

Rozpady γ - procesy elektromagnetyczne - UWAGI OGÓLNE

O ile rozpad α jest procesem silnym zaś rozpad β procesem słabym to rozpady typu γ są procesem elektromagnetycznym.

Brak zmiany stanu nukleonowego.

Widmo dyskretne (dyskretne widmo energetyczne poziomów jądra) zakres energii promieni γ od **10 keV do 3 MeV** co odpowiada długości fali od **0.1 do 0.0004 nm**. Dla porównania z widmem atomowym typowa długość fali światła czerwonego wynosi **600 nm** co odpowiada energii **2 eV**!

Niemożliwe jest przejście pomiędzy stanami o spinach 0 (zasada zachowania mom. pędu (foton ma spin $s=1$))

Typowe czasy życia (procesy EM) = $10^{-7} - 10^{-15} \text{ s} \Leftrightarrow \Gamma \leq 1 \text{ eV}$

Zdarza się, że jądro żyje dużo dłużej - tzw. **zjawisko izomerii (rozpady z wysokimi multipolami (patrz dalej))**

Emisja gdy jądro jest w stanie wzbudzonym - inne procesy pobudzają do emisji fotonu, np. przejścia (α β)

Gdy przejście α to energie są rzędu **< 1 MeV**

Gdy przejście β to energie są rzędu **< 2.5 MeV**

Przejścia γ muszą spełniać zasady zachowania mom. pędu oraz parzystości. Pamiętajmy, że parzystość przestrzenna P jest zachowana zarówno w silnych oddz. jak i elektromagnetycznych

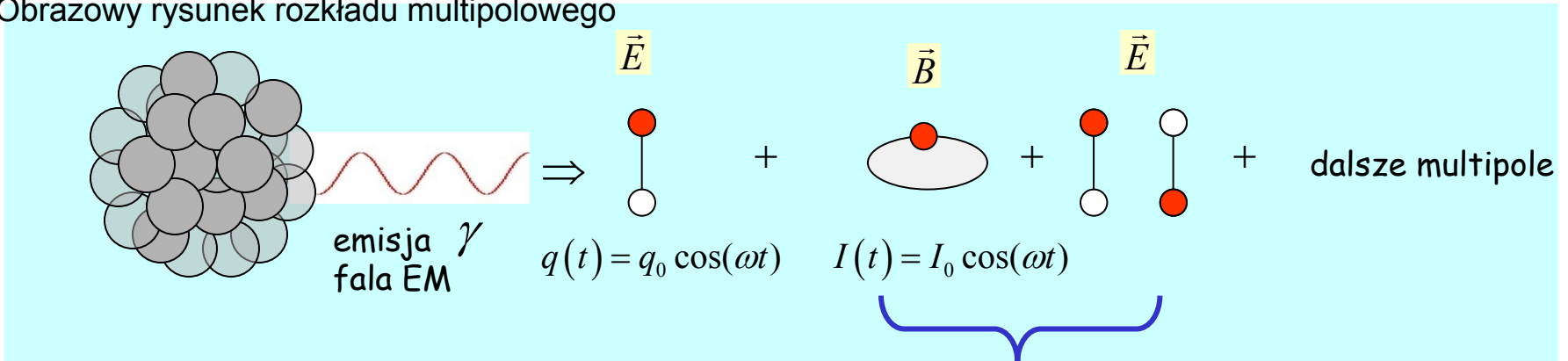
Promieniowanie gamma, a klasycznie odpowiadające mu pole elektromagnetyczne, można rozłożyć na tzw. multipole (charakteryzujące się różnymi rozkładami kątowymi emisji).

Rozróżniamy przejścia typu ELEKTRYCZNEGO $E1, E2, E\ell$ i MAGNETYCZNEGO $M1, M2, \dots, M\ell$. Foton odpowiadający takiemu przejściu (zgodnie z zasadami zachowania momentu pędu) posiada moment ℓ i odpowiadającą parzystość P

dla elektr. $P_\ell = (-1)^\ell$

dla magnet. $P_\ell = (-1)^{\ell+1}$

Obrazowy rysunek rozkładu multipolowego

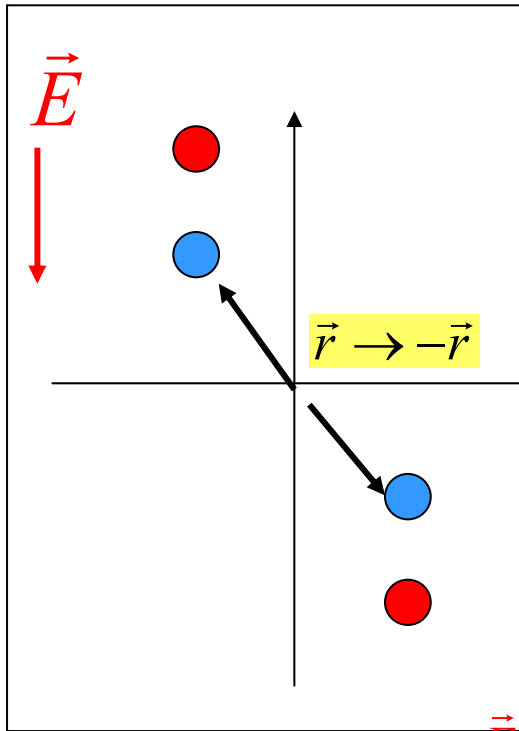


$\ell = 1$ dipol, $\ell = 2$ kwadrupol, $\ell = 3$ oktupol

Multipoles	reguły selekcji					
	Electric			Magnetic		
	$E\ell$	$ \Delta\vec{J} $	ΔP	$E\ell$	$ \Delta\vec{J} $	ΔP
Dipole	E1	1	-	M1	1	+
Quadropole	E2	2	+	M2	2	-
Octupole	E3	3	-	M3	3	+

