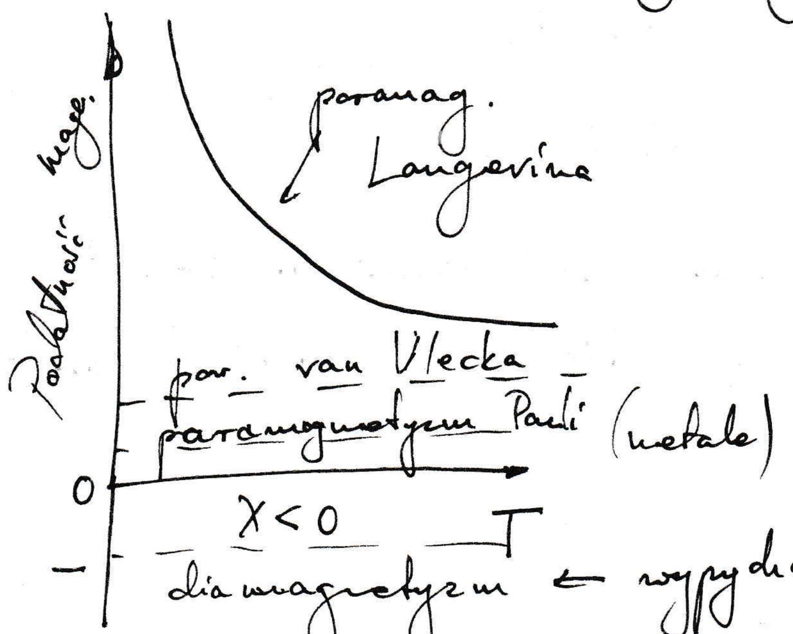
W8.1 Własności magnetyczne ciał stałych

$$\chi = \frac{\mu_0 \vec{M}}{\vec{B}} \qquad \vec{M} = \frac{\sum_i \vec{\mu_i}}{V}$$

$$\chi = \frac{d\vec{M}}{d\vec{H}} \qquad \vec{M} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$



Podatność magnet.

materiał	χ
H_2O	-8.8×10^{-6}
Au	-34×10^{-6}
Bi	-170×10^{-6}
C(grafit)	-160×10^{-6}
C(kryształ)	-450×10^{-6}

doskonały diamagnetyk
$\chi = -1$ (nadprzewodniki)

- ruch e wokół jądra powoduje

$$\omega_c = \frac{eB}{2m}$$ (cz. Larmora → precesja)

Prąd $I = (-Ze)\left(\frac{1}{2\pi}\frac{eB}{2m}\right)$ moment magnet. pętli I

$\mu = I\pi\rho^2$ (ρ – średni promień)

$$\mu = \frac{-Ze^2B}{4m}\langle\rho^2\rangle$$

$\langle\rho^2\rangle = \langle x^2\rangle + \langle y^2\rangle$ (w płaszcz.)

$\langle r^2\rangle = \langle x^2\rangle + \langle y^2\rangle + \langle z^2\rangle$

$\langle x^2\rangle = \langle y^2\rangle = \langle z^2\rangle$

$\langle r^2\rangle = \frac{3}{2}\langle\rho^2\rangle$

$$\chi = \frac{\mu_0 N \mu}{B} = -\frac{\mu_0 N Z e^2 \langle r^2\rangle}{6m}$$

N – liczba atomów na j. objętości

$$\mu = I\pi\frac{2}{3}\langle r^2\rangle = -\frac{Ze^2B}{4\pi m}\pi\frac{2}{3}\langle r^2\rangle$$

$$\chi^{magn}_{Vleck} = \frac{2\mu_0 \mu_B^2}{V} \sum_n \frac{|\langle 0 | (L_z + g_0 S_z) | n \rangle|^2}{E_n - E_0}$$

$$\chi_{Vleck} > 0 \quad \text{bo} \quad E_n > E_0$$

- przejścia elektronowe pod wpływem pola $\vec{B}$
- zwykle $\Delta E = E_n - E_0$ dość duże czyli χ - małe

W8.2 Paramagnetyzm (teoria kwantowa)

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{J} = -g \mu_B \vec{J} \qquad \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

($\vec{J}$ – całk., $\vec{L}$ – orbit., $\vec{S}$ – spinowy)

γ – stosunek giromagnetyczny $\qquad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ (magneton Bohra)

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$\boxed{\mu_B = 0.579 \times 10^{-4} \frac{eV}{T}}$$

dla elektronu $\boxed{g = 2.0023} = 2\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots\right)$

$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ (stała struktury subt.)

