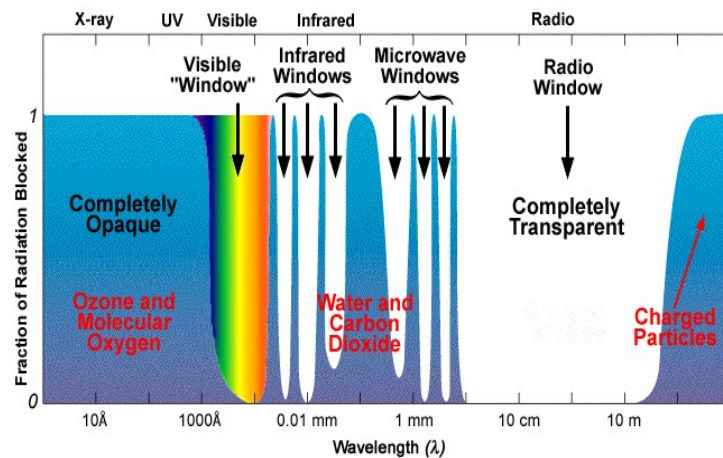
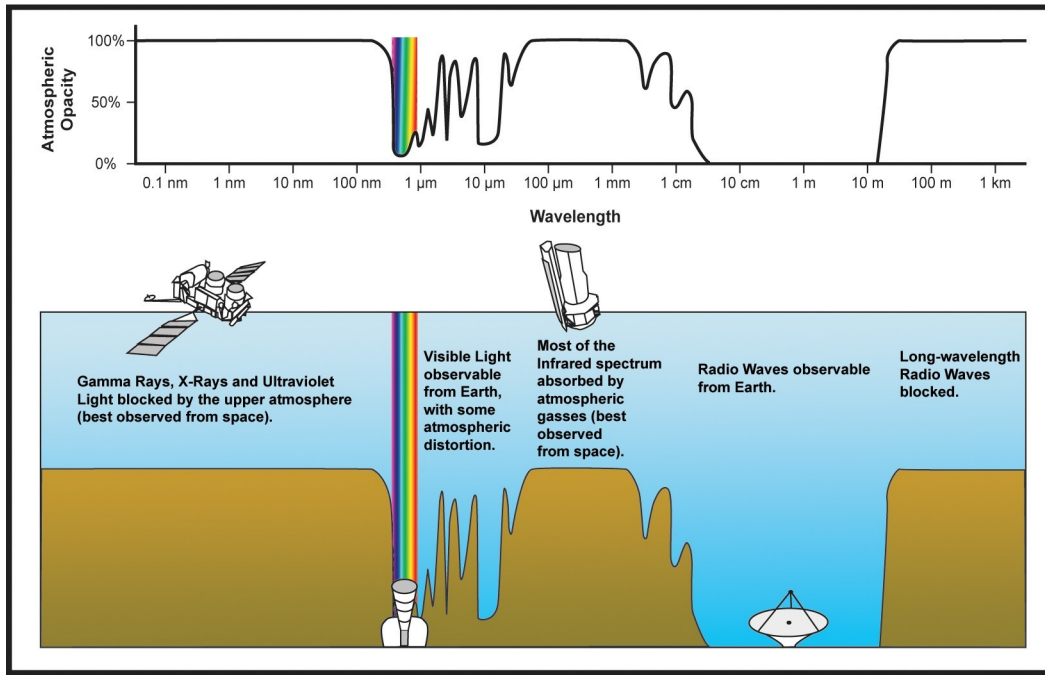
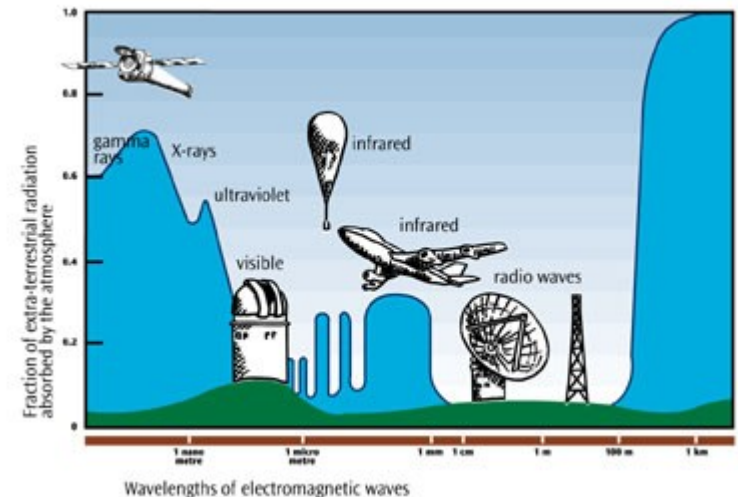
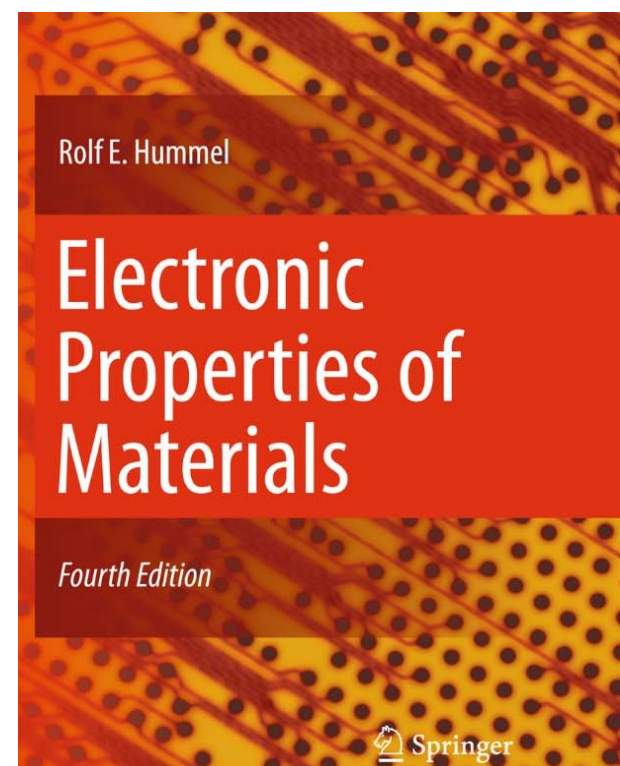


Własności optyczne kryształów



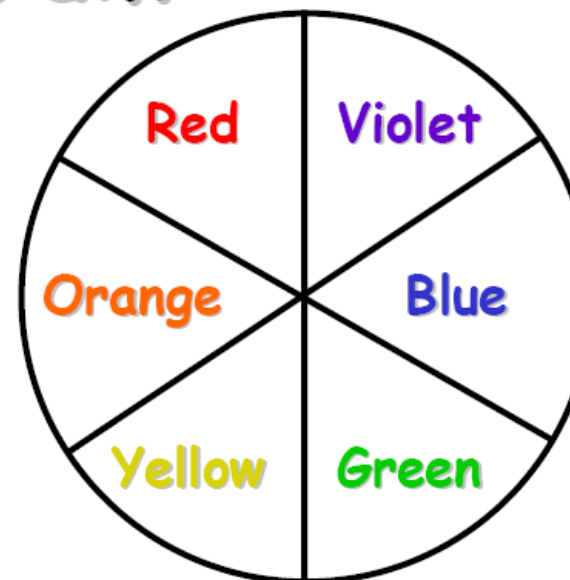
The German poet Goethe was probably the first one who explicitly spelled out 200 years ago in his *Treatise on Color* that *color* is not an absolute property of matter (such as the resistivity), but requires a living being for its perception and description. Applying Goethe's findings, it was possible to explain qualitatively the color of, say, gold in simple terms.



Electromagnetic Radiation and the Visible Spectrum

100-400 nm	12.4 - 3.10 eV
400-425 nm	3.10 - 2.92 eV
425-492 nm	2.92 - 2.52 eV
492-575 nm	2.52 - 2.15 eV
575-585 nm	2.15 - 2.12 eV
585-647 nm	2.12 - 1.92 eV
647-700 nm	1.92 - 1.77 eV

· IR 10,000-700 nm 1.77 - 0.12 eV



- a material absorbs violet light → Color = Yellow
- a material absorbs green light → Color = Red
- a material absorbs violet, blue & green → Color = Orange-Red
- a material absorbs red, orange & yellow → Color = Blue

Light – Matter Interaction

Response to external electric field E

Polarizability:

$$P_{\alpha} = \sum_{\beta} \chi_{\alpha\beta} E_{\beta} + \sum_{\beta\gamma} \chi_{\alpha\beta\gamma} E_{\beta} E_{\gamma} + \dots$$

Linear approximation:

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}$$

susceptibility χ

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

conductivity σ

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

dielectric tensor ϵ

$$D_{\alpha}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\beta} \int \int \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') E_{\beta}(\mathbf{r}', t')$$

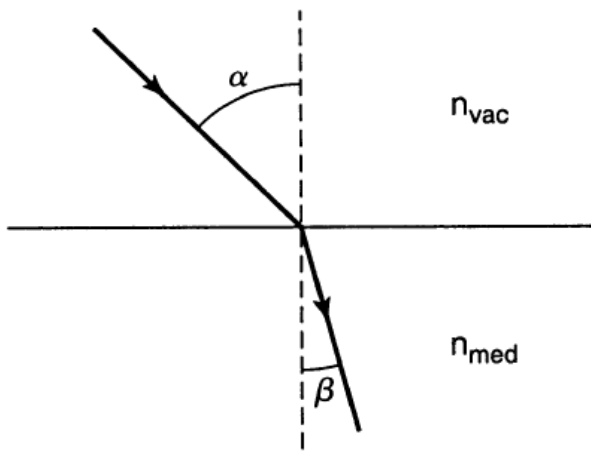
Fourier transform:

$$D_{\alpha}(\mathbf{q} + \mathbf{G}, \omega) = \sum_{\beta} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{q} + \mathbf{G}, \mathbf{q} + \mathbf{G}', \omega) E_{\beta}(\mathbf{q} + \mathbf{G}', \omega)$$

Współczynniki optyczne

Prawo Snella

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{med}}}{n_{\text{vac}}} = n$$

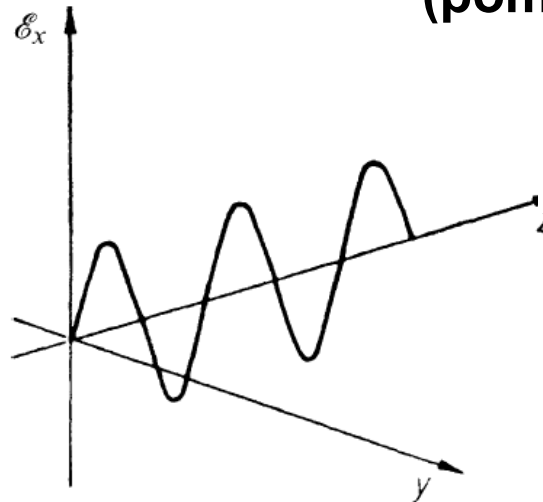


Współczynnik załamania (dyspersja)

$$n = \frac{c_{\text{vac}}}{c_{\text{med}}} = \frac{c}{v}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_{\text{vac}}}{c_{\text{med}}}$$

Tłumienie fali EM w ośrodku (pomijamy efekty magnetyczne)



$$c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial z^2} = \varepsilon \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t}$$

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{zn}{c} \right) \right]$$

ε - stała dielektryczna

σ - przewodność (zmiennoprądowa)

Zespolony współczynnik załamania

$$\hat{n} = n - ik \quad \hat{n}^2 = \varepsilon - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} i$$

$$\hat{n}^2 = n^2 - k^2 - 2nki = \varepsilon - \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 v} i$$



współczynnik ekstynkcji (absorpcja)

Współczynniki optyczne cd.

