, gdy rozważamy takie zagadnienia, jak np. rozdzielanie cieczy o różnej gęstości za pomocą wirówki, ogólna cyrkulacja powietrza na obracającej się Ziemi lub doświadczenia kosmonauty znajdującego się w krążącym dookoła Ziemi satelicie.

Mechanikę klasyczną możemy stosować do nieinercjalnych układów odniesienia pod warunkiem, że wprowadzimy siły nienewtonowskie (*pozorne*), nazywane *siłami bezwładności*. Siły te w przeciwieństwie do sił, które dotychczas rozważaliśmy, nie są wywierane na nasze ciało przez żadne z ciał znajdujących się w jego otoczeniu; nie należą one do żadnego z rodzajów sił wymienionych na początku niniejszego paragrafu. Ponadto, jeśli rozpatrujemy ruch ciała z punktu widzenia inercjalnego układu odniesienia, siły bezwładności znikają. Wprowadzenie tych sił pozwala po prostu na stosowanie mechaniki klasycznej do opisu zdarzeń, które chcemy rozważać w układach poruszających się z przyspieszeniem.

Rozważmy obracającą się karuzelę, na której w pobliżu zewnętrznej, pionowej krawędzi platformy umieszczono kuleczkę. Obserwator siedzący na karuzeli znajduje się w nieinercjalnym układzie odniesienia. Patrząc na kuleczkę obserwator ten stwierdzi, że jest ona względem niego nieruchoma; natomiast jeśli odsunie on kuleczkę od krawędzi w stronę osi obrotu, kuleczka potoczy się z powrotem w kierunku tej krawędzi, tak jak gdyby działała na nią jakaś siła skierowana wzdłuż promienia na zewnątrz. Po dotknięciu

krawędzi kuleczka się zatrzyma. Obserwator siedzący na karuzeli powie wówczas, że kuleczka znajduje się w równowadze, ponieważ działają na nią dwie równoważące się siły: siła skierowana radialnie na zewnątrz (siła bezwładności, nazywana w tym wypadku *siłą odśrodkową*) oraz siła skierowana radialnie do wewnątrz, wywierana na kuleczkę przez pionową krawędź.

Obserwator stojący na ziemi (w inercjalnym układzie odniesienia) opíše ruch kuleczki zupełnie inaczej. Stwierdzi on, że kuleczka porusza się ruchem jednostajnym po okręgu z przyspieszeniem dośrodkowym równym $a = v^2/R$. Siła dośrodkowa, z jaką krawędź działa na tę kuleczkę, nadająca jej omówione przyspieszenie, jest, zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona, równa $F = ma = mv^2/R$. Z punktu widzenia tego ostatniego obserwatora czy jakiegokolwiek innego obserwatora znajdującego się w jakimkolwiek innym układzie inercjalnym, kuleczka nie jest w równowadze. Jedyne wówczas, gdyby krawędź nie działała na kuleczkę, kuleczka poruszałaby się z jednostajną prędkością wzdłuż linii prostej i moglibyśmy powiedzieć, że znajduje się ona w równowadze. Obserwator stojący na ziemi nie zauważy działania żadnej siły skierowanej radialnie na zewnątrz działającej na kulę (siły bezwładności) i rzeczywiście z jego punktu widzenia taka siła nie istnieje.

Na tym prostym przykładzie widać, że skierowana radialnie na zewnątrz siła pozorna (siła odśrodkowa), widziana przez obserwatora znajdującego się na karuzeli, musi mieć wartość równą mv^2/R . Wartość siły bezwładności zależy więc od prędkości, jaką ma ciało (kuleczka) *względem innego układu odniesienia*, mianowicie ziemi; natomiast prędkość tego ciała (kuleczki) względem jej własnego (obracającego się) układu odniesienia jest równa zero.

Ten przykład wyjaśnia, dlaczego siły bezwładności nie są siłami newtonowskimi, tzn. że trzecia zasada Newtona nie stosuje się do nich. Czyli, że nie ma siły reakcji do siły pozornej (akcji).

W układzie obracającym się gdyby nie było krawędzi, mielibyśmy siłę pozorną (odśrodkową) działającą na kuleczkę bez jakiegokolwiek siły reakcji kuleczki na inne ciało. Kiedy jest krawędź, mamy dwie siły działające na to samo ciało, siłę dośrodkową od krawędzi i siłę pozorną (odśrodkową). Obydwie działają na kulę, którą widzimy jako będącą w równowadze pod wpływem dwóch działających na nią sił. Chociaż — jak widzieliśmy — możemy mieć jedną z tych sił bez drugiej. Z drugiej strony, dla obserwatora zewnętrznego (w układzie inercjalnym) siła (akcji) krawędzi jest jedyną siłą działającą na piłeczkę, a piłeczka oddziałuje siłą (reakcji) na krawędź równą co do wartości bezwzględnej, lecz przeciwnie skierowaną. Jeśli chciałoby się użyć tu pojęć siły *dośrodkowej* i *odśrodkowej*, miałyby się parę sił akcja-reakcja działających na *różne* ciała, zgodnie z trzecią zasadą Newtona. Ale w układzie poruszającym się, gdzie występują przyspieszenia, siły tak nazwane działają na to samo ciało i nie są parą akcja-reakcja.

Przy bardziej ogólnym podejściu możemy powiedzieć, że wyrażenie $F = ma$ stosowane w układzie inercjalnym przechodzi w $F - ma = 0$ w układzie nieinercjalnym. Interpretacja wielkości $-ma$ w drugim przypadku oznacza siłę (pozorną) występującą tylko w obracającym się układzie odniesienia, który pozwala traktować obiekt pod jej działaniem jako zawsze będący w równowadze. W tym znaczeniu jest czasami prościej używać nieinercjalnego układu odniesienia do opisu ruchu takiego, jak np. ruch po okręgu, ponieważ badany obiekt można uważać w takim układzie za spoczywający.

Przy rozwiązywaniu zagadnień mechanicznych mamy więc do wyboru dwie drogi: (1) możemy wybrać *układ inercjalny* jako *układ odniesienia* i rozważyć jedynie siły rzeczywiste działające na ciało, tzn. siły wywierane przez konkretne ciała znajdujące się w otoczeniu ciała badanego, lub (2) możemy wybrać *nieinercjalny układ odniesienia* i rozważyć nie tylko siły rzeczywiste, lecz również odpowiednio zdefiniowane siły bezwładności. Na ogół wybieramy pierwszą z tych dwóch możliwości, ale czasami wygodniej jest wybrać drugą; obie te możliwości są całkowicie równoważne i wybór jednej z nich jest jedynie kwestią wygody. Układy nieinercjalne i siły bezwładności będziemy omawiać w rozdziałach 11 i 16.