W polu magnet. poziomy energet.

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m_J g \mu_B B$$

m_J – magnetyczna liczba kwantowa $J, J-1, \dots, -J$

Jeśli moment orbitalny $= 0 \Rightarrow m_J = \pm\frac{1}{2}$ i $g = 2$

$$U = \pm \mu_B B \quad \leftarrow \text{moment spinowy w polu}$$

W stanie równowagi obsadzenie poziomów następująco:

$$\frac{N_1}{N} = \frac{\exp(\mu B / k_B T)}{\exp(\mu B / k_B T) + \exp(-\mu B / k_B T)} \quad \text{i} \quad \frac{N_2}{N} = \frac{\exp(-\mu B / k_B T)}{\exp(\mu B / k_B T) + \exp(-\mu B / k_B T)}$$

$$M = (N_1 - N_2)\mu = N\mu \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = N\mu \, \mathrm{tgh}\, x \qquad x = \frac{\mu B}{k_B T}$$

Dla $x \ll 1 \quad \mathrm{tgh}\, x \approx x \qquad M \approx N\mu (\mu B / k_B T)$

W8.3 || W polu magnet. atomy o liczbie kwant. J mają $(2J+1)$ równoodległych poziomów energ.

$$M = N g J \mu_B B_J(x) \qquad x = \frac{g J \mu_B B}{k_B T}$$

$B_J(x)$ – funkcja Brillouina

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{ctgh}\left[\frac{(2J+1)x}{2J}\right] - \frac{1}{2J} \operatorname{ctgh}\left(\frac{x}{2J}\right)$$

(duże pola B)

$x \to \infty \implies$ $\boxed{M = N g \mu_B J}$

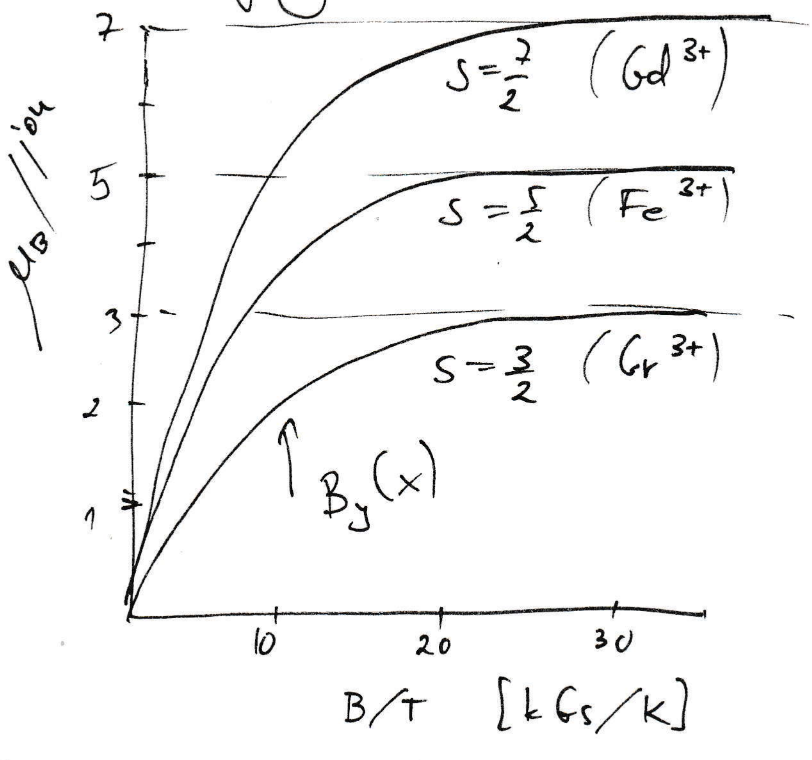
dla $J = \frac{1}{2} \implies$ mamy $M = N\mu \operatorname{tgh} x$