Relacje własności optycznych i dielektrycznych

$$\varepsilon = n^2 - k^2,$$

$$\hat{n}^2 = n^2 - k^2 - 2nik \equiv \hat{\varepsilon} = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2.$$

$$\sigma = 4\pi\varepsilon_0 nkv.$$

Rzeczywista i urojone części tensora stałej dielektrycznej

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2$$

$$\varepsilon_2 = 2nk = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 v}$$

w izolatorach

$$\sigma \approx 0 \quad \Rightarrow \quad k \approx 0 \quad \varepsilon = n^2 \quad \text{tzw. relacja Maxwella}$$

Ogólne relacje pomiędzy współczynnikami

$$n^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 v} \right)^2} + \varepsilon \right) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1 \right)$$

$$k^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 v} \right)^2} - \varepsilon \right) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} - \varepsilon_1 \right)$$

Wnikanie fali EM w metalach

$$I = \mathcal{E}^2 = I_0 \exp\left(-\frac{2\omega k}{c}z\right)$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{e} = e^{-1} \quad \text{ok. 37\%}$$

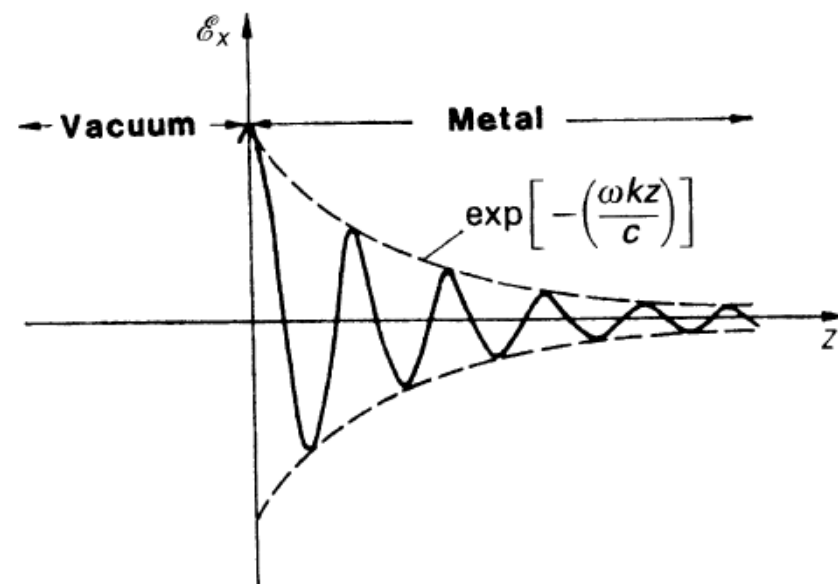
W - charakterystyczna głębokość wnikania

$$z = W = \frac{c}{2\omega k} = \frac{c}{4\pi\nu k} = \frac{\lambda}{4\pi k}$$

Współczynnik absorpcji fali EM

$$\alpha = \frac{4\pi k}{\lambda} = \frac{2\pi\epsilon_2}{\lambda n} = \frac{\sigma}{nc\epsilon_0} = \frac{2\omega k}{c}$$

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z(n - ik)}{c}\right)\right]$$



$$\mathcal{E}_x = \underbrace{\mathcal{E}_0 \exp\left[-\frac{\omega k}{c}z\right]}_{\text{Damped amplitude}} \cdot \underbrace{\exp\left[i\omega\left(t - \frac{zn}{c}\right)\right]}_{\text{Undamped wave}}$$

Parametry optyczne wybranych materiałów

	n	k	W (nm)	$R\%$ ^b
Metals				
Copper	0.14	3.35	14.2	95.6
Silver	0.05	4.09	11.7	98.9
Gold	0.21	3.24	14.7	92.9
Aluminum	0.97	6.0	7.9	90.3
Ceramics				
Silica glass (Vycor)	1.46	a	3×10^8	3.50
Soda-lime glass	1.51	a		4.13
Dense flint glass	1.75	a		7.44
Quartz	1.55	a		4.65
Al ₂ O ₃	1.76	a		7.58
Polymers				
Polyethylene	1.51	a		4.13
Polystyrene	1.60	a		5.32
Polytetrafluoroethylene	1.35	a		2.22
Semiconductors				
Silicon	3.94	0.025	1,910	35.42
GaAs	3.91	0.228	209	35.26

^aThe damping constant for dielectrics is about 10^{-7} .

^bThe reflection is considered to have occurred on one reflecting surface only.

Współczynnik absorpcji, odbicia i transmisji

Prawo Beera-Lamberta $I/I_o = \exp(-2\omega kz/c) = \exp(-\alpha z)$

$$-\ln I/I_o = \alpha z = A_\lambda$$

A_λ (zależna od dł. fali) - gęstość optyczna lub czasem nazywana absorbancją

Prawo Beera-Lamberta nie stosuje się dla dużych z (silne rozpraszanie)

Zdolność odbicia (*reflectivity*)

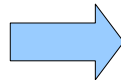
$$R = \frac{I_R}{I_0}$$

Zdolność transmisji (*transmittance*)

$$T = \frac{I_T}{I_0}$$

Eksperymenty pokazują, że w izolatorach R zależy tylko od współczynnika załamania n , można to również wyprowadzić z równań Maxwella

$$R = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}$$



$$R = \left| \frac{\hat{n} - 1}{\hat{n} + 1} \right|^2$$

Współczynnik absorpcji, odbicia i transmisji

Równanie
Beera

$$R = \frac{(n - ik - 1)}{(n - ik + 1)} \cdot \frac{(n + ik - 1)}{(n + ik + 1)} = \frac{(n - 1)^2 + k^2}{(n + 1)^2 + k^2} \longrightarrow R = \frac{n^2 + k^2 + 1 - 2n}{n^2 + k^2 + 1 + 2n},$$

$$n^2 + k^2 = \sqrt{(n^2 + k^2)^2} = \sqrt{n^4 + 2n^2k^2 + k^4}$$

$$= \sqrt{n^4 - 2n^2k^2 + k^4 + 4n^2k^2} = \sqrt{(n^2 - k^2)^2 + 4n^2k^2}$$

$$= \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2},$$

$$R = \frac{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + 1 - \sqrt{2(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1)}}{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + 1 + \sqrt{2(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1)}}.$$

$$2n = \sqrt{4n^2} = \sqrt{2(n^2 + k^2 + n^2 - k^2)} = \sqrt{2(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1)}.$$

Zależność Hagen-Rubensa

Dla małych częstości $< 10^{13}$ Hz w metalach $\sigma/2\pi\varepsilon_0 \approx 10^{17} \text{ s}^{-1}$

$$\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0\nu} \approx \frac{10^{17}}{10^{13}} \gg \varepsilon. \quad \longrightarrow \quad n^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0\nu} \right)^2} + \varepsilon \right) \longrightarrow n^2 \approx \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0\nu} \approx k^2.$$

$$R = \frac{n^2 + 2n + 1 + k^2 - 4n}{n^2 + 2n + 1 + k^2} = 1 - \frac{4n}{2n^2 + 2n + 1} \quad R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 4\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} \pi\varepsilon_0$$

$$(2n + 1) \ll n^2$$

metale w dobrze odbijają fale w obszarze IR

Własności optyczne plazmy elektronowej

$$D = \epsilon \epsilon_0 \mathcal{E} = \frac{q}{A}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \mathcal{E} = e \mathcal{E}_0 \exp(i\omega t) \quad \longrightarrow \quad x = -\frac{e \mathcal{E}}{m 4 \pi^2 \nu^2} \quad D = \epsilon_0 \mathcal{E} + P,$$

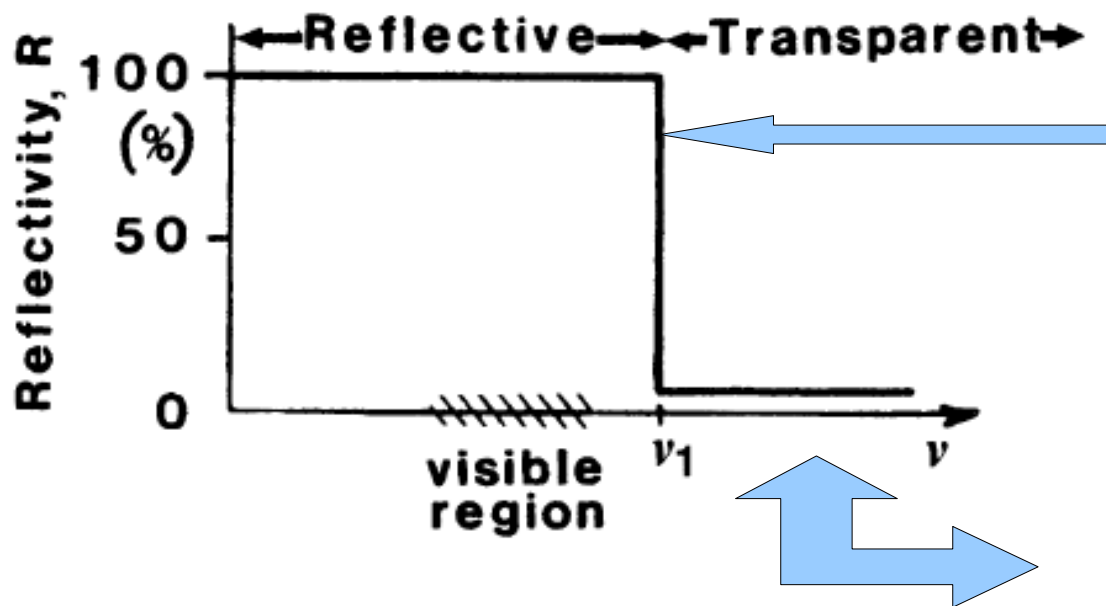
Polaryzacja ośrodka = suma momentów dipolowych swobodnych elektronów

$$P = exN_f \quad \longrightarrow \quad \epsilon = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 \mathcal{E}} \quad \longrightarrow \quad \hat{\epsilon} = 1 - \frac{e^2 N_f}{4 \pi^2 \epsilon_0 m \nu^2}$$

Częstość
plazmonowa

$$\nu_1^2 = \frac{e^2 N_f}{4 \pi^2 \epsilon_0 m}$$

$$\hat{n}^2 = 1 - \frac{e^2 N_f}{4 \pi^2 \epsilon_0 m \nu^2}$$



Dla mniejszych częstotliwości,
tylko część urojona k , $n=0$

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2} = \frac{1+k^2}{1+k^2} = 1$$

Dla większych częstotliwości, tylko
część rzeczywista n , bo $k=0$.

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

Własności optyczne plazmy elektronowej

Licząc częstość plazmonową zakładaliśmy, że każdy atom dostarcza 1 elektron

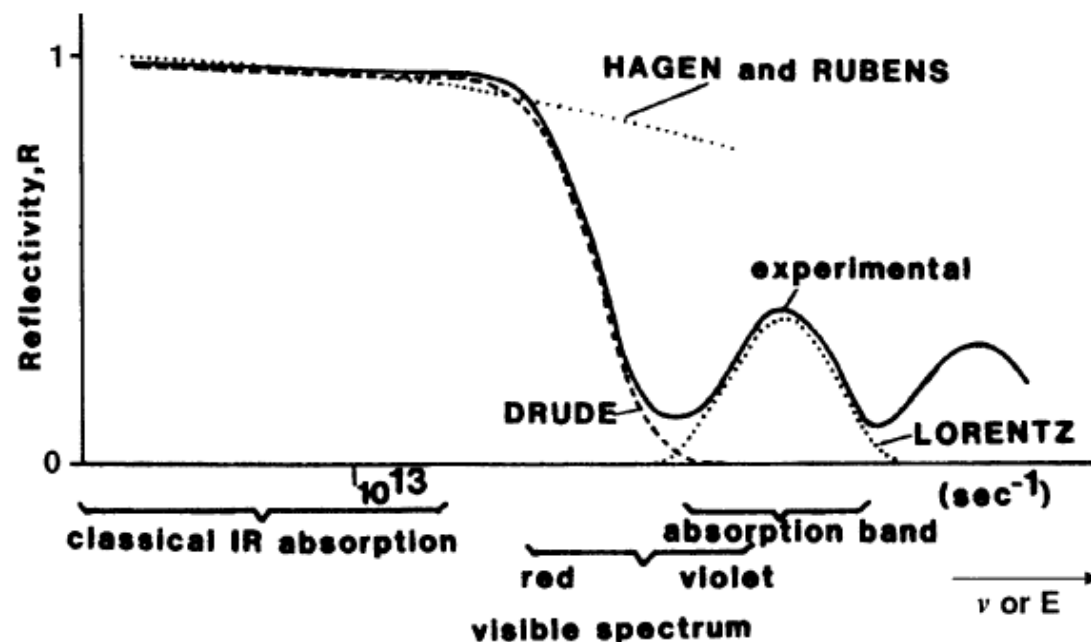
$$v_1^2 = \frac{e^2 N_f}{4\pi^2 \epsilon_0 m}$$

$$\frac{v_1^2 \text{ (observed)}}{v_1^2 \text{ (calculated)}} = N_{\text{eff}}$$

wprowadza się efektywną liczbę elektronów, N_{eff}

Metal	Li	Na	K	Rb	Cs
v_1 (10^{14} s^{-1}), observed	14.6	14.3	9.52	8.33	6.81
v_1 (10^{14} s^{-1}), calculated	19.4	14.3	10.34	9.37	8.33
λ_1 nm ($= c/v_1$), observed	150	210	290	320	360
N_{eff} [free electrons/atom]	0.57	1.0	0.8	0.79	0.67

$$N_{\text{eff}} = \frac{(1 - n^2 + k^2) v^2 4\pi^2 \epsilon_0 m}{e^2}$$



Zdolność odbijania fal EM
w metalach

Własności optyczne plazmy elektronowej (z tłumieniem)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} = e\mathcal{E} = e\mathcal{E}_0 \exp(i\omega t)$$

Dobór częstości pola (poprzez tłumienie) może prowadzić do jednostajnego dryfu ze stałą prędkością.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0, \quad \frac{e\mathcal{E}}{\gamma} = \frac{dx}{dt} = v' \quad v' = \frac{j}{eN_f} \quad \text{Model Drudego} \rightarrow \gamma = \frac{N_f e^2}{\sigma_0}$$

$$j = \sigma_0 \mathcal{E}, \quad \text{Prawo Ohma} \rightarrow$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{N_f e^2}{\sigma_0} \frac{dx}{dt} = e\mathcal{E} = e\mathcal{E}_0 \exp(i\omega t)$$

$$x = \frac{\mathcal{E}}{\frac{N_f e \omega}{\sigma_0} i - \frac{m \omega^2}{e}} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{e N_f \mathcal{E}}{\frac{N_f e \omega}{\sigma_0} i - \frac{m \omega^2}{e}} \quad P = e x N_f$$