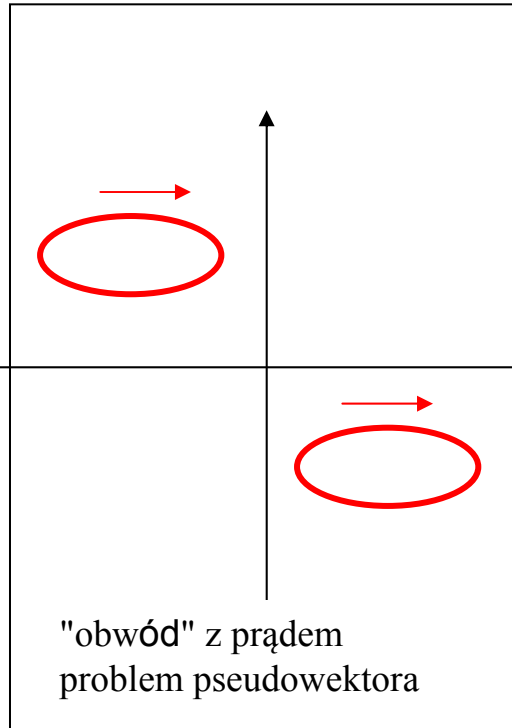
reguły selekcji - gdzie zmiana dotyczy różnicy pomiędzy stanem przed i po promieniowaniu.

znak + dla zmiany parzystości oznacza, że dany typ nie zmienia P , zaś minus oznacza zmianę P



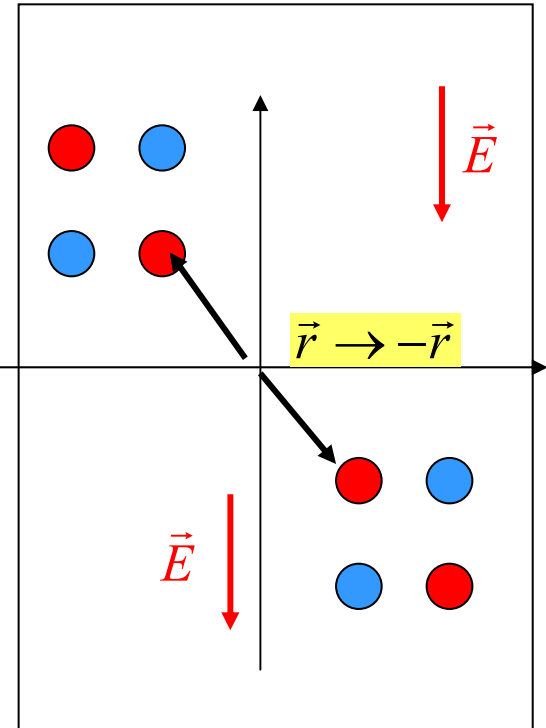
promieniowanie dipolowe elektryczne EL

prom. dipolowe EL
zmienia parzystość



promieniowanie dipolowe magnetyczne ML

prom. dipolowe ML nie
zmienia parzystości



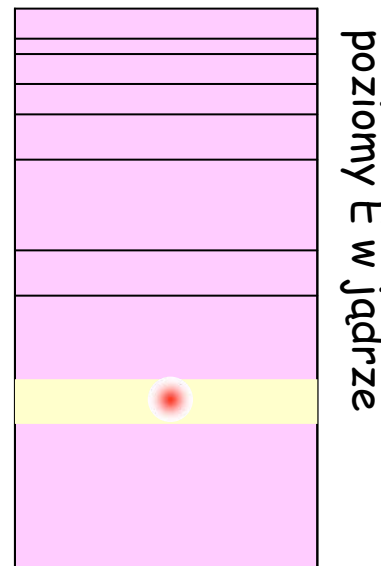
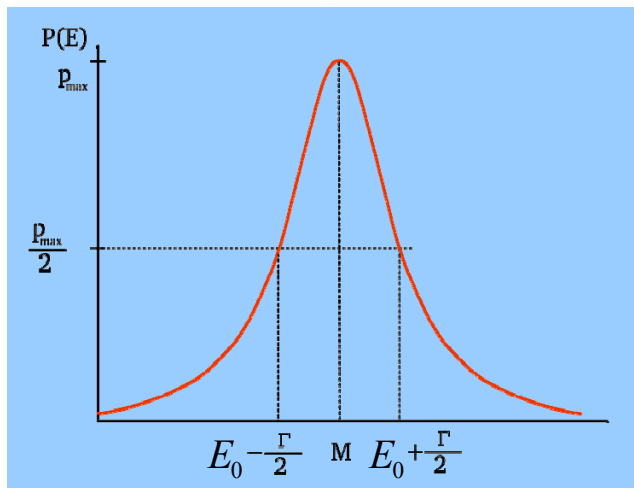
promieniowanie kwadrupolowe EL