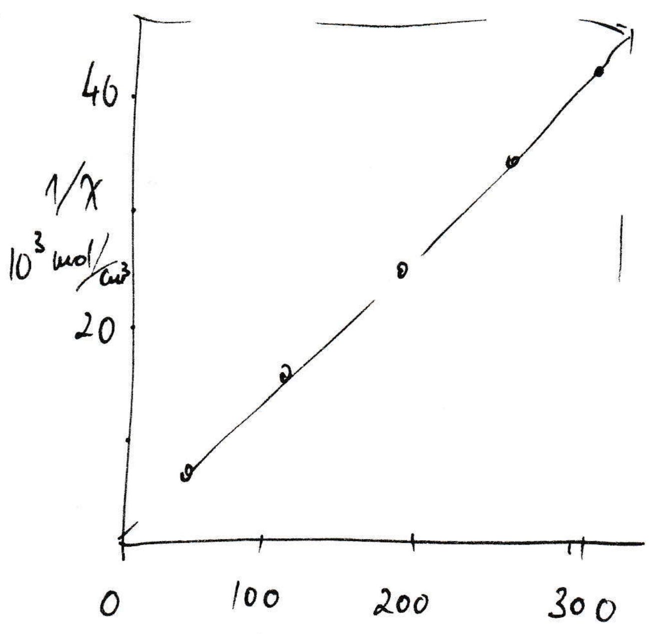
Dla $x \ll 1$ $\quad \operatorname{ctgh} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \dots$

$$\frac{M}{B} \approx \frac{N J(J+1) g^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{N p^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$ ← stała Curie

prawo Curie $\qquad p = g\sqrt{J(J+1)}$

efektywny moment → efektywna liczba magn. Bohra





W8.3 || W polu magnet. atomy o liczbie kwant. J mają $(2J+1)$ równoodległych poziomów energ.

$$M = N g J \mu_B B_J(x) \qquad x = \frac{g J \mu_B B}{k_B T}$$

$B_J(x)$ – funkcja Brillouina

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J}\,\mathrm{ctgh}\left[\frac{(2J+1)x}{2J}\right] - \frac{1}{2J}\,\mathrm{ctgh}\left(\frac{x}{2J}\right)$$

(duże pola B)

$x \to \infty \Rightarrow$ $\boxed{M = N g \mu_B J}$

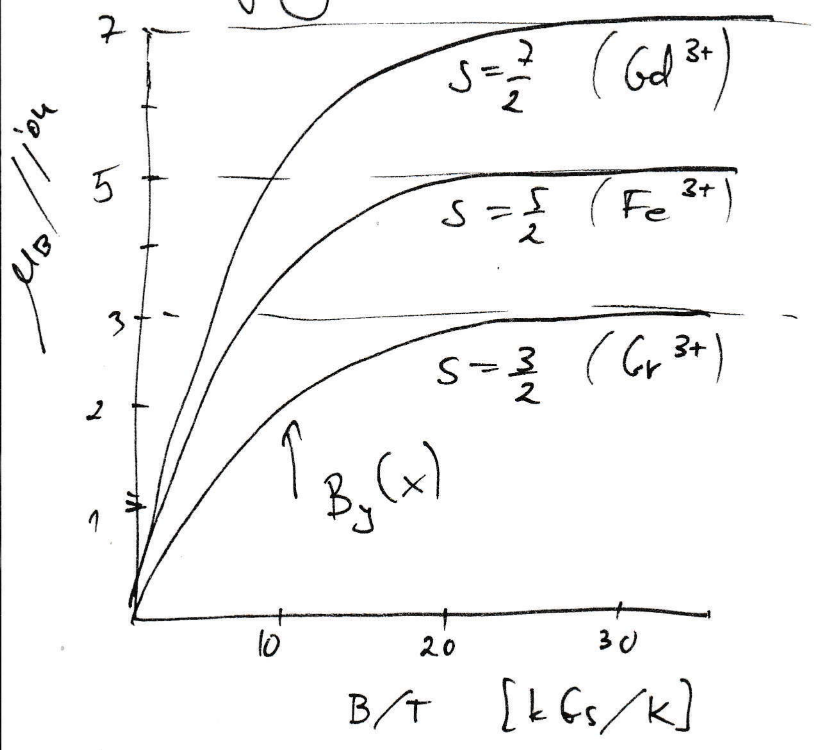
dla $J = \frac{1}{2} \Rightarrow$ mamy $M = N\mu \,\mathrm{tgh}\, x$