Polaryzacja ośrodka

$$\hat{\epsilon} = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 \mathcal{E}} = 1 + \frac{1}{\frac{2\pi \epsilon_0 v}{\sigma_0} i - \frac{m 4\pi^2 \epsilon_0}{N_f e^2} v^2} \quad \hat{\epsilon} = 1 + \frac{1}{\frac{2\pi \epsilon_0 v}{\sigma_0} i - \frac{v^2}{v_1^2}} = 1 + \frac{v_1^2}{i v \frac{2\pi \epsilon_0 v_1^2}{\sigma_0} - v^2}$$

częstość plazmonowa

Własności optyczne plazmy elektronowej (z tłumieniem)

częstość tłumienia $\nu_2 = \frac{2\pi\epsilon_0\nu_1^2}{\sigma_0} = 2\pi\epsilon_0\nu_1^2\rho_0$

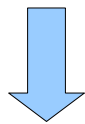
$$\hat{\epsilon} = 1 + \frac{\nu_1^2}{i\nu\nu_2 - \nu^2} \quad (\hat{n})^2 = n^2 - 2nki - k^2 = 1 - \frac{\nu_1^2}{\nu^2 - \nu\nu_2i}$$

Użyteczne relacje dla części rzeczywistej i urojonej stałej dielektrycznej

$$n^2 - k^2 = \epsilon_1 = 1 - \frac{\nu_1^2}{\nu^2 + \nu_2^2}$$

$$2nk = \epsilon_2 = \frac{\nu_2}{\nu} \frac{\nu_1^2}{\nu^2 + \nu_2^2},$$

Oporności i częstości tłumienia
wybranych metali

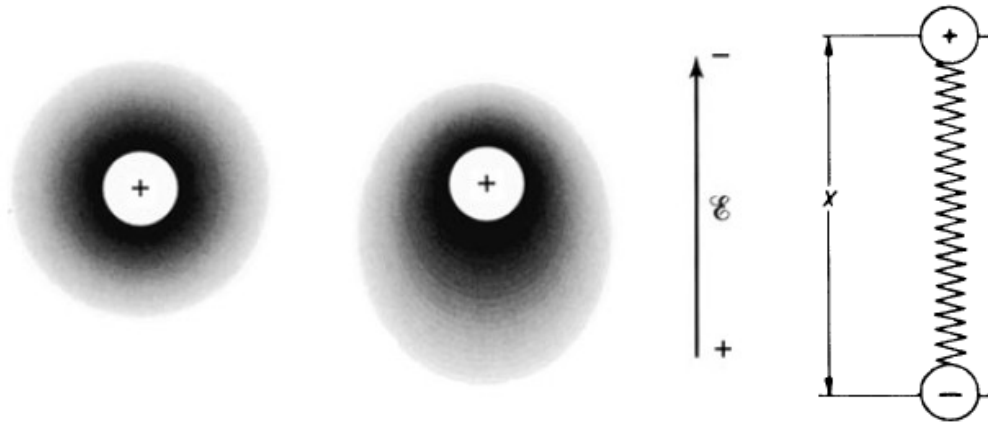


$$\nu_1 = \sqrt{\frac{e^2 N_f}{4\pi^2 \epsilon_0 m}} \quad \nu_2 = \frac{2\pi\epsilon_0\nu_1^2}{\sigma_0}$$

Metal	Li	Na	K	Rb	Cs	Cu	Ag	Au
ρ_0 ($\mu\Omega$ cm) ^a	8.55	4.2	6.15	12.5	20	1.67	1.59	2.35
ν_2 (10^{12} s ⁻¹)	10.1	4.8	3.1	4.82	5.15	4.7	4.35	5.9

^a *Handbook of Chemistry and Physics*, 1977; room-temperature values.

Własności optyczne plazmy (dipole oscylujące)



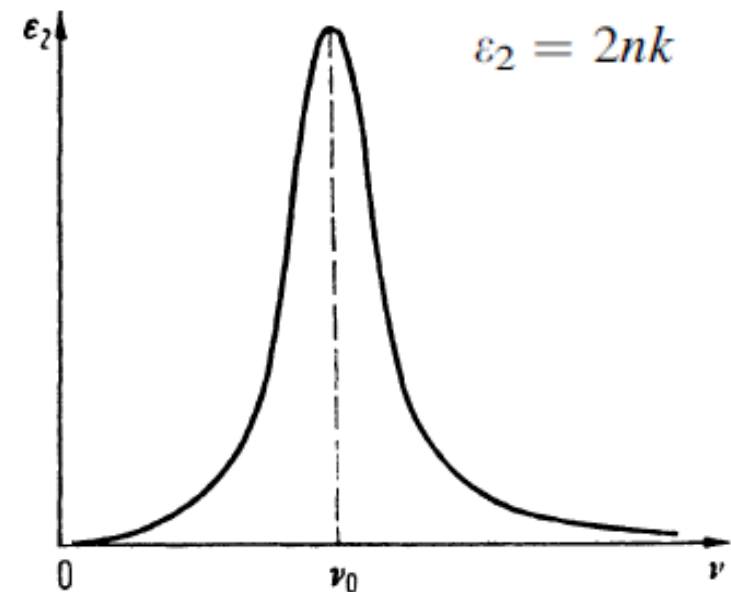
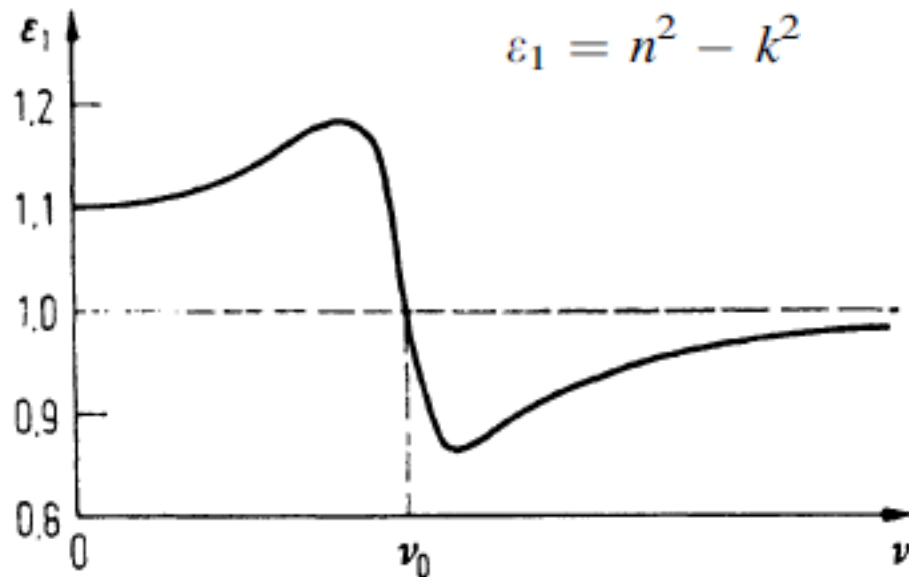
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma' \frac{dx}{dt} + \kappa x = e \mathcal{E}_0 \exp(i\omega t)$$

$$x = \frac{e \mathcal{E}_0}{\sqrt{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma'^2 \omega^2}} \exp[i(\omega t - \phi)]$$

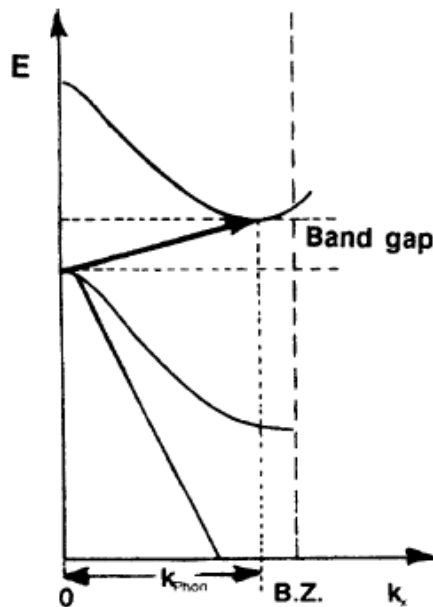
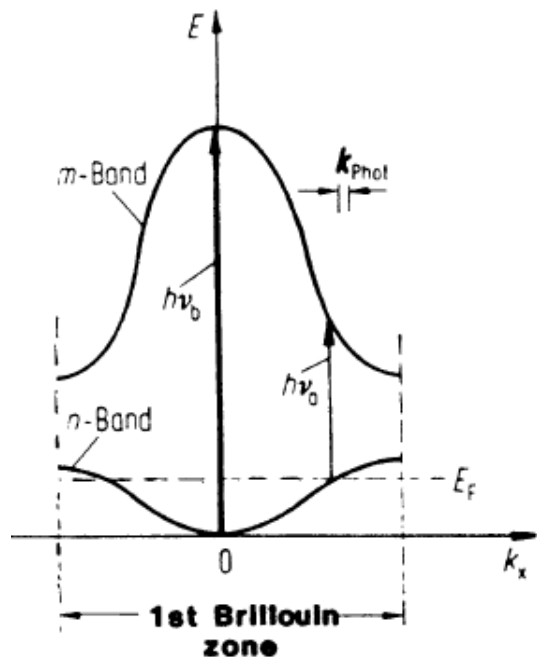
rezonans $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{e^2 m N_a (\nu_0^2 - \nu^2)}{\varepsilon_0 [4\pi^2 m^2 (\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \gamma'^2 \nu^2]},$$

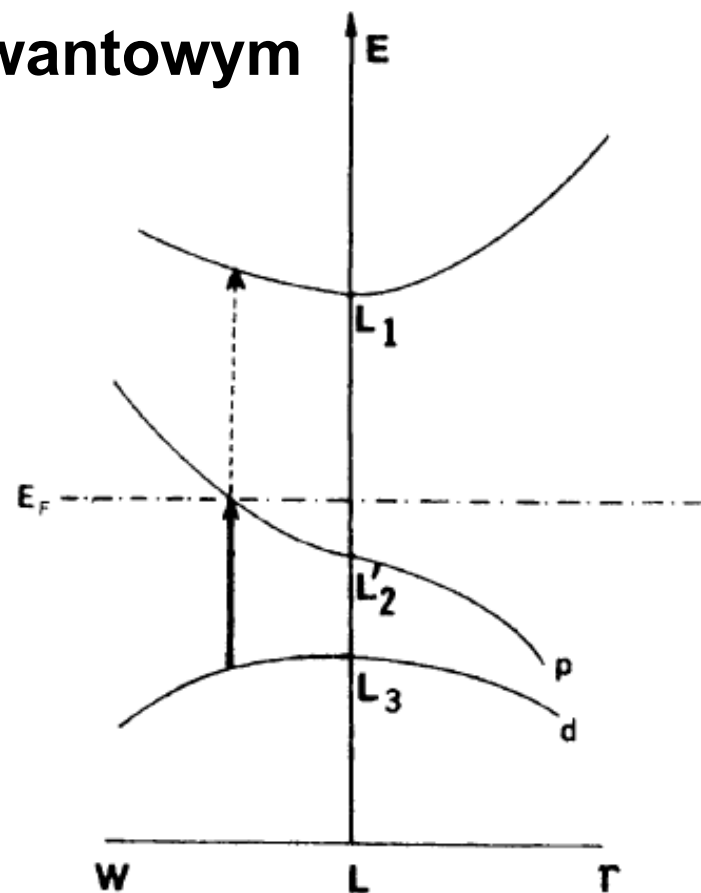
$$\varepsilon_2 = \frac{e^2 N_a \gamma' \nu}{2\pi \varepsilon_0 [4\pi^2 m^2 (\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \gamma'^2 \nu^2]}.$$



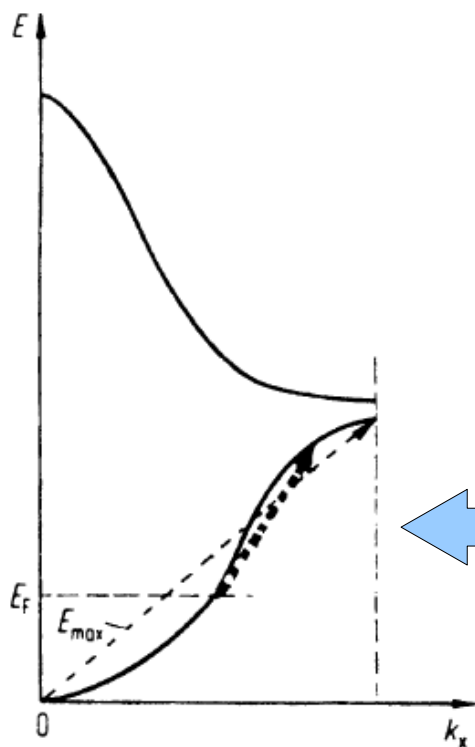
Absorpcja optyczna w ujęciu kwantowym



Przejścia bezpośrednie i pośrednie



Schemat przejść „interband” w Cu, najmniejsza energia umożliwiająca dojście do poziomu Fermiego