prom. kwadrupolowe EL nie
zmienia parzystości

Rezonansowe pochłanianie światła

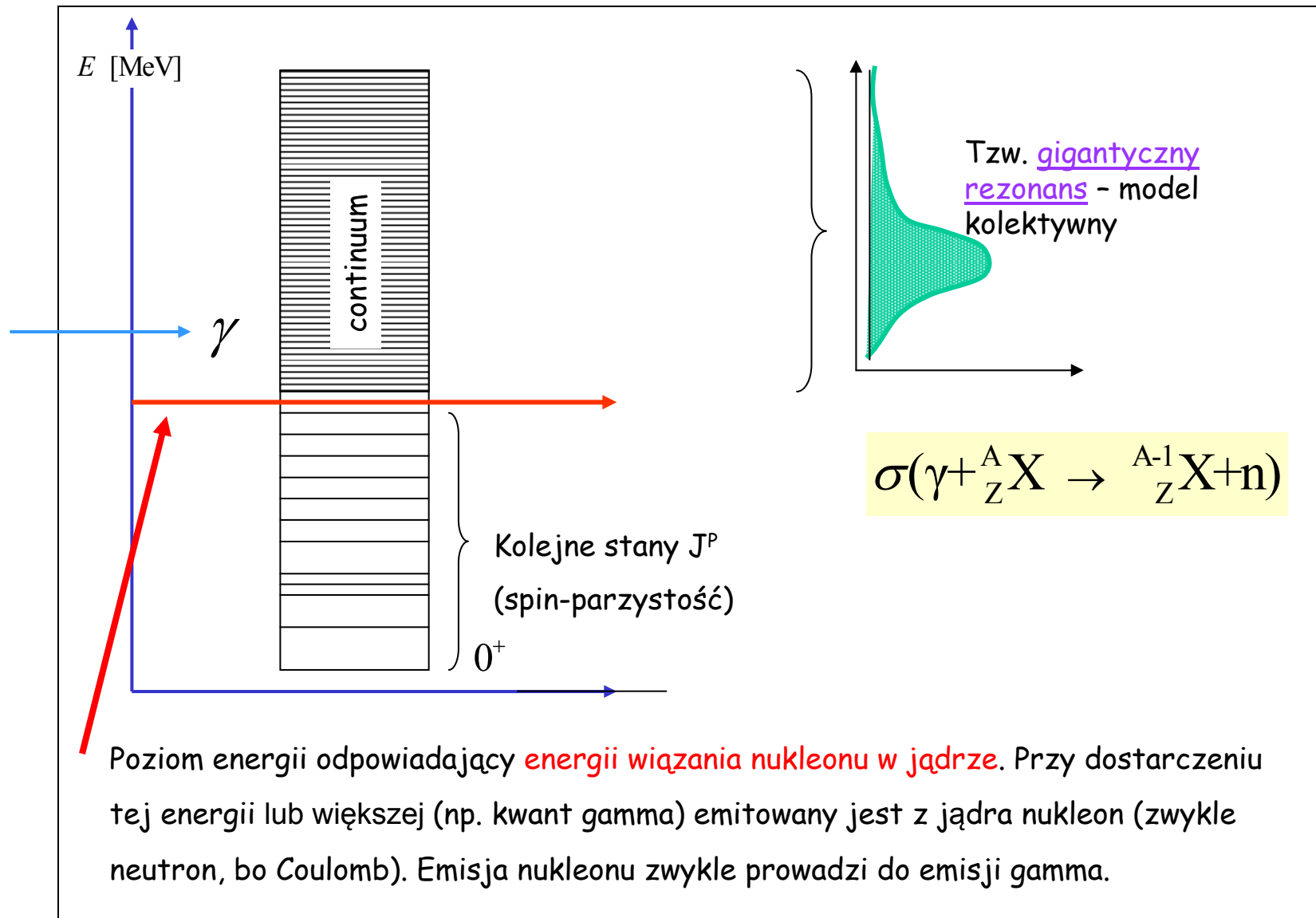
W optyce znane jest zjawisko rezonansowego pochłaniania światła. Jeden z atomów emituje foton przechodząc do stanu o niższej energii podczas gdy drugi pochłania ten foton przechodząc do stanu wzbudzonego. Podobnie jest z jądrami!!

Przypomnijmy sobie rozkład energii na kwantowym poziomie energetycznym - tzw. rozkład Breita-Wignera

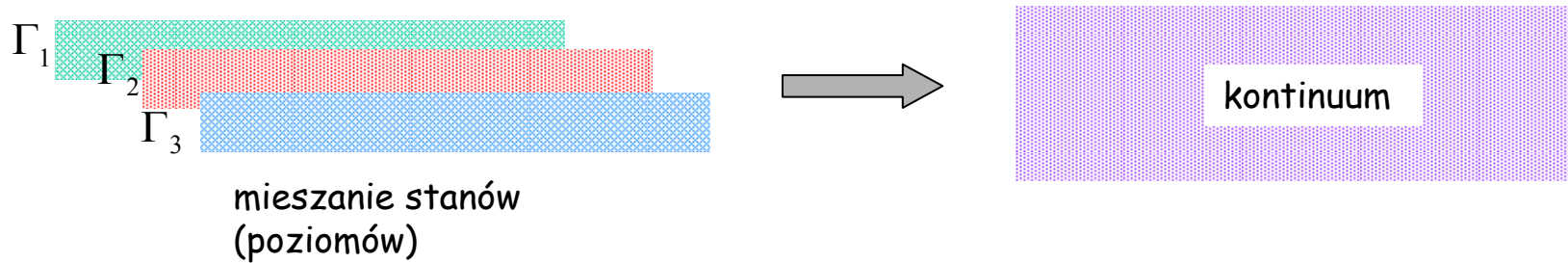


Γ która jest równa zero (przez swoją odwrotność czas życia) zapewnia stabilne przebywanie cząstki w danym stanie energetycznym!

Jądra mają wiele stanów wzbudzonych. Poniżej przykład dla jądra parzysto-parzystego, $A \approx 100$

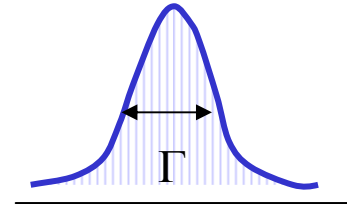


- kontinuum bierze się z faktu nakładania się wielu **prawie zdegenerowanych w energii stanów energetycznych o skończonej szerokości** Γ

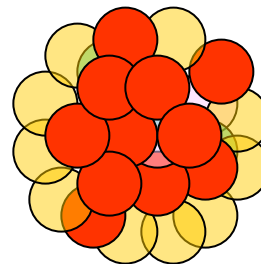
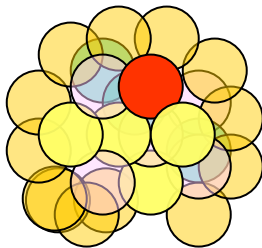


Uwaga - jeśli foton padający ma energię odpowiadającą szerokości danego poziomu Γ to jest on pochłaniany chętniej (większy przekrój czynny - tzw. **pochłanianie rezonansowe**). Pamiętajmy, podstawowy wzór