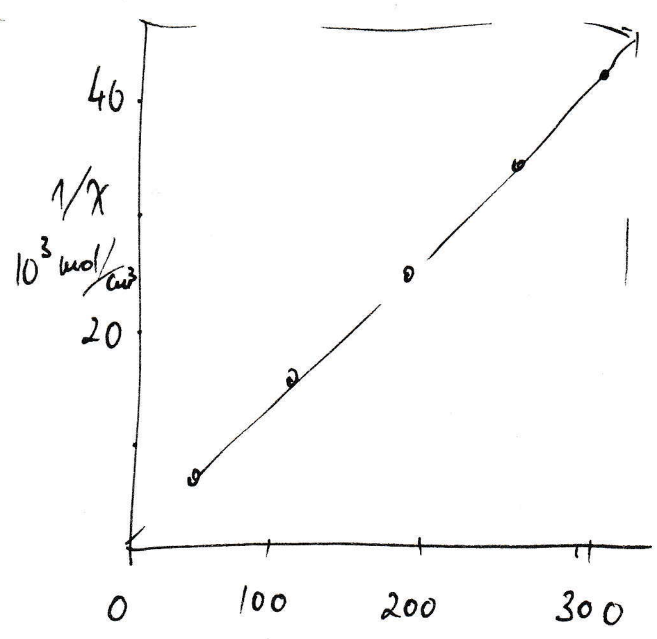
Dla $x \ll 1$ $\mathrm{ctgh}\, x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \dots$

$$\frac{M}{B} \approx \frac{N J(J+1) g^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{N p^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$ ← stała Curie

prawo Curie $\qquad p = g\sqrt{J(J+1)}$

efektywny moment → efektywna liczba magn. Bohra





W 8.4 **Reguły Hunda:** $L = \sum m_l \quad S = \sum m_s$

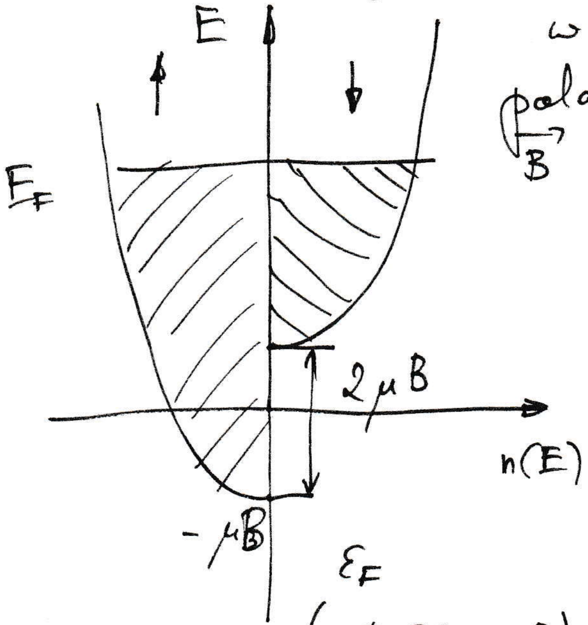
1. $S \rightarrow$ maks. dozwolony przez zakaz Pauliego
2. $L \rightarrow$ maks. dopuszczalna dla danej wartości S
3. $J = |L - S|$ powłoka poniżej połowy $< 2l+1$