Schemat przejść „intraband”, największa energia jaka może być zaabsorbowana w ramach tego samego pasma

Absorpcja optyczna w ujęciu kwantowym

$$V = V_0 + V' \quad V' = e\mathcal{E}x = eA \cos(\omega t) \cdot x.$$

$$\nabla^2 \Psi - \frac{2m}{\hbar^2} V \Psi - \frac{2im}{\hbar} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0, \quad \Psi_i^0(x, y, z, t) = \psi_i^0(x, y, z) e^{i\omega_i t}$$

$$\nabla^2 \Psi - \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + eAx \cos \omega t) \Psi - \frac{2im}{\hbar} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0.$$

Polaryzacja

$$P = Nex \longrightarrow P = Ne \int x \Psi \Psi^* d\tau.$$

$$\Psi = \psi_i^0 e^{i\omega_i t} + \frac{1}{2\hbar} \sum eA a_{ni} \psi_n^0 \left[\frac{e^{i(\omega_i + \omega)t}}{v_{ni} + v} + \frac{e^{i(\omega_i - \omega)t}}{v_{ni} - v} \right]$$

$$\Psi^* = \psi_i^{0*} e^{-i\omega_i t} + \frac{1}{2\hbar} \sum eA a_{ni}^* \psi_n^{0*} \left[\frac{e^{-i(\omega_i + \omega)t}}{v_{ni} + v} + \frac{e^{-i(\omega_i - \omega)t}}{v_{ni} - v} \right]$$

$$P = \frac{Ne^2 \mathcal{E}}{\pi \hbar} \sum a_{ni}^2 \frac{v_{ni}}{v_{ni}^2 - v^2}$$

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 \pi \hbar} \sum a_{ni}^2 \frac{v_{ni}}{v_{ni}^2 - v^2}.$$

Odbicie

$$R = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{e}{m\omega} \right)^2 \left| \frac{E(\omega)}{2} \right|^2 \sum_k |P_{cv}|^2 \delta(E_c(k) - E_v(k) - \hbar\omega).$$

Złota reguła Fermiego

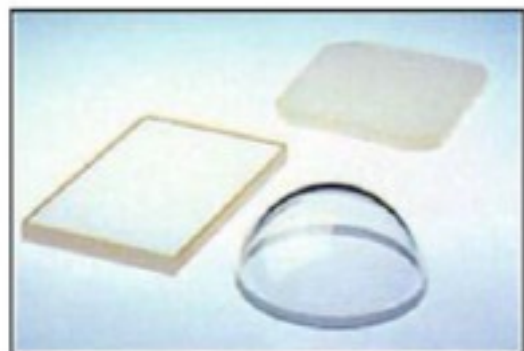
Kolory półprzewodników



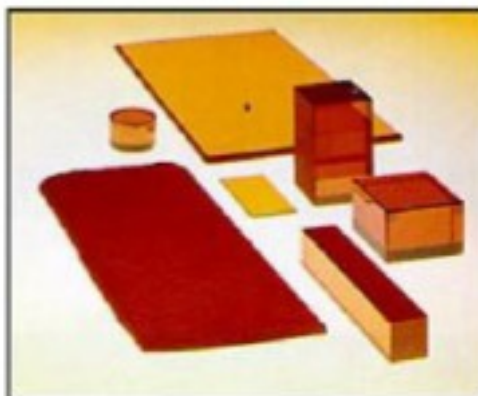
CdS ($E_g=2.42$ eV)



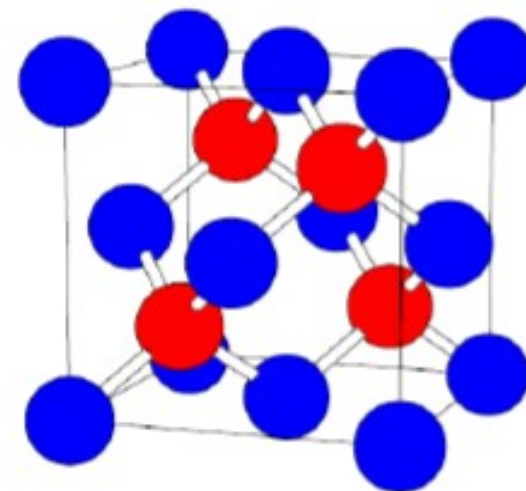
CdTe ($E_g=1.50$ eV)



ZnS ($E_g=3.6$ eV)



ZnSe ($E_g=2.58$ eV)



<u>Band Gap (eV)</u>	<u>Color</u>	<u>Example</u>
> 3.0	White	ZnO
3.0-2.5	Yellow	CdS
2.3-2.5	Orange	GaP
1.8-2.3	Red	HgS
< 1.8	Black	CdSe

12.4 - 3.10 eV

3.10 - 2.92 eV

2.92 - 2.52 eV

2.52 - 2.15 eV

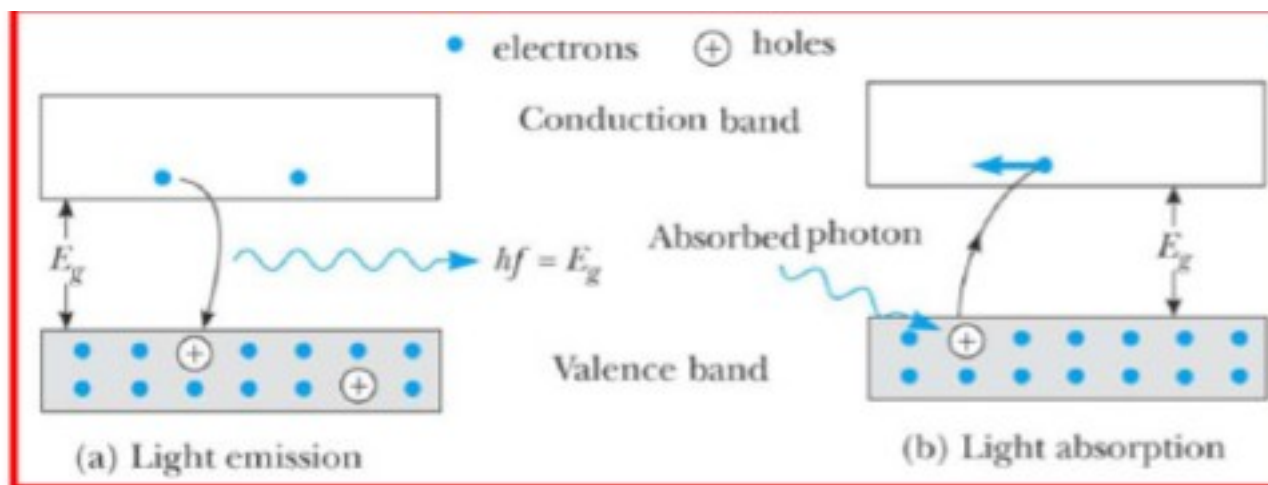
2.15 - 2.12 eV

2.12 - 1.92 eV

1.92 - 1.77 eV

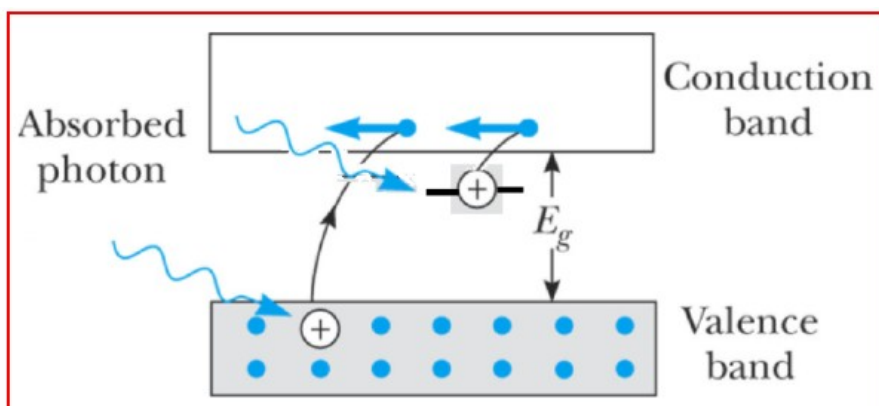
Materiały półprzewodnikowe są barwne, jeśli $1.8 \text{ eV} < E_g < 3.0 \text{ eV}$.
Z większą przerwą stają się białe lub przezroczyste.

Własności optyczne półprzewodników i izolatorów



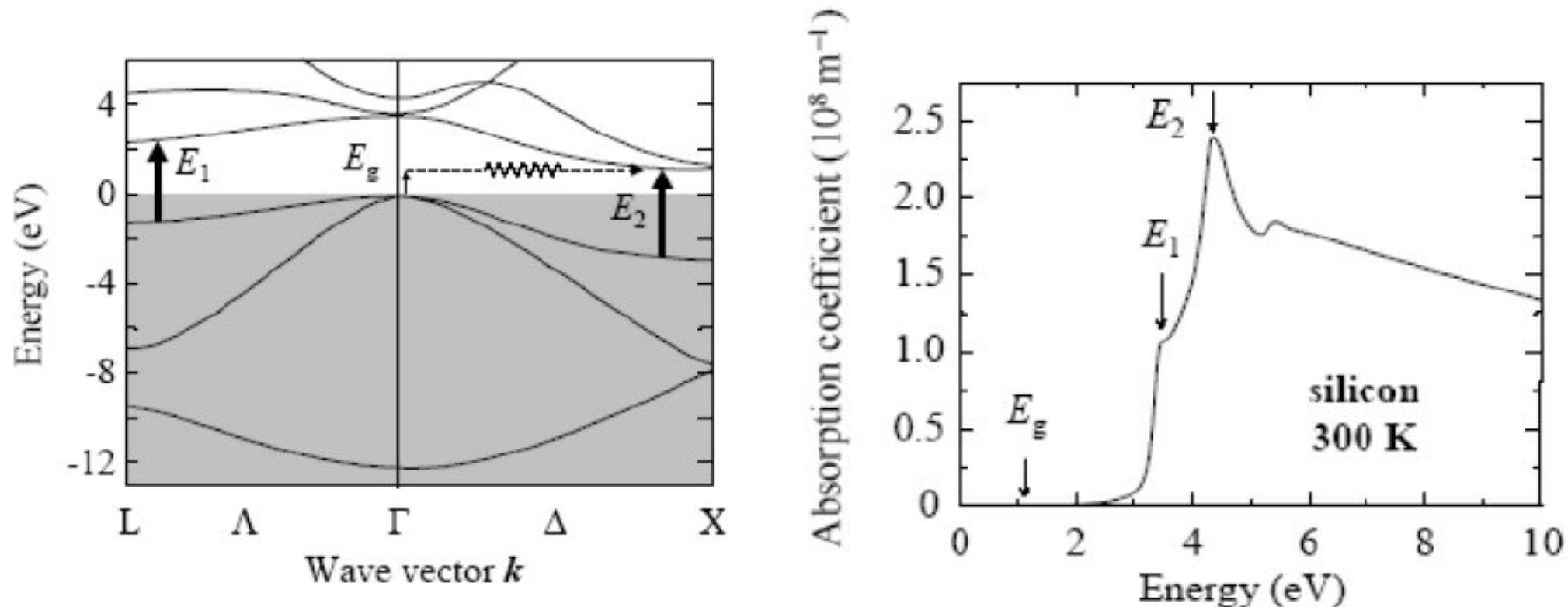
Jeśli materiały półprzewodnikowe nie mają poziomów domieszkowych (tzw. centrów barwnych), foton o energii $E < E_g$ **nie może zostać zaabsorbowany**.

Ta własność wyjaśnia dlaczego izolatory są transparentne dla światła widzialnego a kryształy półprzewodnikowe takie jak np. Si czy GaAs **odbijają światło**.



Domieszkowanie powoduje powstanie dodatkowych poziomów energetycznych często wewnątrz przerwy. Pozwala to wyjaśnić różne barwy diamentu z domieszkami np. szafiru.