6-5. *Mechanika klasyczna, mechanika relatywistyczna i mechanika kwantowa*

Dotychczas omawialiśmy podstawy mechaniki klasycznej. Sformułowaliśmy prawa rządzące ruchem ciał (trzy zasady dynamiki) oraz podaliśmy kilka przykładów praw rządzących oddziaływaniami ciał. W dalszych rozdziałach będziemy omawiać inne prawa rządzące oddziaływaniami oraz rozwijać teorię mechaniki. W tym paragrafie chcielibyśmy pokazać, jakie miejsce zajmuje mechanika klasyczna w ramach nowoczesnej fizyki.

Fizyka nie jest niezmienną doktryną, lecz nauką nieustannie się rozwijającą. Historycznie można wyróżnić długie okresy, w czasie których fizycy zajmowali się określonymi zagadnieniami, okresy przezywane „przełomowymi”, często nagłymi i nieoczekiwanymi odkryciami, które prowadziły do powstania nowych, lepiej opisujących rzeczywistość teorii*. Teorie takie pojawiły się w latach: około 1690 (Mechanika Newtona), około 1870 (makswellowska teoria elektromagnetyzmu), w roku 1905 (teoria względności Einsteina) i około roku 1925 (mechanika kwantowa). Niektórzy fizycy uważają, że obecne badania dotyczące cząstek elementarnych (patrz: dodatek F) mogą doprowadzić do nowego przełomu w fizyce.

W miarę rozwoju fizyki pojawiały się coraz to nowe problemy wymagające rozwiązania oraz nowe „narzędzia” pozwalające badać te problemy. Ale przez cały czas ogólna metoda badań i sposoby rozwiązywania problemów były w zasadzie takie same. Dlatego też wcześniejsze teorie fizyczne mają ograniczony zakres ważności i stanowią graniczne przypadki nowych, obszerniejszych teorii, które z kolei same są przypadkami granicznymi jeszcze ogólniejszych teorii, i tak dalej. Jednakże, niezależnie od tego, jakim konkretnie zagadnieniem fizycznym zajmujemy się w danej chwili, zawsze żądamy, aby teoria zgadzała się z doświadczeniem, zawsze szukamy wielkości, które są niezmiennicze, zawsze wierzymy w prostotę i symetrię praw przyrody i zawsze posługujemy się analogiami i modelami. Odkryto wiele uniwersalnych praw, które są ważne we wszystkich domenach fizyki, jak np. prawa zachowania. Z tego wszystkiego należy sobie dobrze zdawać sprawę, niezależnie od stopnia opanowania (zrozumienia) konkretnych zagadnień i wszystko to staramy się podkreślić w tym podręczniku. Jeśli obok doskonałego opanowania mechaniki klasycznej Czytelnik dobrze zrozumie te ogólne zagadnienia, będzie mu znacznie łatwiej zrozumieć i opanować takie teorie, jak teoria względności czy teoria kwantów, w których stosuje się te same metody badań, ale które, w przeciwieństwie do mechaniki klasycznej, zajmują się znacznie szerszą klasą zagadnień niż zagadnienia, z którymi stykamy się na co dzień.

Mechanika klasyczna, podobnie jak wszystkie teorie fizyczne, oparta jest na obserwacji zjawisk zachodzących w przyrodzie. Postaramy się wykazać, jak ograniczony jest zakres zjawisk przyrody, z którymi na ogół mamy do czynienia. Jest to słuszne zwłaszcza w odniesieniu do ubiegłych lat rozwoju fizyki, w czasie których kształtowały się intuicyjne (często fałszywe) pojęcia i poglądy, zgodnie z tak zwanym „zdrowym rozsądkiem”.

Na przykład, największa prędkość, z jaką można przekazywać sygnały z jednego punktu do drugiego, jest równa prędkości światła ($c = 300\,000\text{ km/s} = 3,00 \cdot 10^8\text{ m/s}$); jest to również maksymalna prędkość, z jaką mogą się poruszać ciała materialne. Jednakże nawet najszybsze z makroskopowych przedmiotów, jakie możemy obserwować, takie jak samoloty odrzutowe czy sztuczne satelity Ziemi, poruszają się z prędkościami v znacznie mniejszymi od c .

Dla sztucznego satelity ziemskiego poruszającego się z prędkością $27\,000\text{ km/h}$ stosunek v/c jest równy zaledwie $0,00025$. Mechanika klasyczna przez wiele wieków opierała się na obserwacjach ciał poruszających się względnie małymi prędkościami, takich jak planety, piłki staczające się po równi pochyłej czy ciała swobodnie spadające. Nasze doświadczenia związane z ruchem przedmiotów były więc, aż do ostatnich kilku dziesiątków lat, ograniczone do bardzo wąskiego zakresu możliwych prędkości.

W ciągu ostatnich dziesiątków lat stało się możliwe dokonywanie pomiarów związanych z ruchem małych cząstek, poruszających się ze stosunkowo wielkimi prędkościami, takich jak elektrony, protony i inne cząstki elementarne. Dla protonów przyspieszanych do energii $30\,000\text{ MeV}$, na przykład w akceleratorze znajdującym się w Brookhaven National Laboratories, stosunek $v/c = 0,98$. Czy można oczekiwać, że prawa mechaniki klasycznej, doskonale stosujące się do zagadnień, w których $v/c \ll 1$, będą poprawnie opisywać zdarzenia, rozpady i oddziaływanie tych cząstek elementarnych, poruszających się z tak ogromnymi prędkościami? Takiej ekstrapolacji, jak wynika z doświadczenia, nie możemy robić; jeśli prędkości przedmiotów biorących udział w doświadczeniu są zbliżone do prędkości światła, wyniki doświadczeń nie zgadzają się z przewidywaniami mechaniki klasycznej. Fakt ten nie podważa słuszności mechaniki klasycznej, która stosuje się do bardzo ważnego, jeśli chodzi o nasze codzienne doświadczenia, zakresu małych prędkości. Jednakże stwierdzamy, że mechanika klasyczna stanowi tylko szczególny przypadek bardziej ogólnej teorii, która jest ważna dla wszystkich prędkości, aż do prędkości światła włącznie.