   $J = L + S$ powłoka zapełniona $> \frac{1}{2} \,|\, > 2l+1$

   w połowie $L = 0 \Rightarrow J = S \quad = 2l+1$

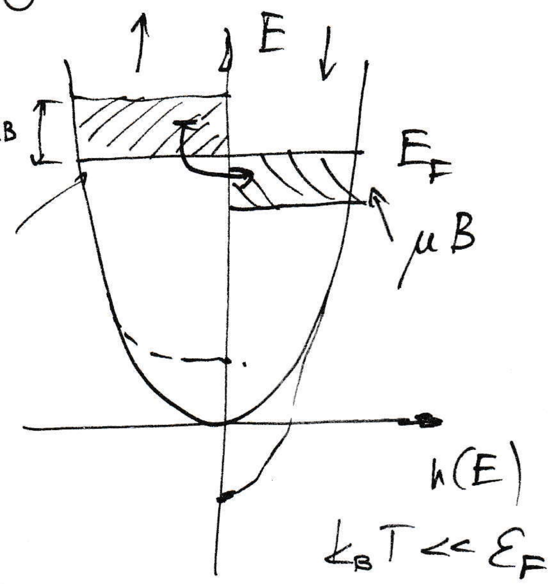
$^{2S+1}L_J$ termy

Paramagnetyzm Pauliego ($\bar{e}$ przewodnictwa)



w obecności pola magnet. $\vec{B}$

μB



$$N_+ = \frac{1}{2}\int_{-\mu B}^{\mathcal{E}_F} D(\mathcal{E} + \mu B)\, d\mathcal{E} \approx \frac{1}{2}\int_0^{\mathcal{E}_F} D(\mathcal{E})\, d\mathcal{E} + \frac{1}{2}\mu B\, D(\mathcal{E}_F)$$

$$N_- = \frac{1}{2}\int_{\mu B}^{\mathcal{E}_F} D(\mathcal{E} - \mu B)\, d\mathcal{E} \approx \frac{1}{2}\int_0^{\mathcal{E}_F} D(\mathcal{E})\, d\mathcal{E} - \frac{1}{2}\mu B\, D(\mathcal{E}_F)$$

$$M = \mu (N^+ - N^-) = \mu^2 D(\mathcal{E}_F) B = \boxed{\frac{3N\mu^2}{2k_B T_F} B}$$

bo $D(\mathcal{E}_F) = \frac{3N}{2\mathcal{E}_F} = \frac{3N}{k_B T_F}$ namagnesowanie Pauliego $\bar{e}$ przewodn. dla $k_B T \ll \mathcal{E}_F$

poprawka Landau'a na zaburzenie f. fal. przez B $\boxed{M = \frac{N\mu_B^2}{k_B T_F} B}$ $\boxed{\chi_p = \frac{3N\mu^2}{2\mathcal{E}_F}}$

W 8.5 Użyteczne formuły $\boxed{F = E - TS}$

~~2850~~

~~2225~~

$$\chi^{mag}(H) = \frac{\partial M(H)}{\partial H}\Big|_{S,V} = -\frac{1}{\mu_0 V}\frac{\partial^2 E}{\partial H^2}\Big|_{S,V} \qquad F = -k_B T \ln Z$$

$$\chi^{mag}(H,T) = -\frac{1}{\mu_B V}\frac{\partial F(H,T)}{\partial H}\Big|_{S,V} = -\frac{1}{\mu_B V}\frac{\partial^2 F(H,T)}{\partial H^2}\Big|_{S,V}$$

$\uparrow\downarrow$ $\quad$ $\uparrow\uparrow$ Rozszczepienie singletowo-trypletowe dla dwóch elektronów

$S=0$ $\quad$ $S=1$

E_s $\quad$ E_t

↓ hamiltonian Heisenberga

$\vec{S}_i^2 = \frac{3}{4}$ ale $\vec{S}^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 = \vec{S}_1^2 + \vec{S}_2^2 + 2\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 =$

$i = 1, 2$

$$= \frac{3}{4} + 2\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2$$

$\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 \longrightarrow S(S+1)$ wartość własna

dla $S=0 \Rightarrow \vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ $\quad E_s = -\frac{3}{4}$, $\quad E_t = +\frac{1}{4}$

$S=1 \Rightarrow 2\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 =$ ~~$\left(1-\frac{3}{4}\right)\frac{1}{2}$~~ $1 - \frac{3}{2} = +\frac{1}{4}$