Przejścia w półprzewodnikach ze skośną przerwą

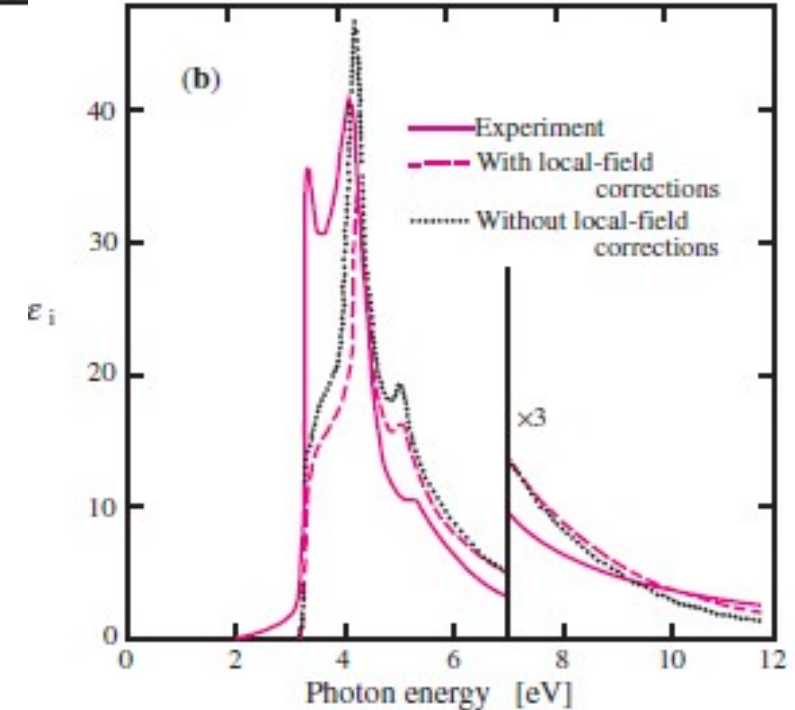


- Van Hove singularities : $dE/dk=0$
 $\rightarrow$ Parallel band effect : (when conduction and valence bands are parallel)
- Critical points : E_1 (3.2eV) and E_2 (4.3eV)

Wpływ osobliwości van Hove'a na stałą dielektryczną (schemat)

		$E < E_0$	$E > E_0$
Three dimensions	M_0	0	$(E - E_0)^{1/2}$
	M_1	$C - (E_0 - E)^{1/2}$	C
	M_2	C	$C - (E - E_0)^{1/2}$
	M_3	$(E_0 - E)^{1/2}$	0
Two dimensions	M_0	0	C
	M_1	$-\ln(E_0 - E)$	$-\ln(E - E_0)$
	M_2	C	0
One dimension	M_0	0	$(E - E_0)^{-1/2}$
	M_1	$(E_0 - E)^{-1/2}$	0

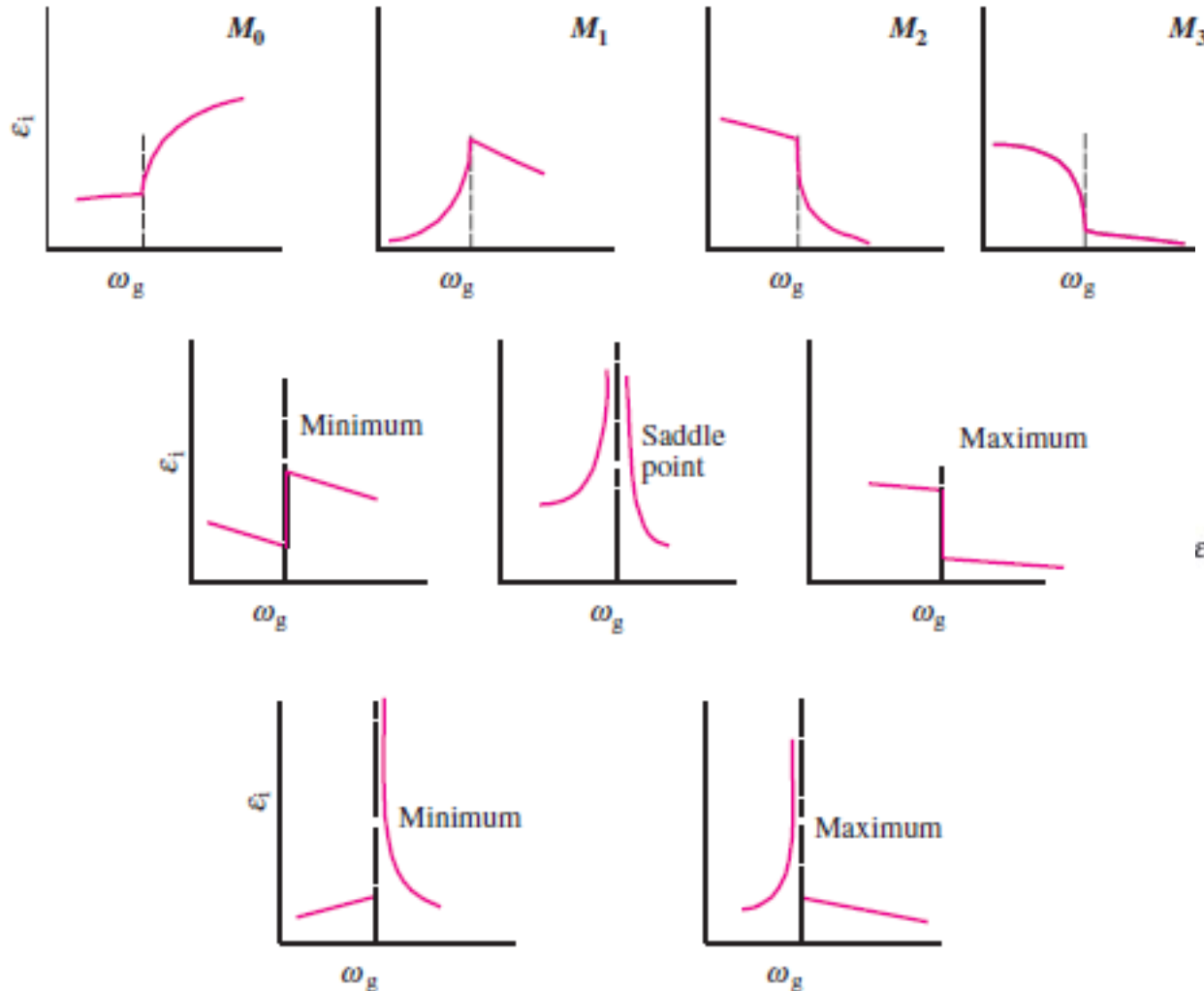
Si



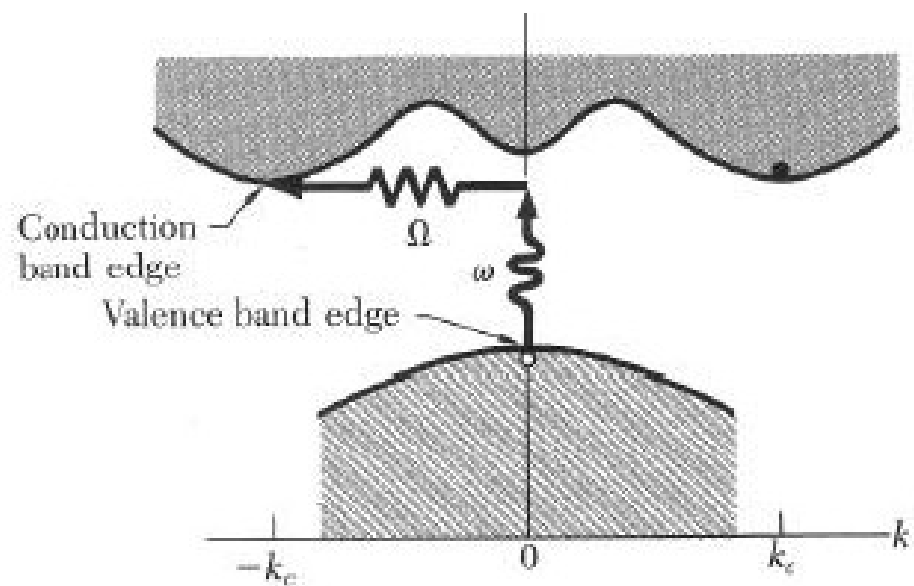
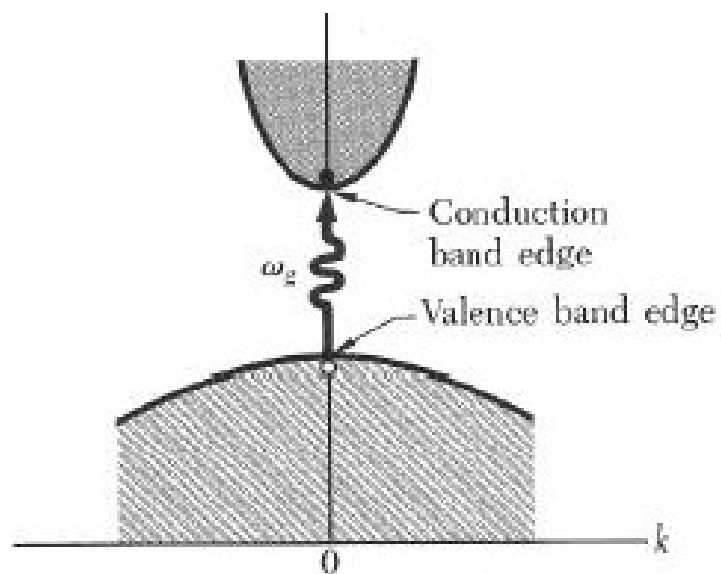
3 Dimensions

2 Dimensions

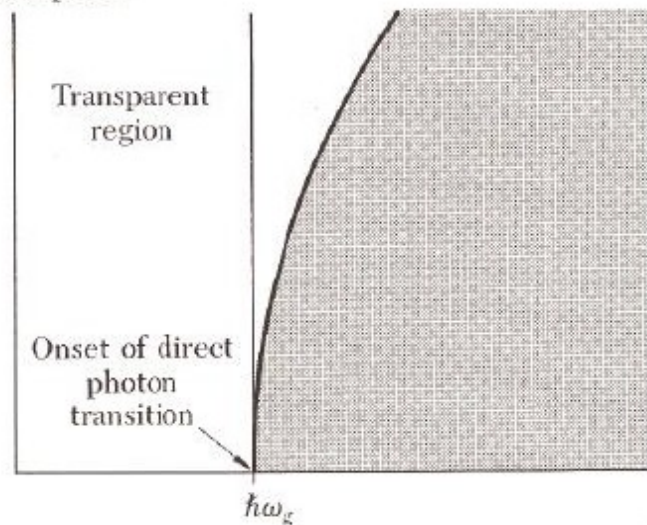
1 Dimensions



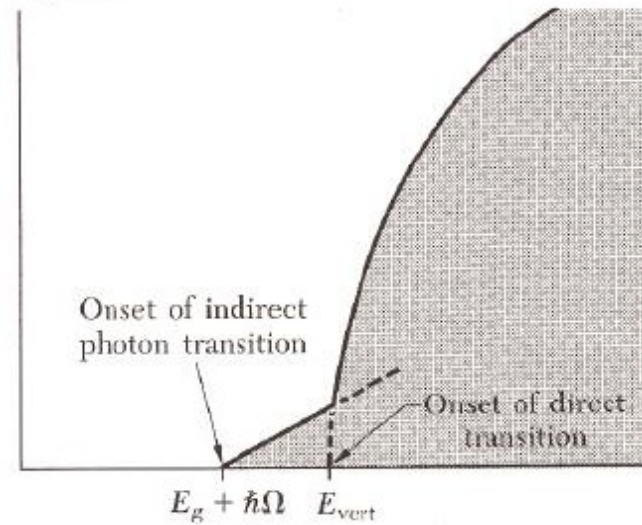
Przerwa prosta i skośna - własności optyczne



Absorption



Absorption

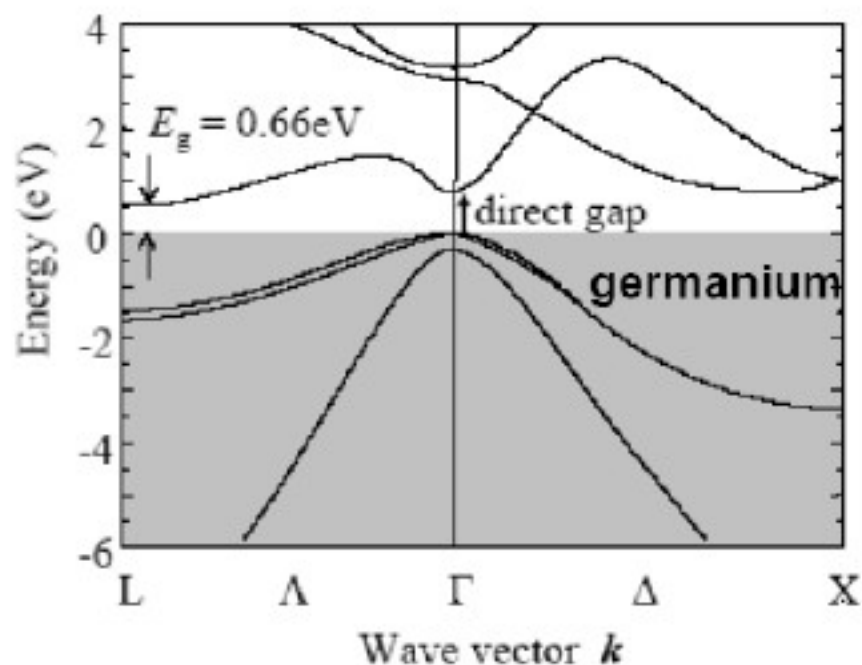


Przerwa prosta i skośna - własności optyczne

Z zasad zachowania energii i kwazipędu

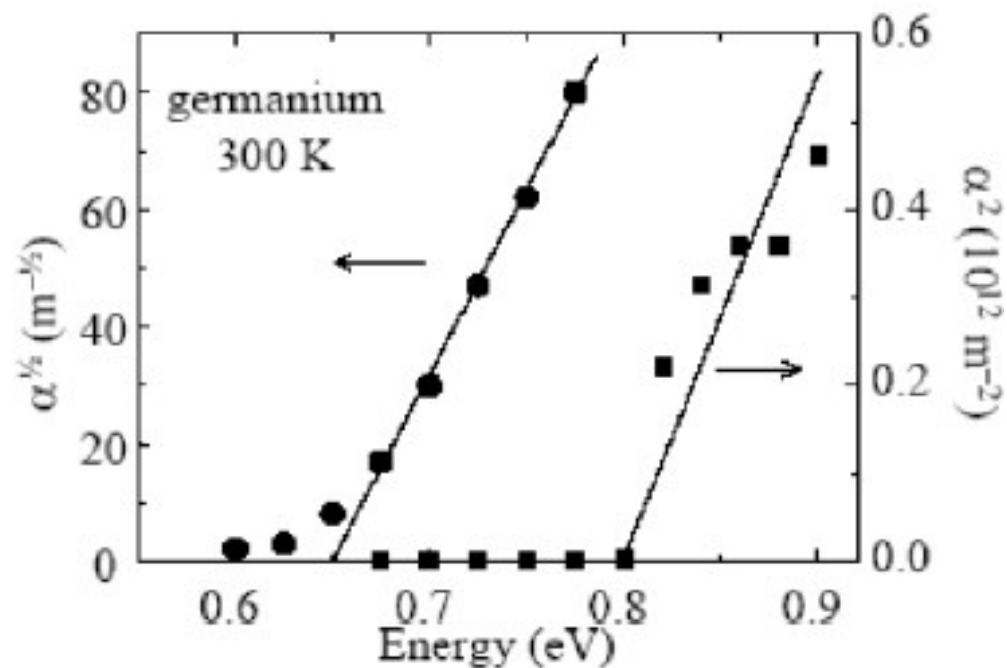
$$E_f = E_i + \hbar\omega \pm \hbar\Omega$$