W 1905 roku Einstein pierwszy zaproponował tę nową teorię, *szczególną teorię względności***. Teorię tę omówimy bardziej szczegółowo później, teraz podamy tylko jej podstawowe założenie, które głosi, że

* Patrz: *The Structure of Scientific Revolutions*, Thomas Kuhn, The University of Chicago Press, 1970.

** Streszczenie szczególnej teorii względności, patrz dodatek V.

prędkość światła c jest taka sama dla wszystkich obserwatorów znajdujących się w inercjalnych układach odniesienia, niezależnie od tego, jaki jest ruch źródła światła. Innymi słowy, jeżeli źródło światła porusza się dokładnie w Twoim kierunku z prędkością v , obserwując impuls świetlny przebiegający koło Ciebie zmierzysz zawsze tę samą wartość prędkości światła c , niezależnie od tego, jaka jest prędkość v ; taką samą wartość prędkości światła c otrzymasz również w przypadku, gdy źródło światła oddala się od Ciebie z prędkością v . Gdyby to podstawowe założenie wydawało się nam sprzeczne ze „zdrówym rozsądkiem”, powinniśmy sobie uprzytomnić, że nasze intuicyjne poglądy oparte są na obserwacjach dotyczących ruchów z małymi prędkościami. Na co dzień nie stykamy się ze zjawiskami, które mogłyby dać nam pojęcie o tym, co się dzieje wtedy, gdy prędkości są bardzo duże. Ponadto wszystkie przewidywania Einsteina (1) są zgodne z doświadczeniem i (2) przy małych prędkościach pokrywają się z przewidywaniami mechaniki klasycznej.

Wymienimy tutaj tylko jedno z przewidywań teorii względności różniące się od tego, co przewiduje mechanika klasyczna. Jeśli dwaj obserwatorzy obserwują ten sam przedmiot poruszający się równolegle do wspólnej osi $x-x'$ (patrz rys. 4-11), stwierdzają oni, że [patrz równanie (4-19)]

$$v = v' + u, \quad (6-5)$$

gdzie v' jest prędkością mierzoną przez obserwatora S' , v — prędkością mierzoną przez obserwatora S , a u względną prędkością oddalania się dwóch układów odniesienia. Zauważmy, że równanie (6-5) nie wprowadza żadnego ograniczenia na wartość prędkości v . Prędkość ta może przekroczyć prędkość światła c , jeśli tylko v' i u będą dostatecznie duże.

Z teorii względności wynika, że równanie (6-5) jest szczególnym przypadkiem bardziej ogólnej zależności, mianowicie

$$v = \frac{v' + u}{1 + v'u/c^2}. \quad (6-6)$$

Zauważmy, że dla $v' \ll c$ i dla $u \ll c$ równanie (6-6) rzeczywiście przechodzi w równanie (6-5). Ponadto jeśli $v' < c$ i $u < c$, to v nie może przekraczać c . Na przykład, jeśli $v' = u = 0,8c$, z równania (6) obliczamy, że $v = 0,975c$; natomiast równanie (6-5) daje $v = 1,6c$, co jest sprzeczne z doświadczeniem.

Przy rozważaniu dużych obiektów równania (6-5) i (6-6) dają, z dokładnością do błędów eksperymentalnych, takie same wyniki. W tym przypadku wygodniej jest więc korzystać z równania (6-5). Jeśli dwa satelity poruszają się w przeciwnych kierunkach z prędkościami $v' = u = 27\,000$ km/h, wartość mianownika w równaniu (6-6) wynosi 1,0000000007, a więc prędkość jednego satelity względem drugiego, v , bardzo niewiele różni się od wartości $v' + u$, przewidzianej w równaniu (6-5). Aby różnica wyników otrzymanych na podstawie tych dwóch wzorów była równa 0,005%, rozważane prędkości musiałyby być 3000 razy większe od podanych, tzn. równe 71 milionów km/h. Prędkości takie są osiągalne jedynie w skali subatomowej.

Omówimy teraz jeszcze inne ograniczenie, jakiemu podlegają nasze codzienne doświadczenia, ograniczenie spowodowane tym, że masy przedmiotów, z jakimi na ogół mamy do czynienia, są znacznie większe od masy np. elektronu ($m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg). Wynikiem tego są ciekawe konsekwencje związane bezpośrednio z samym pojęciem punktu materialnego, na którym opiera się mechanika klasyczna. Dotychczas nie wahaliśmy się przypisać punktowi materialnemu, poruszającemu się wzdłuż osi x , masy m , położenia x i prędkości v_x . Gdyby ktoś zapytał nas, z jaką dokładnością Δx i Δv_x można mierzyć odpowiednio położenie x i prędkość v_x , odpowiedzielibyśmy, że praktycznie biorąc przy pomiarach zawsze popełniamy jakieś błędy, ale teoretycznie biorąc, po odpowiednim udoskonaleniu metody pomiaru możemy zmierzyć omawiane wielkości z dowolnie małym błędem. Przeprowadzone doświadczenia z dużymi przedmiotami, takimi jak piłeczki golfowe, potwierdzają ten punkt widzenia.

Jeśli jednak mamy do czynienia z przedmiotami małymi, takimi jak elektrony, stwierdzamy, że sam pomiar wprowadza istotną nieoznaczoność i że im bardziej dokładnie określamy położenie elektronu, tym mniej dokładnie możemy określić jego prędkość, i odwrotnie. Fakt ten wyraża słynna zasada nieoznaczoności Heisenberga, którą możemy zapisać w postaci:

$$\Delta x \cong \frac{h}{m\Delta v_x}, \quad (6-7)$$

* Zakładamy, że $v_x \ll c$, a więc jest to przypadek nierelatywistyczny.

gdzie h (stała Plancka) jest jedną z najważniejszych stałych w przyrodzie. Wartość h wynosi: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Z równania (6-7) widać jasno, że jeśli Δv_x jest bardzo małe (co znaczy, że znamy v_x bardzo dokładnie), to Δx musi być odpowiednio duże (co znaczy, że x nie możemy określić z dużą dokładnością). Wynika stąd, że nie można jednocześnie, z dowolnie dużą dokładnością, zmierzyć i prędkości i położenia cząstki, a to z kolei oznacza, że samo pojęcie punktu materialnego (punktu obdarzonego masą i poruszającego się po określonym torze), które jest podstawowym pojęciem mechaniki klasycznej, należy poddać dyskusji.