$\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 = -\frac{1}{...}$

$J > 0$ ferro

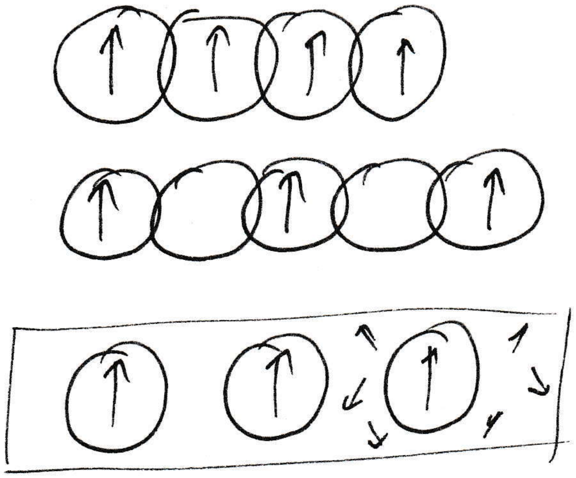
$J < 0$ antyferro

$H^{spin} = -J\,\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2$ $\qquad J = E_s - E_t$

$$\boxed{H^{spin} = -\sum_{ij} J_{ij}\,\vec{S}_i\cdot\vec{S}_j}$$

$|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$

Stan	S	S_z
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert\uparrow\downarrow\rangle - \lvert\downarrow\uparrow\rangle)$	0	0
$\lvert\uparrow\uparrow\rangle$	1	1
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert\uparrow\downarrow\rangle + \lvert\downarrow\uparrow\rangle)$	1	0
$\lvert\downarrow\downarrow\rangle$	1	−1



"direct exchange"
wymiana bezpośrednia

"superexchange"
nadwymiana

wymiana pośrednia
"indirect exchange"

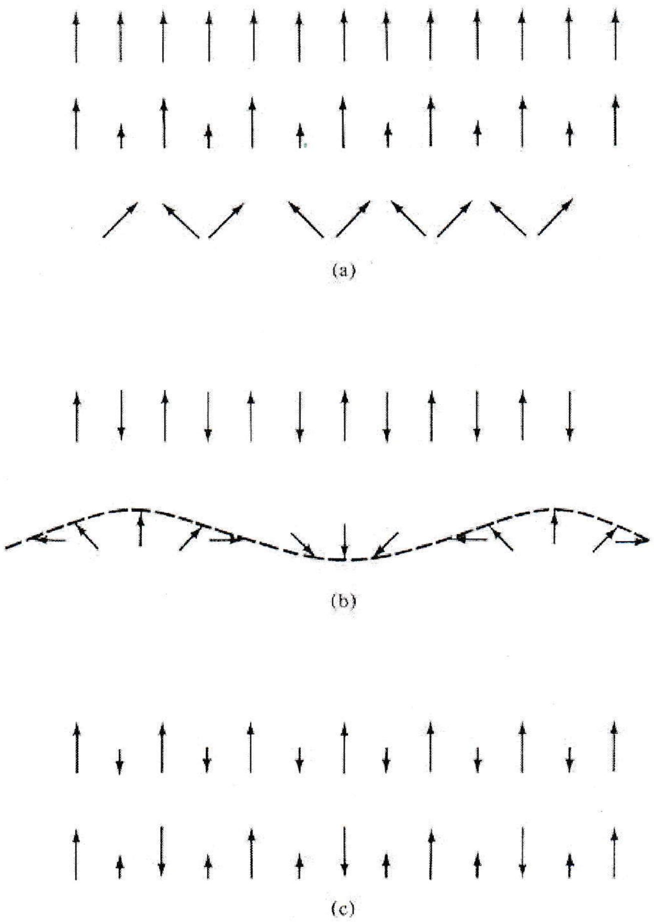
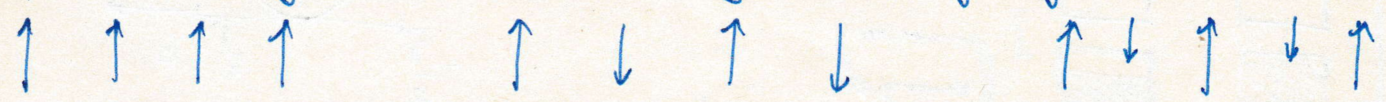