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar \quad \rightarrow \quad \tau \cdot \Gamma \sim \hbar$$

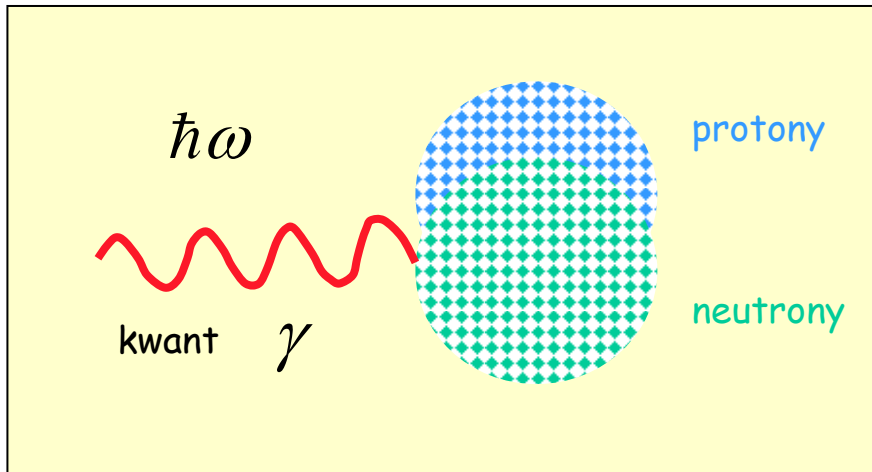


- w odróżnieniu od wzbudzenia jednocząstkowego (np. wzbudzonego jednego nukleonu) mamy do czynienia ze **wzbudzeniem całej (lub dużej jej części) materii nukleonowej**. Stąd bierze się "gigantyczny rezonans"

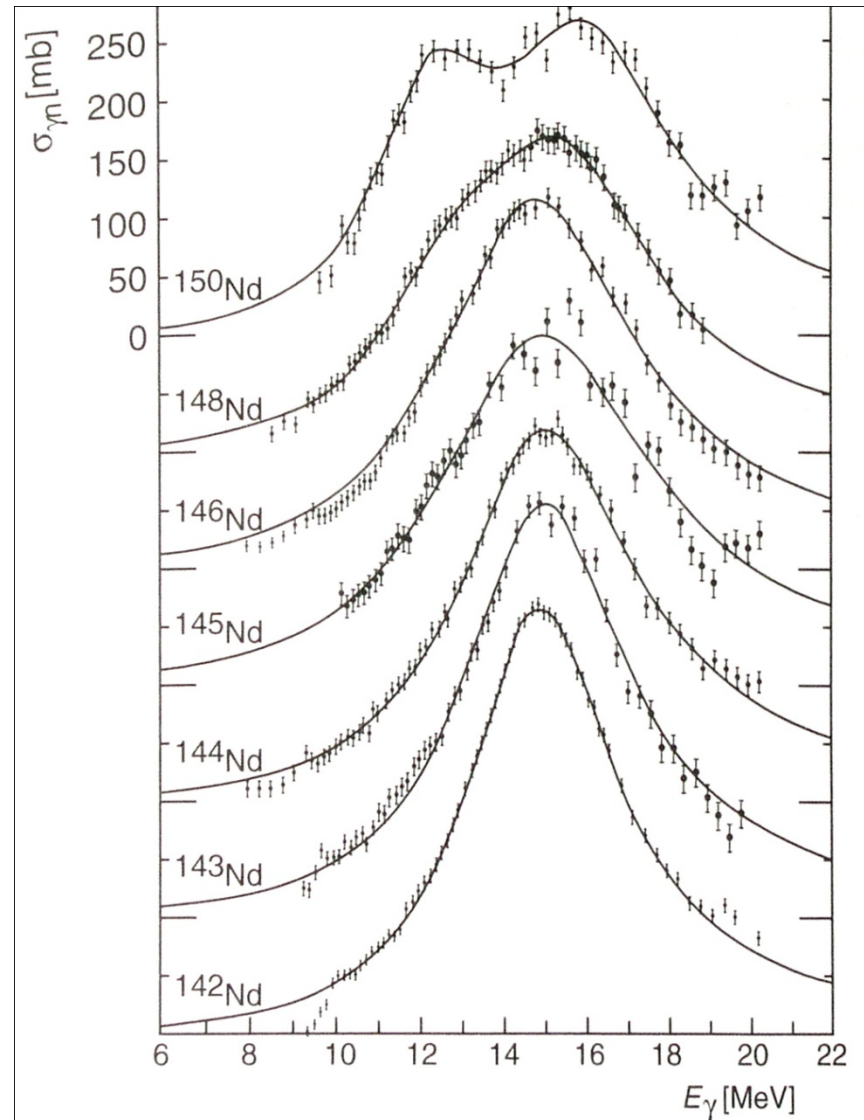


Tego typu opis nazywa się **modelem kolektywnym**

W obszarze energetycznym gigantycznego rezonansu dochodzi często do oscylacji protonów względem neutronów (opis związany z izospinem - składowe w obu przypadkach przeciwne)