Podobnie jak w przypadku mechaniki relatywistycznej omówione wyżej rozważania nie mają wpływu na słuszność naszych spostrzeżeń dotyczących ruchu dużych przedmiotów, z jakimi stykamy się na co dzień. Rozważmy kuleczkę łożyskową o masie $1,0 \text{ g} (= 10^{-3} \text{ kg})$ poruszającą się z prędkością 10^3 m/s . Przypuśćmy, że dokładność, z jaką określiliśmy prędkość kuleczki, wynosi $0,1\%$, co oznacza, że $\Delta v_x = 0,001 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$. Nieoznaczoność położenia kuleczki jest określona równaniem (6-7)

$$\Delta x \cong \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}} \cong 7 \cdot 10^{-31} \text{ m}.$$

Jest to tak mała odległość (10^{15} razy mniejsza od średnicy jądra atomowego), że nie ma ona najmniejszego wpływu na dokładność naszych pomiarów położenia x .

Rozważmy następnie ruch elektronu (o masie $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$), poruszającego się z prędkością $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Jest to prędkość równa w przybliżeniu prędkości, jaką ma elektron w atomie wodoru. Jeśli założymy, że dokładność, z jaką określimy tę prędkość, jest równa 1% , to $\Delta v_x = 0,01 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Nieoznaczoność położenia przewidywana równaniem (6-7) wynosi w tym przypadku

$$\Delta x \cong \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(2 \cdot 10^4 \text{ m/s})} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}.$$

Ponieważ promień atomu wodoru jest równy $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, widzimy, że nieoznaczoność, z jaką możemy określić położenie elektronu w atomie wodoru, przy założeniu, że znamy jego prędkość z taką dokładnością, jaką podaliśmy powyżej, jest 600 razy większa od promienia tego atomu. Do tego przypadku nie można więc stosować pojęcia punktu materialnego. A to z kolei oznacza, że za pomocą mechaniki klasycznej nie możemy opisać ruchu elektronu w atomie; do tego celu musimy wykorzystać mechanikę kwantową.

Sytuacja ta jest bardzo podobna do sytuacji, z jaką spotkaliśmy się w teorii relatywistycznej. Okazuje się znowu, że pojęcia, które stosowaliśmy przy rozważaniu zagadnień, z jakimi stykamy się na co dzień (ruch kuleczek), zawodzą, gdy próbujemy je stosować do zagadnień bardziej skomplikowanych (ruch elektronu w atomie). I jeszcze raz dochodzimy do tego samego wniosku: mechanika klasyczna jest ważnym przypadkiem szczególnym innej, bardziej ogólnej teorii. Teorią tą jest mechanika kwantowa, stworzona w latach (1925–1926) przez Heisenberga, Schrödingera, Borna i innych fizyków. I znowu, mechanika kwantowa nie umniejsza znaczenia mechaniki klasycznej, która w dalszym ciągu, dla ciał o względnie dużych masach, daje wyniki doskonale zgadzające się z doświadczeniem.

Sytuacja najbardziej odbiegająca od naszych codziennych doświadczeń dotyczy cząstek mających *jednocześnie* i małą masę i dużą prędkość. W tym przypadku posługujemy się jeszcze ogólniejszą teorią — *relatywistyczną mechaniką kwantową*. Teoria ta, łącząca w sobie teorię relatywistyczną i mechanikę kwantową, została po raz pierwszy sformułowana w roku 1927 przez Diraca.

W dalszym ciągu naszych rozważań na temat mechaniki powrócimy do szczególnego rodzaju zagadnień, z jakimi stykamy się na co dzień, mianowicie do zagadnień związanych z ciałami mającymi względnie dużą masę i poruszającymi się ze względnie małymi prędkościami (czyli do mechaniki klasycznej). Od czasu do czasu, na marginesie rozważań, pokażemy, w jaki sposób należałoby zmodyfikować przewidywania mechaniki klasycznej, gdybyśmy chcieli oddalić się od wyznaczonego zakresu zagadnień.

Pytania

1. Istnieje granica dokładności polerowania powierzchni, po której przekroczeniu opór tarcia rośnie zamiast maleć. Spróbować to wytłumaczyć.
2. Czy przypuszczenie, że współczynnik tarcia może przekroczyć jedność, jest niedorzeczne?
3. W jaki sposób człowiek stojący na doskonale gładkim lodzie pokrywającym staw może wydostać się na brzeg? Czy może to zrobić idąc, turlając się, machając rękami lub nogami? W jaki sposób można było umieścić tego człowieka nieruchomo w jego początkowym położeniu?

4. Wyjaśnić, w jaki sposób zasięg światła czołowych samochodu ogranicza bezpieczną prędkość jazdy w nocy?

5. Prowadzony przez Ciebie samochód zarzuca na śliskiej autostradzie w kierunku środka jezdni. Czy powinieneś skierować przednie koła w kierunku poślizgu, czy też w kierunku przeciwnym; (a) gdy chcesz uniknąć zderzenia z nadjeżdżającym samochodem, (b) gdy nie ma w pobliżu żadnego samochodu, natomiast Ty nie chcesz tracić panowania nad kierownicą?

6. Co należy zrobić, żeby zahamować samochód na śliskiej jezdni, na jak najkrótszej drodze: (a) nacisnąć hamulce tak mocno, żeby koła zostały zablokowane, (b) nacisnąć hamulce najmocniej, jak tylko można bez wpadania w poślizg, (c) „pompować” hamulcami?

7. Omówić, w jaki sposób wybór kąta dla maksymalnego zasięgu pocisku byłby uzależniony od oporu powietrza, w którym ruch pocisku się odbywa.

8. Dlaczego podkłady kolejowe i autostrady są nachylone na zakrętach?

9. Jak wpływa obrót Ziemi dookoła własnej osi na pozorny ciężar ciała znajdującego się na równiku?

10. Dlaczego pion murarski nie zwisa dokładnie w kierunku przyciągania ziemskiego (w większości szerokości geograficznych)?

11. Przypuśćmy, że chcesz sprawdzić, czy powierzchnia stolika znajdującego się w pociągu jest dokładnie pozioma. Czy możesz to stwierdzić posługując się poziomką alkoholową, gdy pociąg wjeżdża pod górę, zjeżdża po pochyłości lub jedzie po krzywym torze?

(W s k a z ó w k a. Istnieją zawsze dwie składowe poziome.)

12. Jaki byłby okres τ i prędkość v wahadła stożkowego z przykładu 3, dla $\theta = 90^\circ$? Dlaczego kąt ten jest nieosiągalny fizycznie? Omówić przypadek, gdy $\theta = 0$.