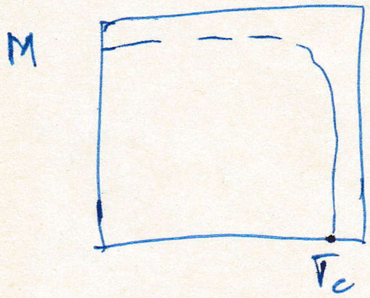
Figure 8.8: Typical magnetic orders in a simple linear array of spins. (a) ferromagnetic, (b) antiferromagnetic, and (c) ferrimagnetic.

Ferromagnetyzm + antyferromagnetyzm



T_c – temperatura Curie $T > T_c$ znika spontaniczne uporządkowanie momentów magnet.

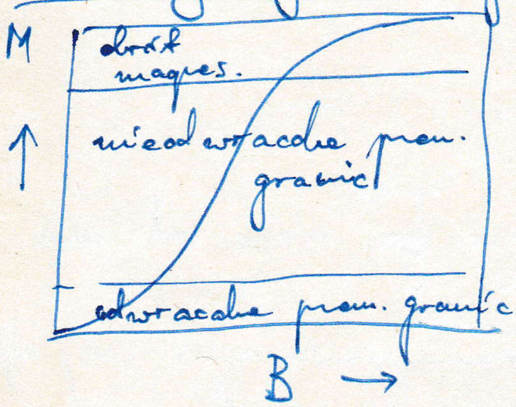
prawo Curie–Weissa $\chi = \frac{M}{B_a} = \frac{C}{T-T_c}$

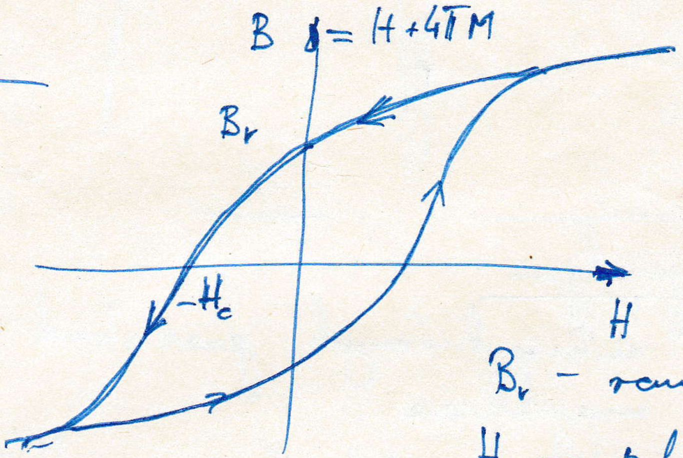


AFM

$$\chi = \frac{2C}{T+\Theta}$$

Domeny ferromagnet.



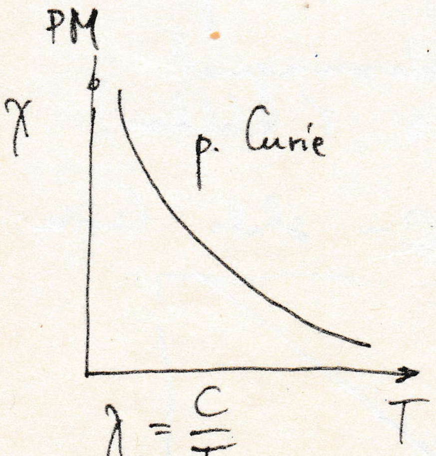


B_r – remanencja

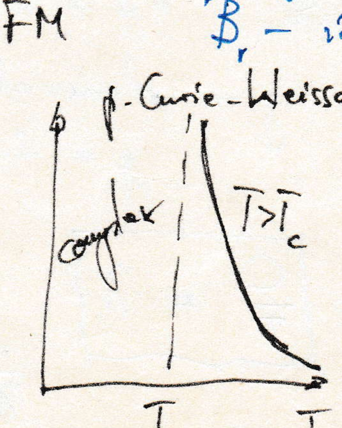
H_c – pole koercji (pole jakie trzeba przyłożyć by zmniejszyć indukcję do zera)

magnetyki miękkie i twarde.