$$\hbar k_f = \hbar k_i \pm \hbar q$$



$$E_g^{ind} = 0.66\text{ eV}$$

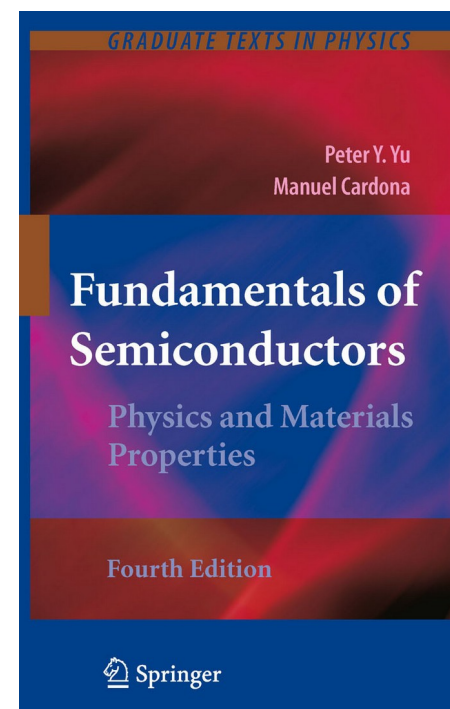
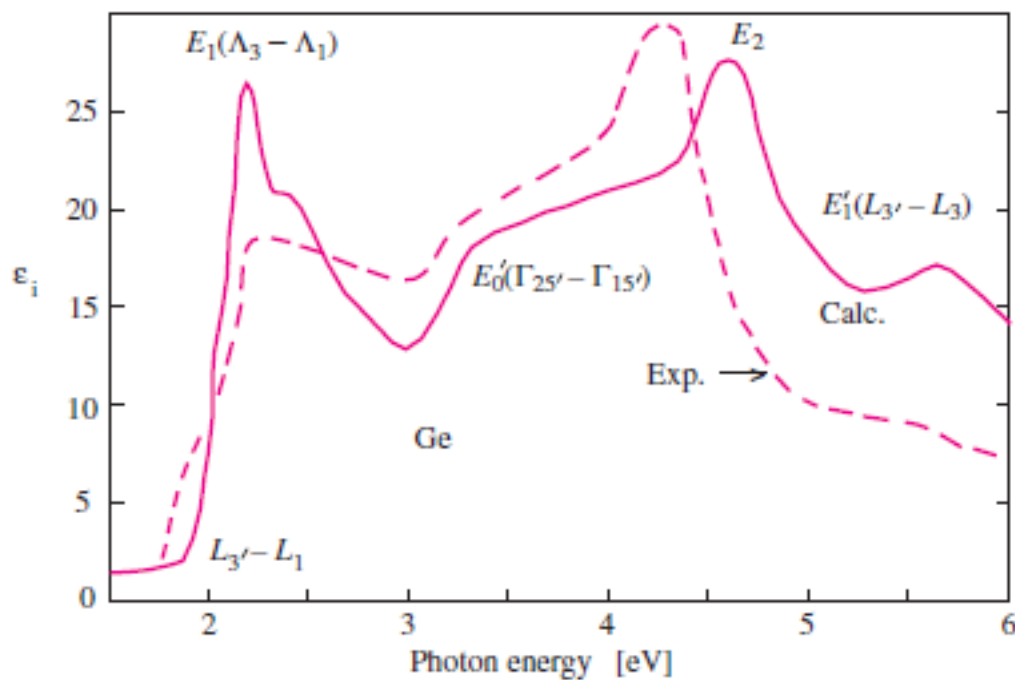
$$E_g^{direct} = 0.80\text{ eV}$$



Współczynnik absorpcji

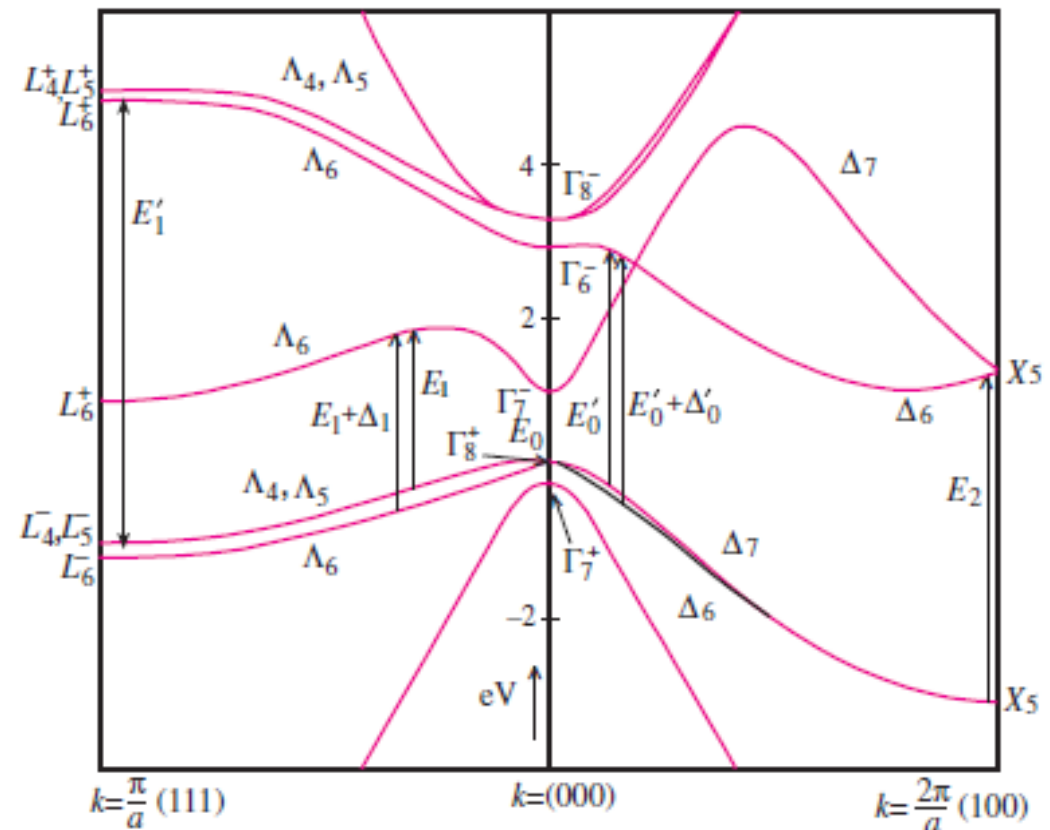
$$\alpha^{indirect} \propto (\hbar\omega - E_g \mp \hbar\Omega)^2$$

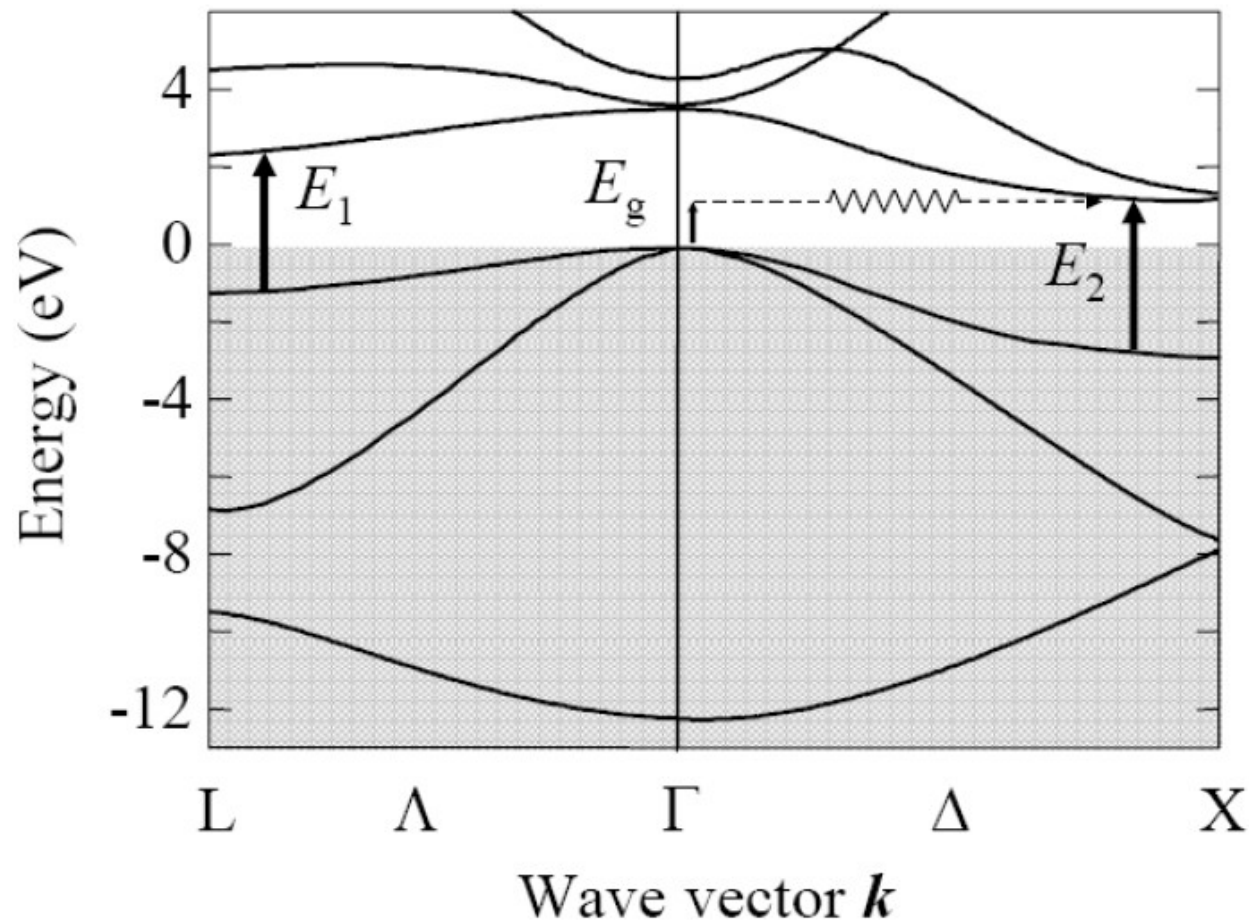
$$\alpha^{direct} \propto (\hbar\omega - E_g)^{1/2}$$



Przejścia w germanie ze skośną przerwą

Semiconductor	Δ_0 [eV]	Δ_1 [eV]	Δ_0/Δ_1
Si	0.044	0.03	1.47
Ge	0.296	0.187	1.58
GaN	0.019	0.032	0.59
GaAs	0.341	0.220	1.55
InP	0.108	0.133	0.81
InAs	0.38	0.267	1.42
InSb	0.803	0.495	1.62
ZnSe	0.432	0.27	1.59
CdTe	0.949	0.62	1.53