13. Na talerzu gramofonu położono monetę. Po włączeniu silnika moneta spadła, zanim talerz zaczął obracać się z normalną prędkością. Wyjaśnić to.

14. Przypuśćmy, że ciało, na które oddziałują dokładnie dwie siły, jest przyspieszane. Czy wynika z tego, że: (a) ciało nie może poruszać się ze stałą prędkością? (b) prędkość nigdy nie będzie wynosiła 0? (c) suma tych dwóch sił nie może wynosić 0? (d) siły te muszą mieć jednakowy kierunek?

15. Samochód jedzie wiejską drogą, która przypomina karkołomny szlak kolejki z wesołego miasteczka. Prędkość samochodu jest stała. Porównać siłę, jaką działa on na nawierzchnię na płaskim odcinku drogi, do siły, jaką działa na nawierzchnię wjeżdżając na grzbiet wzniesienia, a następnie przejeżdżając przez niższy punkt między wzniesieniami. Wyjaśnić to.

16. Gdy kierowca wykonuje ostry skręt w lewo, pasażer siedzący w samochodzie na przednim miejscu odczuwa działanie sił spychających go na drzwi. Opisać siły działające w tym momencie na pasażera i na samochód: (a) w układzie odniesienia związanym z Ziemią, (b) w układzie odniesienia związanym z samochodem.

17. Astronauci pracujący w statku kosmicznym Skylab na orbicie chcą utrzymać swą wagę w normie. Jak mogą to zrobić, skoro znajdują się w stanie nieważkości?

18. Jaki wniosek może wyciągnąć fizyk, gdy stoi w windzie i obserwuje, że nierówne masy znajdujące się w końcach liny przewieszonej przez bleczek pozostają w równowadze, to znaczy że bleczek nie obraca się?

19. Wytlumaczyć, dlaczego pytanie: „Jaka jest prędkość liniowa punktu na równiku?” wymaga określenia układu odniesienia. Zobaczyć jak zmienia się odpowiedź w miarę zmian układu odniesienia.

20. Jaka jest zasadnicza różnica pomiędzy inercjalnym układem odniesienia a układem poruszającym się względem niego ruchem postępowym lub obracającym się wokół jakiejś osi?

Zadania

Paragraf 6-2

1. Krążek hokejowy ważący 1,1 N ślizga się po lodzie, przebywając do chwili zatrzymania odległość 15 m. (a) Jaka jest siła tarcia pomiędzy krążkiem i lodem, jeśli prędkość początkowa krążka wynosiła 6 m/s? (b) Czemu równy jest współczynnik tarcia kinetycznego?

Odp. (a) 0,14 N. (b) 0,13.

2. Przypuśćmy, że tylko tylne koła samochodu mogą go przyspieszyć i że opiera się na nich połowa całkowitej wagi samochodu. (a) Jakie maksymalne przyspieszenie może osiągnąć samochód, jeżeli współ-

czynnik tarcia statycznego między oponami a drogą wynosi μ_s ? (b) Przyjąć $\mu_s = 0,35$ i dokonać obliczeń tego przyspieszenia.

3. Ciepło wytwarzane na skutek tarcia nart o śnieg jest decydującym czynnikiem, umożliwiającym ślizganie się nart. W momencie startu narty są przymarznione do śniegu, ale gdy tylko zacznie się ruch, śnieg topi się pod nartami. Smarowanie nart powoduje, że nie nasiąkają one wodą oraz zmniejsza tarcie dzięki wytwarzaniu się pod nartami warstewki wody. Czasopisma donoszą, że nowy typ nart, narty plastikowe, są jeszcze mniej podatne na nasiąkanie wodą, i że zjeżdżając na nowych nartach na łagodnym 200-metrowym stoku alpejskim narciarz może skrócić czas zjazdu z 61 s do 42 s. (a) Obliczyć średnie przyspieszenie dla nowych i starych nart. (b) Zakładając, że kąt nachylenia stoku wynosi 3° , obliczyć dla obu przypadków współczynnik tarcia kinetycznego.

Odp.: (a) $0,226 \text{ m/s}^2$; $0,107 \text{ m/s}^2$; (b) $0,029$; $0,42$.

4. Strażak ważący 110 N ześlizguje się po pionowym słupie ze średnim przyspieszeniem 3 m/s^2 . Cemu równa jest średnia wartość pionowej siły, jaką działa on na słup?

5. Człowiek ciągnie po podłodze skrzynkę ważącą 75 kG za linę nachyloną pod kątem 15° do poziomu. (a) Jeśli współczynnik tarcia statycznego równa się $0,5$, to ile musi wynosić naprężenie liny, aby skrzynkę poruszyć? (b) Jeżeli $\mu_k = 0,35$, to ile wynosi przyspieszenie początkowe skrzyni?

Odp.: (a) 34 kg ; (b) $1,19 \text{ m/s}^2$.

6. Sześciąt mający ciężar W spoczywa na chropowatej równi pochyłej, tworzącej kąt θ z poziomem. (a) Ile wynosi najmniejsza siła potrzebna do wprowadzenia sześciąt w ruch w dół równi pochyłej? (b) Ile wynosi najmniejsza siła potrzebna do wprowadzenia sześciąt w ruch w górę równi pochyłej? (c) Ile wynosi najmniejsza siła pozioma (prostopadła do kierunku największego spadku), która spowoduje zsuwanie się sześciąt po równi?

7. Rączka froterki mającej masę m tworzy z kierunkiem pionu kąt θ . Niech współczynnik tarcia kinetycznego między froterką a podłogą wynosi μ_k , a współczynnik tarcia statycznego μ_s . Masę rączki zaniedbujemy. (a) Znaleźć wartość skierowanej wzdłuż rączki siły F , jaką należy przyłożyć do froterki, aby wywołać jej ślizganie po podłodze z jednostajną prędkością. (b) Pokazać, że jeżeli θ jest mniejsze od pewnego kąta θ_0 , to niezależnie od tego, jak duża jest siła skierowana wzdłuż rączki, nie można spowodować ślizgania się froterki po podłodze. (c) Cemu równy jest kąt θ_0 ?

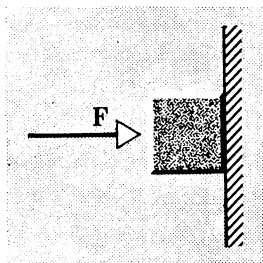
Odp.: (a) $\mu_k mg / (\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$; (c) $\theta_0 = \arctg \mu_s$.