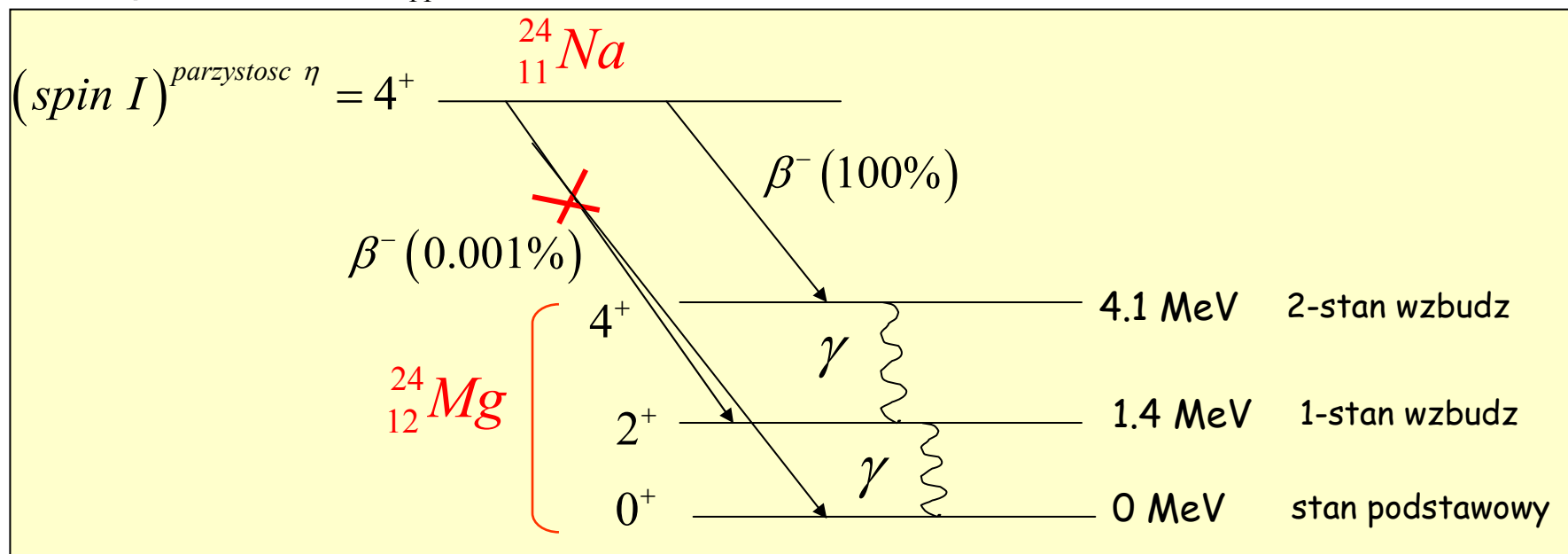


Jest to niewątpliwy dowód na istnienie wzbudzeń KOLEKTYWNYCH



Wróćmy do rozpadów γ . Zwykle mamy do czynienia z emisją γ gdy wcześniej zaszedł rozpad β .

Promieniowanie to zachodzi za każdym razem gdy **stany spinowe** "matki" X różnią się zasadniczo od stanu spinowego "córkii" Y, bo wtedy rozpad beta jest znacznie mniej prawdopodobny, ze względu na mały element macierzowy. Klasycznym przykładem jest rozpad β^- jądra sodu ${}_{11}^{24}\text{Na}$



Przejścia $4^+ \rightarrow 2^+$, $4^+ \rightarrow 0^+$ są silnie tłumione przez reguły wyboru $\Delta I = 0, \pm 1$ Gamowa-Tellera.

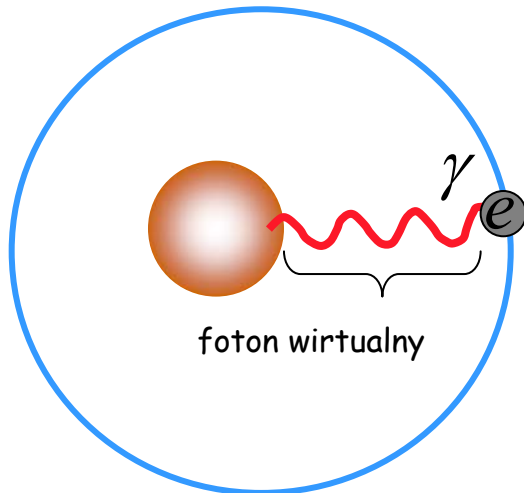
Rozpad na stan wzbudzony (4^+) ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ ($T_{1/2} = 15$ h) idzie poprzez proces β^- (100%)

Potem do niższych stanów idzie już poprzez rozpady **gamma** $4^+ \rightarrow 2^+$ i $2^+ \rightarrow 0^+$

Proces konwersji wewnętrznej

Istnieje konkurencyjny proces w stosunku do emisji jądrowej gamma. Jest to tzw. proces **konwersji wewnętrznej** przy której energia jądra zostaje przekazana do jednego z elektronów powłoki atomowej i wtedy elektron z orbity emituje kwant γ . Ponieważ jądro w stanie wzbudzonym przekazuje monoenergetyczne energie, więc energia kwantu z powłoki też jest monoenergetyczna

Jest to w dalszym ciągu (podobnie jak promieniowanie gamma) proces EM a **zachodzi poprzez wymianę fotonu wirtualnego z elektronem.**



Jeśli przekaz energii z jądra jest większy niż energia wiązania atomu na powłoce wtedy elektron zostaje wybity z określoną mono-energią.

Jeśli promieniowanie γ powstało w wyniku wcześniejszego promieniowania beta wtedy na ciągłe widmo e nakłada się widmo mono-energetyczne elektronów konwersji.

Jeśli energia wzbudzenia jądra jest większa niż podwójna masa elektronu to wtedy rodzi się para elektron-pozyton (wirtualny foton zamienia się w rzeczywistą parę $e^+ e^-$)

Wspomniany na poprzedniej folii mechanizm rezonansowego (Breit-Wigner!) pochłaniania kwantów gamma przez jądro różni się od atomowego ze względu na trudność związana z odrzutem jądra - jądro emitując kwant doznaje odrzutu.