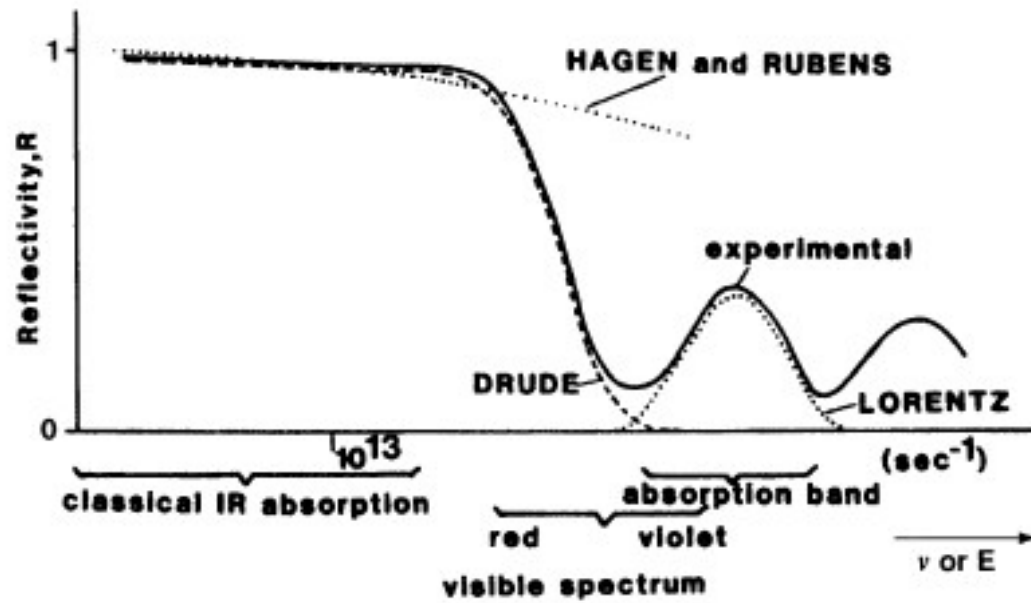




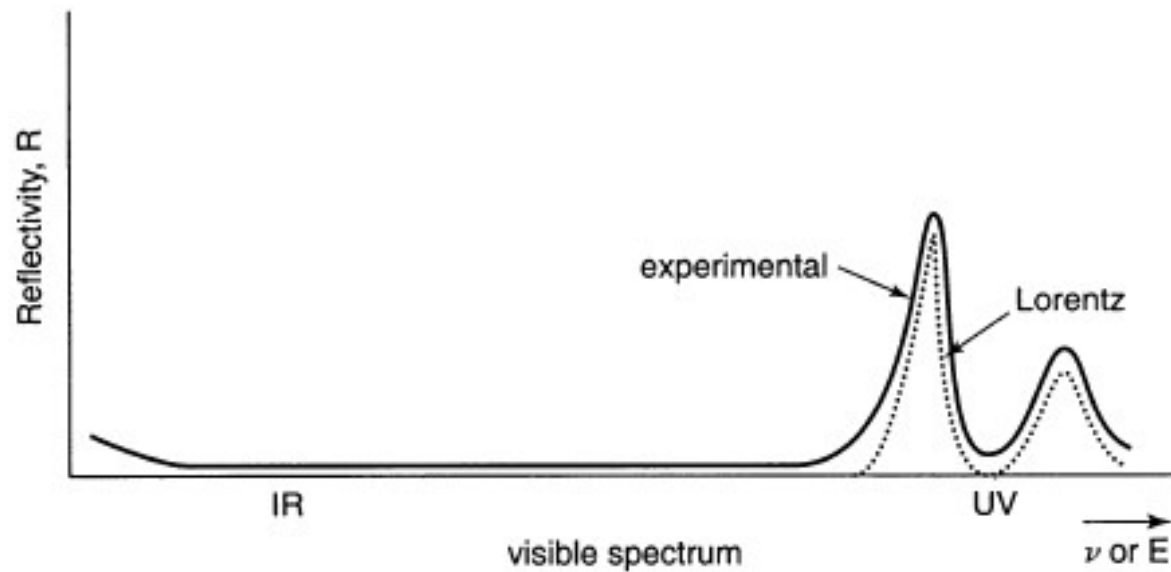
- density of states $g(E) \propto 2 g(k) (dE/dk)^{-1}$

- **Critical points** (van Hove singularities) whenever $dE/dk = 0$

- occurs when conduction and valence bands are parallel to each other: “Parallel band effect”



(a)

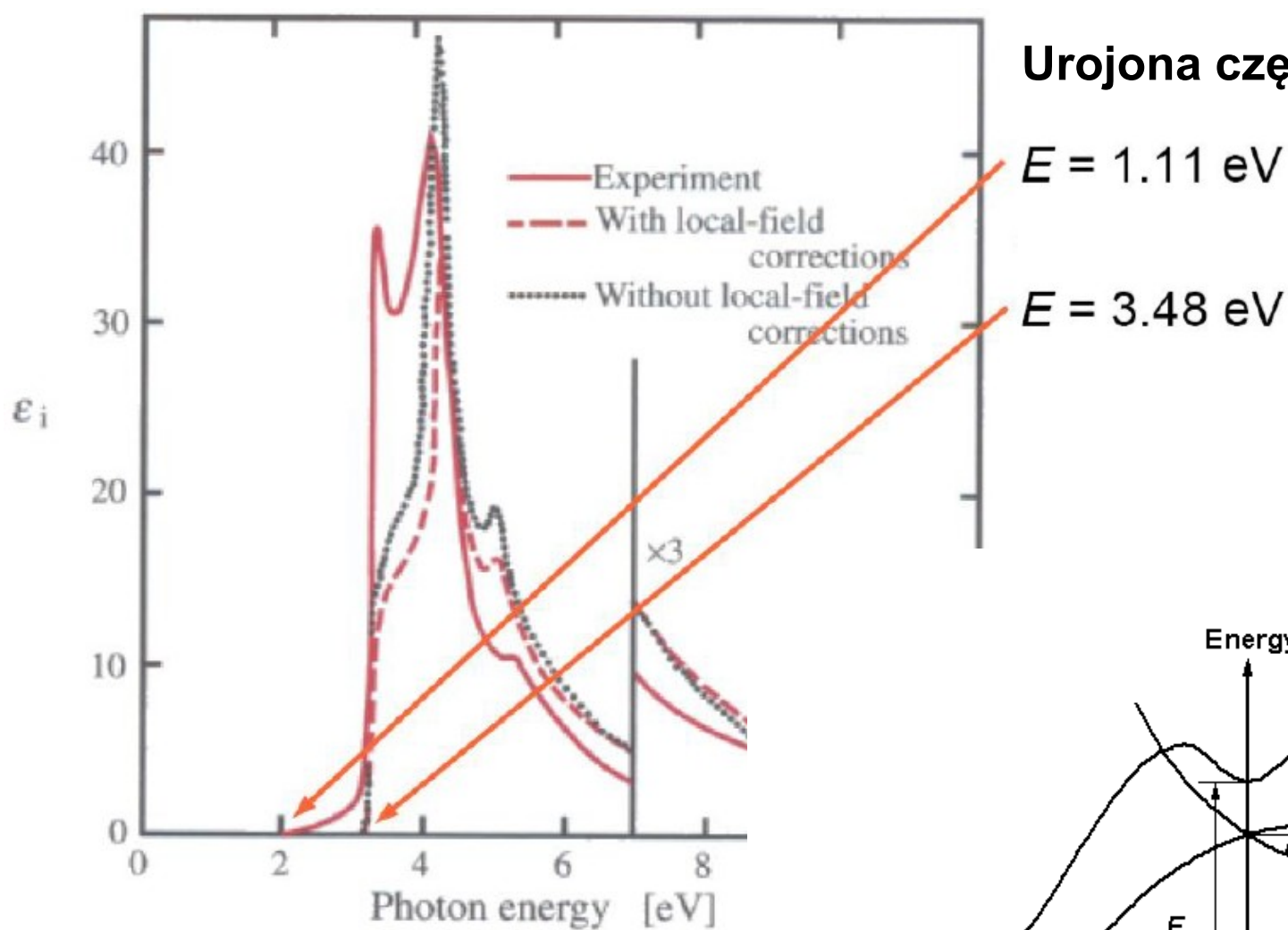


(b)

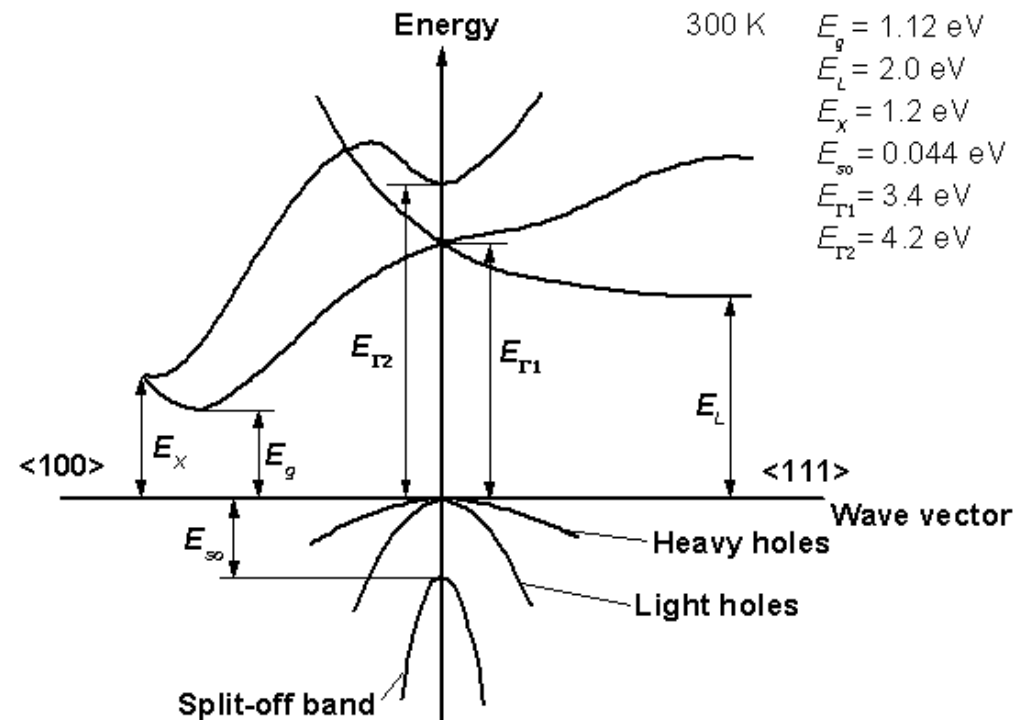
metale

dielektryki

Urojona część stałej dielektrycznej



Struktura pasmowa Si



Zależności Kramers-Kroniga

$$\varepsilon_r(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{\omega' \varepsilon_i(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}$$

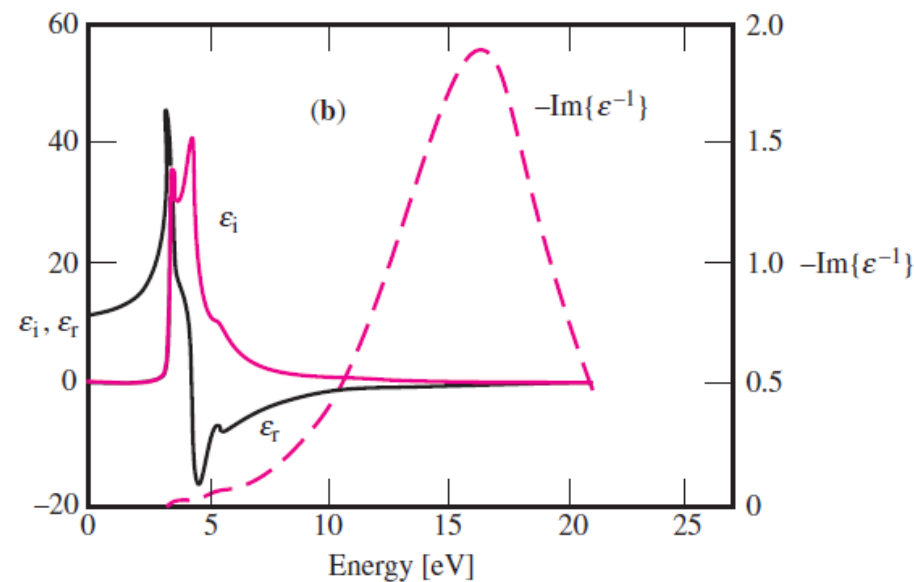
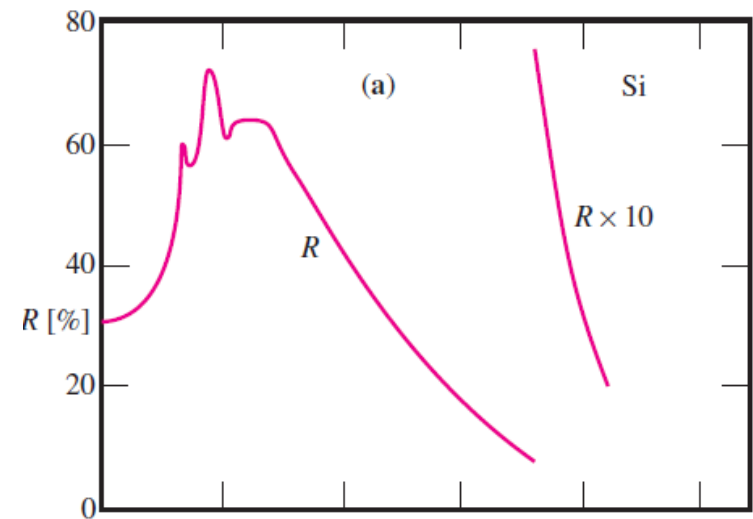
$$\varepsilon_i(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon_r(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}$$