8. Kawałek lodu ześlizguje się po równi pochyłej, o kącie nachylenia 45° , dwa razy dłużej, niż ześlizgiwałby się po takiej samej, ale doskonale gładkiej równi. Cemu równy jest współczynnik tarcia kinetycznego między lodem i równią?

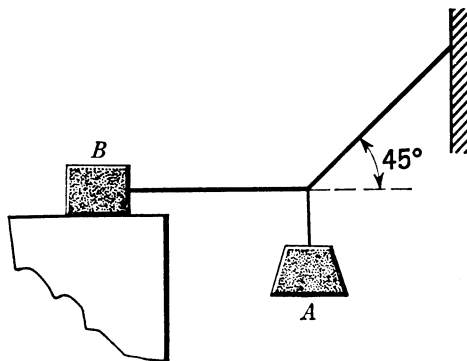
9. Klocek zsuwa się ze stałą prędkością po równi pochyłej tworzącej z poziomem kąt φ . Następnie zostaje on pchnięty w górę po tej samej równi, z prędkością początkową v_0 . (a) Jak daleko przesunie się klocek w górę równi, zanim się zatrzyma? (b) Czy zacznie on znowu się zsuwać?

Odp.: (a) $v_0^2 / 4g \sin \varphi$. (b) Nie.

10. Aby określić współczynniki tarcia statycznego i kinetycznego pomiędzy pudełkiem i deską student stawia pudełko na desce i powoli podnosi jeden jej koniec do góry. Gdy kąt nachylenia deski osiąga 30° , pudełko zaczyna się zsuwać na dół, przebywając odległość 4 m w ciągu 4 s . Ile wynoszą współczynniki tarcia?



Rys. 6-10. Zadanie 11



Rys. 6-11. Zadanie 13

11. Pozioma siła $F = 5 \text{ kG}$ dociska klocek ważący 2 kG do pionowej ściany (rys. 6-10). Współczynnik tarcia statycznego między ścianą i klockiem wynosi $0,60$, a współczynnik tarcia kinetycznego $0,40$. Zakładamy, że w chwili początkowej klocek jest nieruchomy. (a) Czy klocek zacznie się poruszać? (b) Jaką siłą ściana działa na klocek?

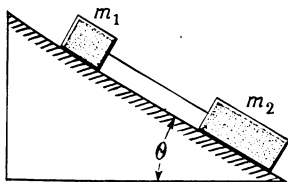
Odp.: (a) Nie. (b) Siła 5 kG na lewo i siła 2 kG do góry.

12. Stalowy blok, ważący 5 kG , spoczywa na poziomym stole. Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy blokiem a powierzchnią stołu wynosi $0,5$. (a) Jaka jest najmniejsza wartość poziomej siły, która może spowodować ruch bloku? (b) Jak wielką siłą skierowaną w górę i (c) w dół, pod kątem 60° do poziomu, można działać na blok, nie powodując jego ruchu?

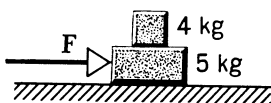
13. Blok B z rys. 6-11 waży 80 kG . Współczynnik tarcia statycznego między blokiem i stołem wynosi $0,25$. Znaleźć maksymalny ciężar bloku A , przy którym układ będzie jeszcze w równowadze.

Odp.: 180 N .

14. Dwie masy, $m_1 = 1,65 \text{ kg}$ oraz $m_2 = 3,30 \text{ kg}$, połączone nieważkim prętem, równoległym do równi pochyłej, na której znajdują się (rys. 6-12), ześlizgują się w dół równi, przy tym masa m_1 znajduje się z tyłu za masą m_2 i porusza się po tym samym torze. Kąt nachylenia równi wynosi $\theta = 30^\circ$. Współczynnik tarcia kinetycznego między masą m_1 i równią wynosi $\mu_1 = 0,226$; odpowiedni współczynnik między masą m_2 i równią wynosi $\mu_2 = 0,113$. Obliczyć (a) naprężenie pręta łączącego m_1 i m_2 oraz (b) wspólne przyspieszenie obu mas. (c) Czy odpowiedzi na pytanie (a) i (b) zmieniłyby się, gdyby masa m_2 poruszała się za masą m_1 ?



Rys. 6-12. Zadanie 14



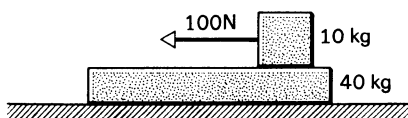
Rys. 6-13. Zadanie 15

15. Na kloku o masie $5,0 \text{ kg}$ położono klocek o masie $4,0 \text{ kg}$. Aby wywołać ślizganie się górnego klocka po dolnym klocku, który jest przytwierdzony do podłoża, należy na górny klocek podziać poziomą siłą równą 12 N . Przyjąć następnie, że oba klocki znajdują się na poziomym, doskonale gładkim stole (rys. 6-13). Znaleźć (a) maksymalną wartość poziomej siły F , jaką można przyłożyć do dolnego klocka, przy której klocki będą jeszcze poruszać się razem oraz (b) przyspieszenie nadane klockom.

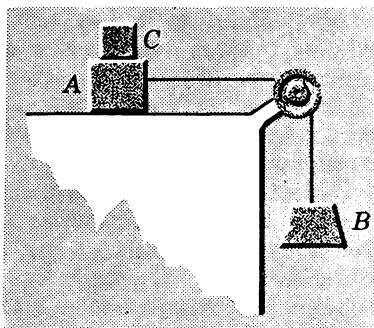
Odp.: (a) 27 N ; (b) $3,0 \text{ m/s}^2$.

16. Platforma kolejowa jest załadowana skrzyniami. Współczynnik tarcia statycznego między skrzyniami a podłogą platformy wynosi $0,25$. Pociąg, w którego składzie znajduje się platforma, jedzie z prędkością 50 km/h . Na jakim najkrótszym odcinku można zatrzymać pociąg, żeby nie spowodowało to ślizgania się skrzyń?

17. Na doskonale gładkiej podłodze spoczywa płyta ważąca 40 kG . Na płycie stoi klocek o wadze 10 kG (rys. 6-14). Współczynnik tarcia statycznego między klockiem a płytą wynosi $0,60$, a współczynnik



Rys. 6-14. Zadanie 17



Rys. 6-15. Zadanie 18

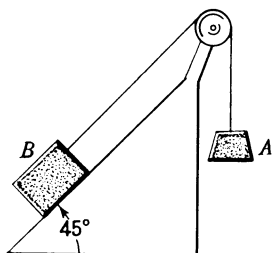
tarcia kinetycznego 0,40. Na klocek działa pozioma siła wartości 100 N. Jakie są przyspieszenia nadane (a) klockowi oraz (b) płycie?