$$p_J^2 = M_J^2 v_J^2 = 2M_J \frac{M_J v_J^2}{2} = 2M_J T_J \quad p_J = \sqrt{2M_J T_J}$$

gdzie J oznacza zmienne jądra (w układzie środka masy). Z zasady zachowania pędu

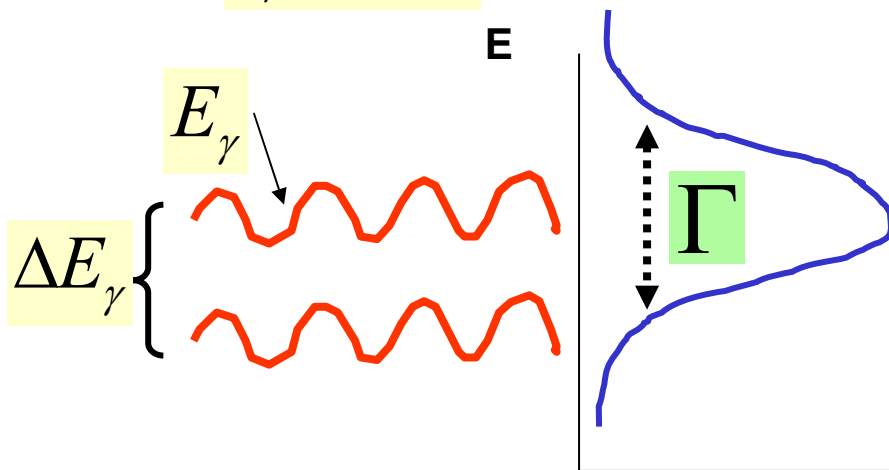
$$p_\gamma = p_J \quad p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \quad \frac{E_\gamma}{c} = \sqrt{2M_J T_J} \quad \left(\frac{E_\gamma}{c}\right)^2 = 2M_J T_J \quad T_J - \text{energia kinetyczna}$$

Tyle wynosi energia kinetyczna jądra odrzutu

$$T_J = \frac{E_\gamma^2}{2M_J c^2}$$

zauważ masę jądra w mianowniku

....i tyle wynosi ubytek energii dostępnej dla promieniowania gamma. Innymi słowy energia, którą posiada foton wylatujący z jądra wynosi $\Delta E_\gamma = T_J$ zaś jej ubytek $E_\gamma = E - T_J$

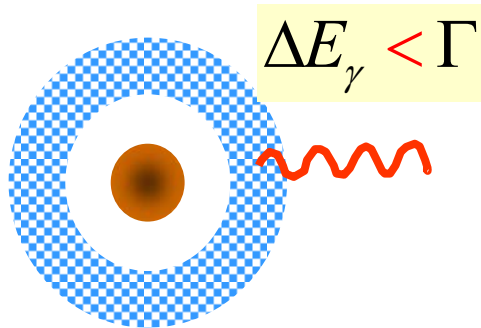


Jeśli kwant po emisji ma taką energię aby zmieścić się w obszarze Γ jakiegoś stanu w drugim jądrze (wtedy może zostać rezonansowo pochłonięty przez to drugie jądro)

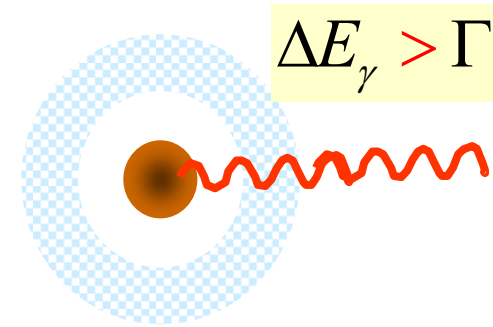
czyli

$$\Delta E_\gamma = T_J < \Gamma$$

Dla **atomowego** rezonansowego pochłaniania warunek ten **jest** w większości spełniony.



Natomiast dla emisji z **jądra nie jest** spełniony (tzn. odrzut jest duży).



W 1958 roku niemiecki fizyk Mössbauer odkrył, że w specjalnych warunkach można doprowadzić do jądrowego rezonansowego pochłaniania ale trzeba wtedy uczynić masę jądra bardzo dużą co można zrobić przez swobodne „zamocowanie” jądra w **silnie schłodzonej sieci krystalicznej**. Oczywiście dotyczy to zarówno źródła jak i odbiornika. Wtedy pęd przekazany kryształowi $\Delta E \rightarrow 0$ (kryształ zawiera z gruba $N \approx 10^8$ atomów). Masa całego kryształu jest tak duża, tak że

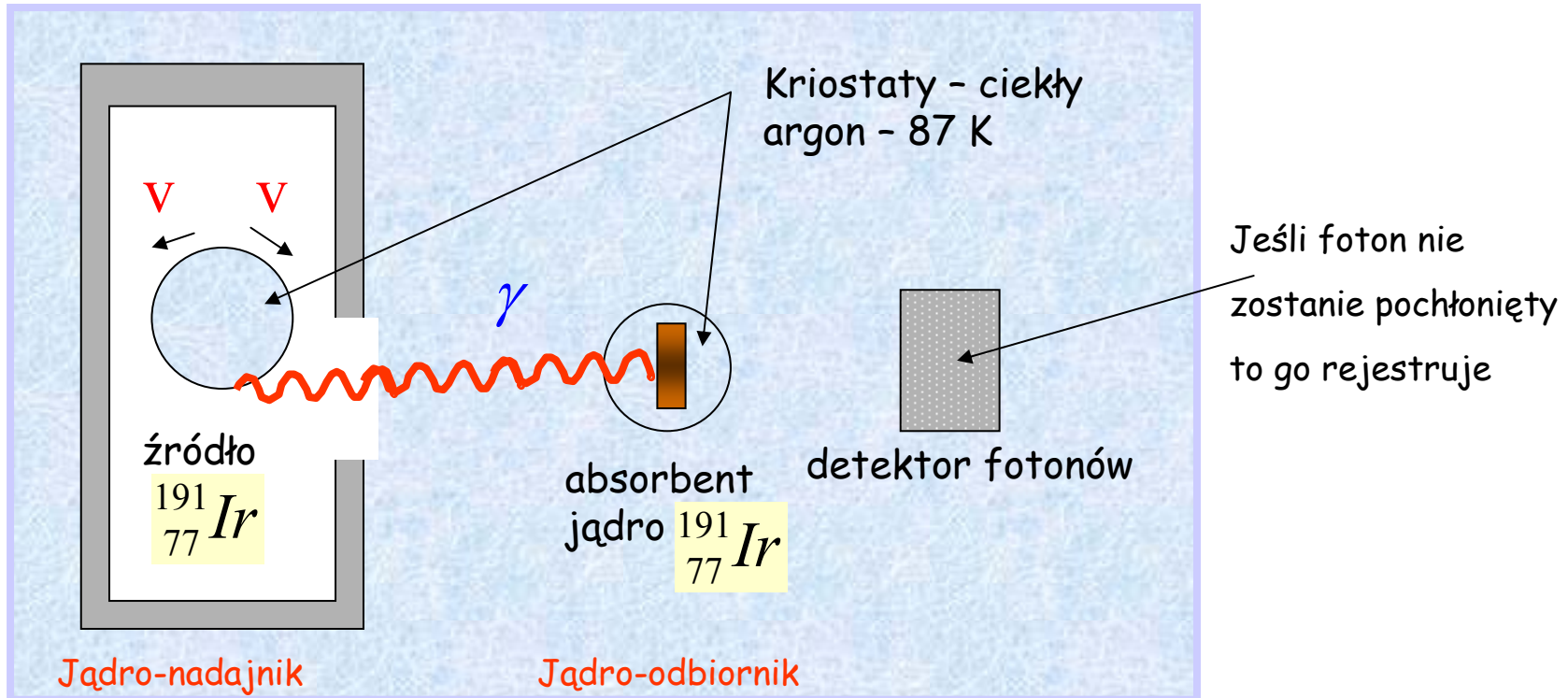
$$\Delta E = T_J = \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{kryształu}} c^2} \rightarrow 0$$