Częstość plazmonowa

$$\varepsilon = 1 - (\omega_p/\omega)^2$$

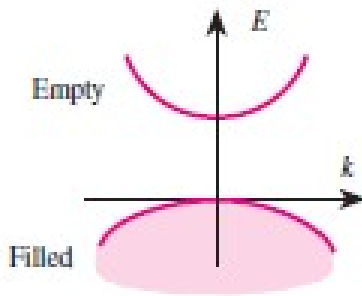
Złota reguła Fermiego

$$R = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{e}{m\omega} \right)^2 \left| \frac{E(\omega)}{2} \right|^2 \sum_k |P_{cv}|^2 \delta(E_c(\mathbf{k}) - E_v(\mathbf{k}) - \hbar\omega).$$

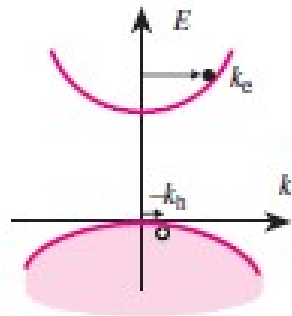


Ekscytory - wzbudzenia

(a) One-electron picture



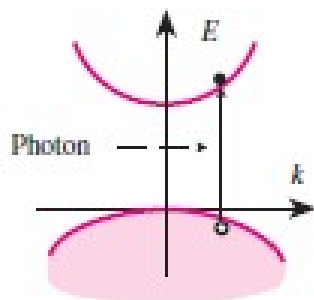
Ground state



Excited state

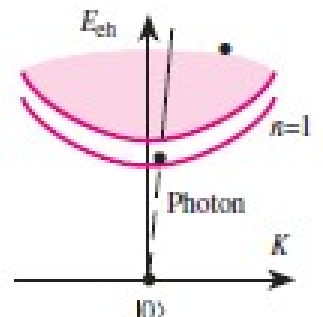
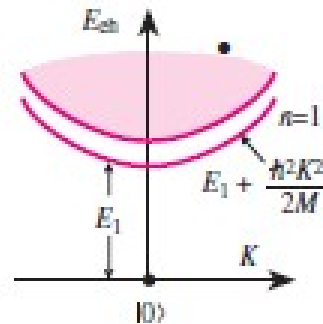
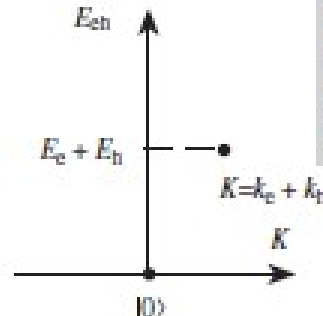
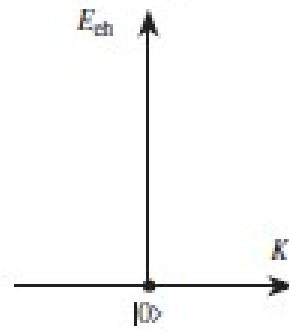
Correlated e - h pair (exciton)

Cannot be represented in one-electron picture



Optical absorption

(b) Two-particle picture



Semiconductor

R^* [meV]

R^* (theory) [meV]

GaN^a

27

32

GaAs

4.9

4.4

InP

5.1

5.14

CdTe

11

10.71

ZnTe

13

11.21

ZnSe

19.9

22.87

ZnS

29

38.02

ZnO (W)

59

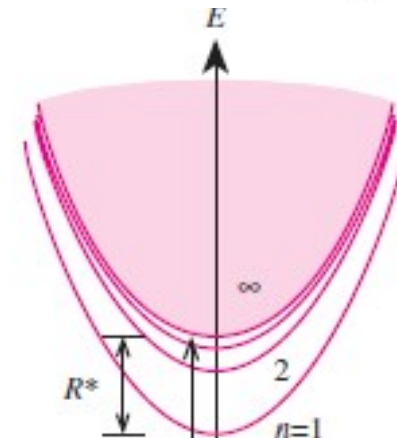
CdSe (W)

15

CdS (W)

27

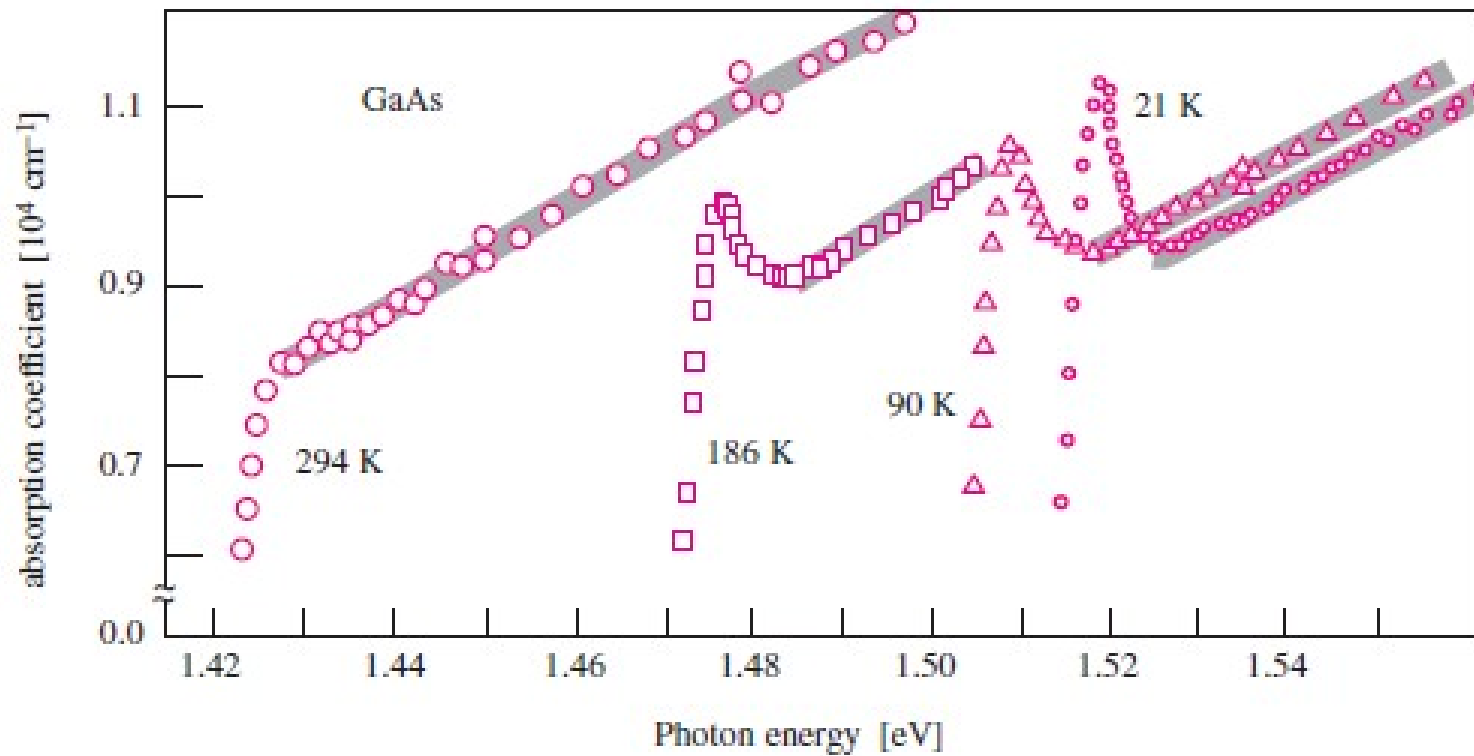
$$E_r(n) = E_r(\infty) - \frac{R^*}{n^2}$$



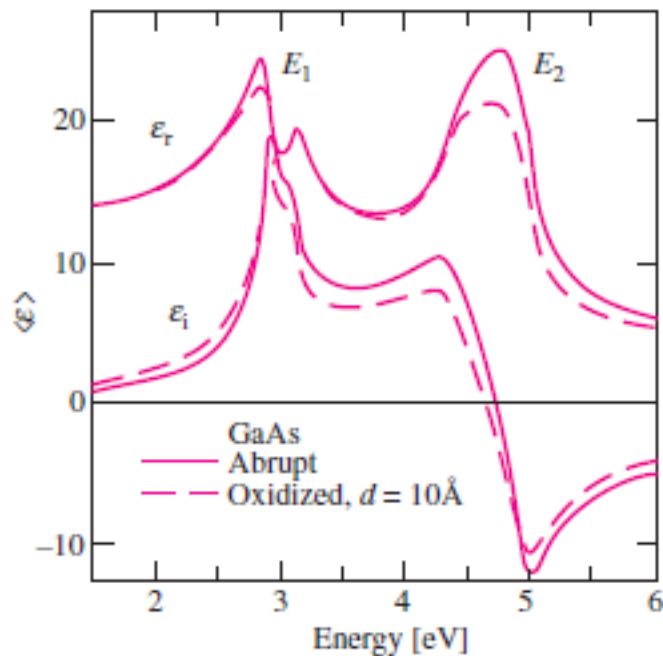
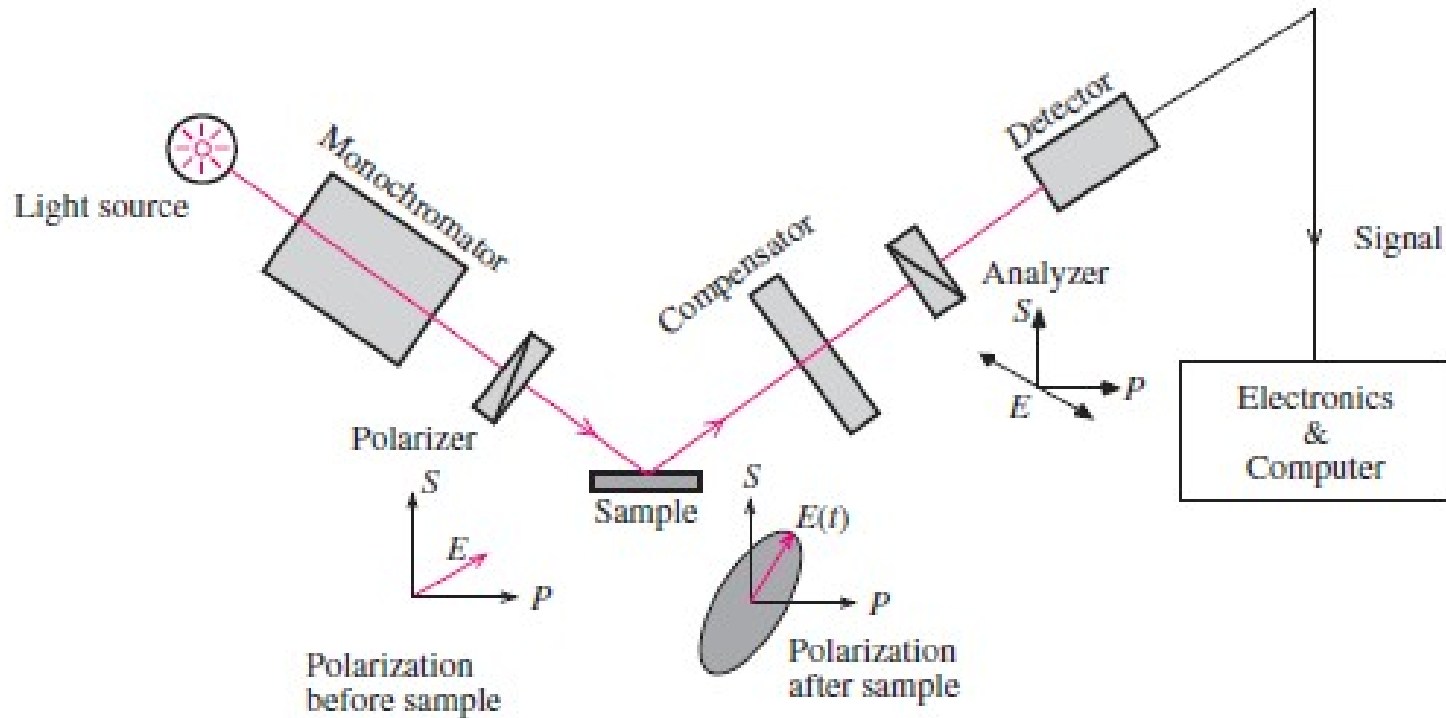
$$E_\infty = E_g$$

$$R^* = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 (4\pi\epsilon_0)^2 \epsilon_0^2} = \left(\frac{\mu}{m\epsilon_0^2} \right) \times 13.6 \text{ eV}$$

Widma absorpcyjne dla ekscytonów



Elipsometria – metoda pomiaru stałej dielektrycznej



$$\mathcal{R}_s = |r_s|^2 = \left| \frac{\cos \phi - (\tilde{n}^2 - \sin^2 \phi)^{1/2}}{\cos \phi + (\tilde{n}^2 - \sin^2 \phi)^{1/2}} \right|^2$$

$$\mathcal{R}_p = |r_p|^2 = \left| \frac{\tilde{n}^2 \cos \phi - (\tilde{n}^2 - \sin^2 \phi)^{1/2}}{\tilde{n}^2 \cos \phi + (\tilde{n}^2 - \sin^2 \phi)^{1/2}} \right|^2$$

$$\epsilon = \sin^2 \phi + \sin^2 \phi \tan^2 \phi \left(\frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} \right)^2$$