Odpo.: (a) $6,1 \text{ m/s}^2$, (b) $0,98 \text{ m/s}^2$.

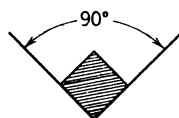
18. Na rysunku 6-15 *A* jest klockiem 5 kG, a *B* klockiem 2,5 kG. (a) Określić, jaki minimalny ciężar (klocek *C*) należy umieścić na klocku *A*, aby nie dopuścić do jego ześlizgiwania, jeżeli współczynnik tarcia statycznego między klockiem *A* i stołem, μ_s , wynosi 0,20. (b) W pewnej chwili z klocka *A* zdjęto klocek *C*. Jakie będzie przyspieszenie klocka *A*, jeżeli współczynnik tarcia kinetycznego μ_k między klockiem *A* i stołem wynosi 0,20?

19. Klocek 4 kG oraz klocek 8 kG, połączone nitką, zsuwają się po równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem 30° . Współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem 4 kG i równią wynosi 0,10, natomiast między klockiem 8 kG i równią wynosi on 0,20. Znaleźć (a) przyspieszenie klocków oraz (b) naprężenie nitki, zakładając, że klocek 4 kG znajduje się z przodu. (c) Opisać ruch w przypadku zmiany klocków miejscami.

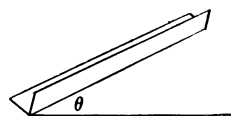
Odpo.: (a) $1,6 \text{ m/s}^2$; (b) 0,23 kg; klocki poruszają się niezależnie od siebie.



Rys. 6-16. Zadanie 20



Rys. 6-17. Zadanie 21



20. Ciało *B* waży 50 kG, a ciało *A* waży 15 kG (rys. 6-16). Mając dane $\mu_s = 0,56$ oraz $\mu_k = 0,25$, znaleźć: (a) przyspieszenie układu, jeżeli początkowo *B* jest w spoczynku, oraz (b) przyspieszenie układu, jeżeli początkowo *B* porusza się.

21. Klocek o masie *m* ślizga się w nachylonej prostokątnej rynnie (rys. 6-17). Znaleźć przyspieszenie klocka, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem i rynną wynosi μ_k .

Odpo.: $g(\sin\theta - \sqrt{2}\mu_k\cos\theta)$.

Paragraf 6-3

22. W modelu Bohra atomu wodoru elektron krąży po kołowej orbicie wokół jądra. Promień orbity wynosi $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, a elektron wykonuje $6,6 \cdot 10^{15}$ obr/s. Znaleźć: (a) przyspieszenie elektronu (wartość i kierunek) oraz (b) siłę dośrodkową działającą na elektron. Jest to siła spowodowana przyciąganiem między dodatnio naładowanym jądrem i ujemnie naładowanym elektronem. Masa elektronu jest równa $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

23. Masa *m* leżąca na gładkim stole jest przywiązana sznurkiem przeciągniętym przez otwór wywiercony w tym stole do wiszącej na drugim końcu sznurka masy *M* (rys. 6-18). Określić, w jakich warunkach (przy jakim *v* i *r*) masa *M* będzie nieruchoma, jeśli masa *m* będzie się poruszać po okręgu.

Odpo.: $v^2/r = Mg/m$.

24. Wykazać, że okresy dwóch stożkowych wahadeł o różnych długościach zawieszonych u sufitu i obracających się w płaszczyznach jednakowo cdległych od sufitu są równe.

25. Mała moneta leży na płaskim mogącym obracać się stoliku. Zaobserwowano, że stolik wykonuje trzy obroty w ciągu 3,14 s. (a) Jaka jest prędkość monety, jeśli obraca się ona wraz ze stolikiem, nie ślizgając się po nim, w odległości 5 cm od jego środka. (b) Jakie jest przyspieszenie (wartość i kierunek) tej monety. (c) Jaka siła tarcia działa na monetę, jeśli masa monety wynosi 2 g. (d) Czemu równy jest współczynnik tarcia statycznego między monetą i stolikiem, jeśli po umieszczeniu jej w odległości większej niż 10 cm od środka stolika moneta spada ze stołu?

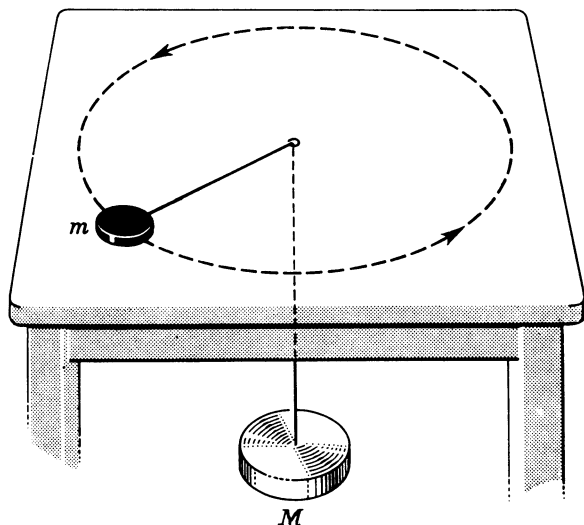
Odpo.: (a) 30 cm/s; (b) 180 cm/s^2 ; (c) $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$; (d) 0,37.

26. Ciało o masie *m* zaczepione na końcu sznurka obraca się w płaszczyźnie pionowej po okręgu o promieniu *R*. Znaleźć prędkość krytyczną, poniżej której sznurek nie jest naprężony w najwyższym punkcie toru.

27. Prędkość pojazdów jadących po kołowym zakręcie autostrady ma wynosić 60 km/h. (a) Jeśli promień krzywizny tego zakrętu wynosi 120 m, jaki jest największy kąt pochylenia autostrady? (b) Jeśli autostrada nie jest pochyłona, jaki powinien być minimalny współczynnik tarcia między oponami i drogą, aby samochody nie ślizgały się przy tej prędkości?

Od.: (a) 15° ; (b) 0,27.