i odrzut można zaniedbać. Należy wspomnieć, że przekaz pędu dotyczy sieci krystalicznej a nie jądra i zachodzi **tylko** w **kilku procentach** przypadków (bo jednak atomy w kryształach mają pewien stopień swobody). To można poprawić przez ruch źródła.

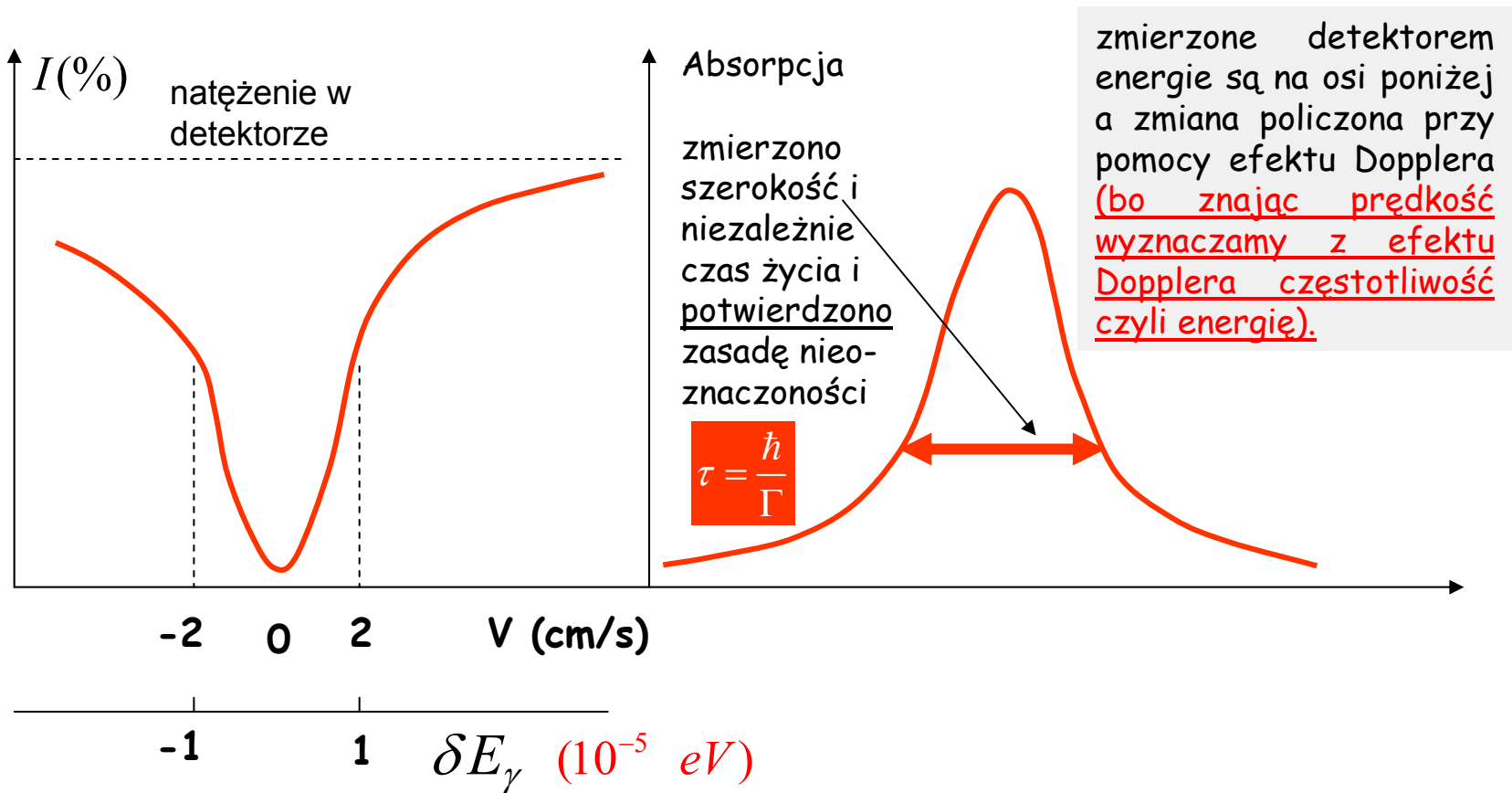
Poniżej przedstawiony, jest schemat doświadczenia Mössbauera.