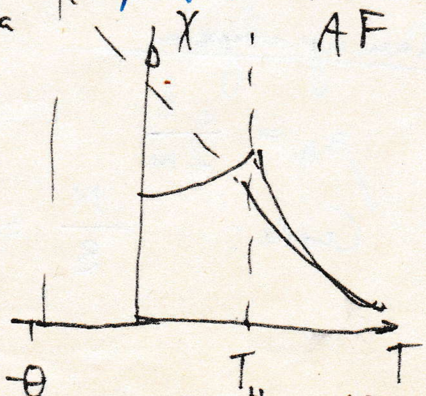
B_r – indukcja przy $H=0$



$\chi = \frac{C}{T}$



$\chi = \frac{C}{T-T_c}$



$T > T_N$

$\chi = \frac{C}{T+\theta}$

W8.6

Model Stonera dla ē "wędrownych"

$$E_{\uparrow}(\vec{k}) = \mathcal{E}(k) - I\,\frac{N_{\uparrow}-N_{\downarrow}}{N} \qquad E_{\downarrow}(\vec{k}) = \mathcal{E}(k) + I\,\frac{N_{\uparrow}-N_{\downarrow}}{N}$$

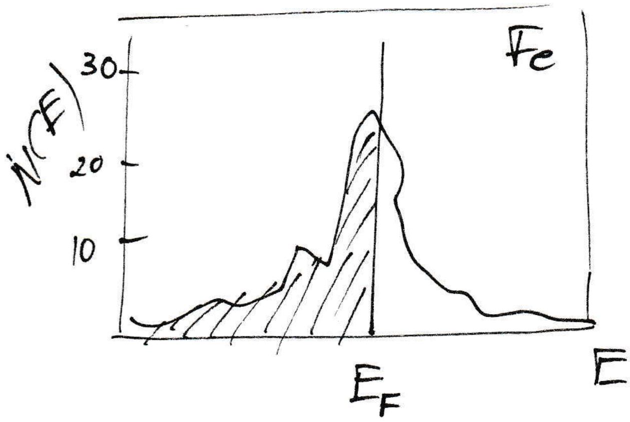
I – parametr Stonera (energia wymiany!)

$N_{\uparrow}$, $N_{\downarrow}$ – gęstość stanów na poziomie Fermiego

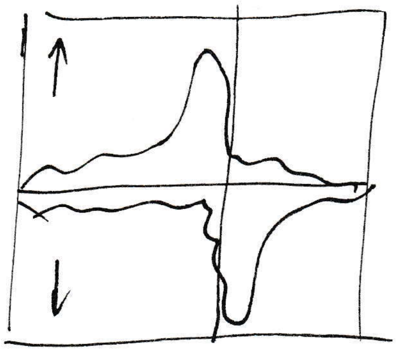
non-magnetic $\quad I \cdot N(E_F) > 1 \implies$ ~~magnetyczny~~ spontanicznie magnetyczny

$$P = \frac{N_{\uparrow}-N_{\downarrow}}{N} \quad \text{polaryzacja elektronów}$$

ok. $N(E_F) \gtrsim 15/Ry/spin$



Stoner ⟶



$\mu_{Fe} \sim 2.2\,\mu_B$

r. Diraca

$$\begin{pmatrix} V & c\vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ c\vec{\sigma}\cdot\vec{p} & -2c^2+V \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi \\ \chi\end{pmatrix} = E\begin{pmatrix}\phi \\ \chi\end{pmatrix}$$

$\vec{p} \to \vec{p} + e\vec{A}$

$\vec{H} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$

$\phi = \begin{pmatrix}\phi_\uparrow \\ \phi_\downarrow\end{pmatrix}$ $\chi = \begin{pmatrix}\chi_\uparrow \\ \chi_\downarrow\end{pmatrix}$ $\vec{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$

f. falowa elektronu f. falowa pozytonu

$\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

macierze Pauliego