28. Podręcznik kierowcy uczy, że jeżeli kierowca jedzie z prędkością 48 km/h i chce się zatrzymać jak najszybciej, to w tym wypadku przejedzie 10 m zanim naciśnie hamulec nożny. Droga hamowania od tego momentu będzie wynosiła 21 m. (a) Jaki współczynnik tarcia należy przyjąć w tych obliczeniach? (b) Ile wynosi najmniejszy promień skrętu przy prędkości 48 km/h, aby uniknąć poślizgu?



Rys. 6-18. Zadanie 23

29. Samolot ważący 2500 kG robi pętlę przy prędkości 320 km/h. Znaleźć: (a) promień największej pętli, jaką może zatoczyć samolot; (b) siłę wypadkową działającą na samolot w najniższym punkcie tej pętli; (c) siłę nośną działającą na samolot w najniższym punkcie tej pętli.

Od.: (a) 710 m; (b) 2500 kG; (c) 5000 kG.

30. Student ważący 75 kG na jednostajnie obracającym się kole Ferrisa waży w jego najwyższym punkcie 62,5 kG. (a) Ile waży w najniższym punkcie koła? (b) Ile ważyłby w najwyższym punkcie koła, gdyby prędkość koła Ferrisa zwiększono dwukrotnie?

31. Przyjąć, że wzorec kilograma, umieszczony na równiku, na poziomie morza ważyłby dokładnie 9,80 N, gdyby Ziemia nie obracała się dookoła swej osi. Następnie uwzględnić fakt, że Ziemia obraca się dookoła własnej osi, wskutek tego ta masa porusza się po torze kołowym o promieniu $6,40 \cdot 10^6$ m (średni promień Ziemi), ze stałą prędkością, równą 465 m/s. (a) Obliczyć, jaka siła dośrodkowa musi działać na ten wzorec, aby utrzymywał się on na tym torze kołowym. (b) Obliczyć, jaką siłę wywiera wzorec kilograma na równiku na wagę sprężynową, na której jest zawieszony (jego ciężar).

Od.: (a) 0,0338 N; (b) 9,77 N.

32. Stary tramwaj zakręca na poziomych szynach. Promień zakrętu jest równy 10 m, a prędkość tramwaju wynosi 16 km/h. (a) Jaki kąt z pionem tworzą wiszące na suficie uchwyty do rąk? (b) Czy jakaś siła działa na te uchwyty? Jeśli tak, to czy jest to siła dośrodkowa, czy odśrodkowa? Czy Twoja odpowiedź zależy od wyboru układu odniesienia?

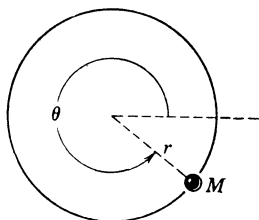
33. Ciało o masie $M = 0,305$ kg porusza się w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara po poziomym okręgu o promieniu $r = 2,63$ m, ze stałą prędkością $v = 0,754$ m/s (patrz rys. 6-19). Określić dla kąta $\theta = 322^\circ$, mierzonego w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara, następujące wielkości: (a) składową prędkości w kierunku x ; (b) składową przyspieszenia w kierunku y ; (c) całkowitą siłę działającą na ciało; (d) składową całkowitej siły działającej na ciało w kierunku prędkości.

Od.: (a) 0,464 m/s; (b) $0,133 \text{ m/s}^2$; (c) $6,59 \cdot 10^{-2}$ N; (d) Zero.

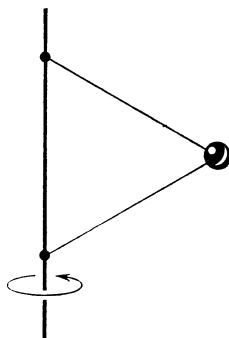
34. Kulka 1 kG jest połączona ze sztywnym, pionowym prętem przy pomocy dwóch nieważkich sznurków o długości 1 m. Sznurki przyczepione są do pręta w punktach oddalonych od siebie o 1 m. Układ wiruje wokół osi pręta, oba sznurki są naprężone i tworzą wraz z prętem równoboczny trójkąt, jak na rys. 6-20. Naprężenie w górnym sznurku wynosi 25 N. (a) Narysować siły działające na kulkę. (b) Jakie jest naprężenie górnego sznurka? (c) Jaka jest siła wypadkowa działająca na kulkę w chwili pokazanej na rysunku? (d) Jaka jest prędkość kulki?

35. Samolot zatacza poziome koło z prędkością 480 km/h. Jeżeli skrzydła samolotu nachylone są pod kątem 45° do pionu, to ile wynosi promień koła, które zatacza samolot?

Odp.: 1,8 km.



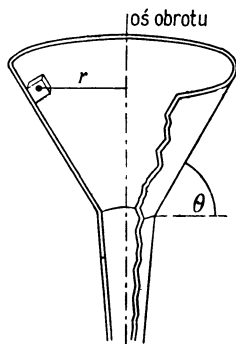
Rys. 6-19. Zadanie 33



Rys. 6-20. Zadanie 34

36. Na skutek obrotu Ziemi dookoła własnej osi ciężarek pionu nie wskazuje dokładnie kierunku przyciągania ziemskiego (kierunku swojego ciężaru), lecz odchyła się nieco od tego kierunku. Znaleźć to odchylenie (a) na szerokości geograficznej 40° , (b) na biegunach i (c) na równiku.

37. Wyobraźmy sobie, że krążek z rys. 6-6 jest przywiązany do sprężyny, a nie do sznurka. Długość nierozciągniętej sprężyny wynosi l_0 , a naprężenie sprężyny rośnie wprost proporcjonalnie do jej wydłużenia przy czym stosunek naprężenia do wydłużenia jest równy k . Krążek obraca się z częstością ν obrotów w jednostce czasu. Pokazać, że (a) promień w ruchu jednostajnym po okręgu wynosi $kl_0/(k-4\pi^2m\nu^2)$ i (b) naprężenie sznurka jest równe $4\pi^2mkl_0\nu^2/(k-4\pi^2m\nu^2)$.



Rys. 6-21. Zadanie 38

38. Bardzo mały sześcián o masie m znajduje się wewnątrz lejka rys. (6-21) obracającego się wokół pionowej osi, ze stałą szybkością ν obr/s. Ściana lejka tworzy z poziomem kąt θ . Współczynnik tarcia statycznego między sześciánem i lejkiem jest równy μ_s , a odległość środka sześciánu od osi obrotu wynosi r . Jaka jest największa i najmniejsza wartość ν , przy której sześcián nie będzie się poruszał względem lejka.