Źródłem był Iryd $^{191}_{77}\text{Ir}$ emitujący kwanty o energii $E_\gamma = 128 \text{ keV}$.

(Równie dobre żelazo ^{57}Fe)



Kriostat ze źródłem może obracać się w lewo i prawo w rezultacie czego źródło może się przybliżać z prędkością v do absorbenta lub z taką samą prędkością się od niego oddalać co zwiększa lub zmniejsza energię kwantu. **Wynikiem eksperymentu była ilość zliczeń detektora w zależności od prędkości v .**



Istotą pomiaru jest właśnie nadanie przy pomiarze takiej prędkości aby doprowadzić z powrotem do pochłaniania rezonansowego w odbiorniku. Z pomiaru prędkości (przez Dopplera) wyznaczamy energię. Jest to spektrometr Mossbauera.

Widać, że pomiary dotyczą niesłychanie małych energii. Miarą dokładności pomiaru jest wielkość Γ/E która w przypadku powyższego eksperymentu wynosiła

$$\frac{\Gamma}{E} = 4 \times 10^{-11}$$

W niektórych pomiarach dokładność ta osiąga 4×10^{-17}

Pomiar ten dał możliwość pomiaru tzw. **gravitacyjnego "przesunięcia do czerwieni"** wynikającego z ogólnej teorii względności. Jednym z aspektów ogólnej teorii względności jest zmiana częstotliwości promieniowania przy przejściu przez pole potencjału gravitacyjnego - problem zakrzywienia przestrzeni w polach gravitacyjnych.

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{c^2} \leftarrow \text{zmiana potencjału gravitacyjnego)}$$

W szczególności jeśli podniesiemy źródło światła na wysokość h nad powierzchnią ziemi to zmiana

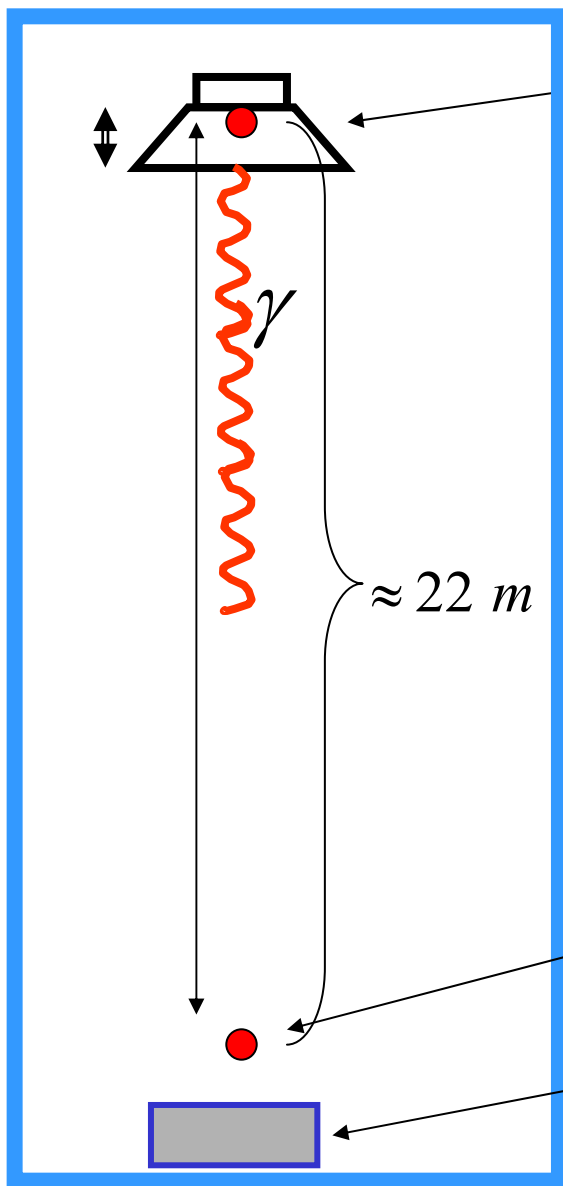
$$\Delta\varphi = gh$$

ponieważ energia fotonu wynosi $h\nu$ to

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{h\Delta\nu}{h\nu} = \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} = \frac{gh}{c^2}$$

Można prosto z górnego wzoru policzyć stosunek dla $h=30\text{m}$ i wynosi on około 3×10^{-15}

co może być zmierzone metodą Mössbauera i pomiar taki wykonano potwierdzając słuszność ogólnej teorii względności (mierzymy przesunięcie częstości porównując z wynikiem zmiany potencjału gravitacyjnego).



głośnik - w drgającej membranie (10-20 Hz)
przymocowano ^{57}Fe (nadajnik)

Gdy następuje zrównoważenie grawitacyjnego przesunięcia z tym wywołanym przez głośnik **występuje minimum w absorpcji** (fotony są pochłaniane przez absorber) a z fazy ruchów membrany można odczytać prędkość czyli zmianę energii

^{57}Fe (odbiornik - ewentualny absorber)

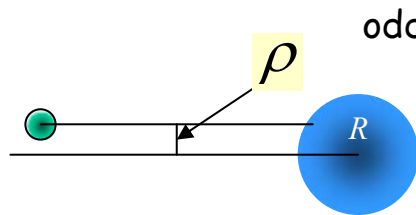
detektor fotonów

Reakcje Jądrowe

Reakcjami jądrowymi nazywamy procesy typu $a + {}^A_Z X \rightarrow {}^{A'}_{Z'} Y + b$

a i b mogą być złożonymi obiektami (jądra) jak i elementarnymi p, n oraz e lub γ .

Pomimo kwantowości pewne klasyczne reguły mają tu zastosowanie. Np. dla małych energii padających cząstek reakcja zachodzi w stanie S (tzn. moment pędu $L=0$). Uzasadnienie tego klasycznie jest proste bo klasycznie cząstka rozproszy się wtedy gdy jej parametr zderzenia $\rho < R$ gdzie R jest rozmiarem np. jądra.



oddziaływanie będzie gdy

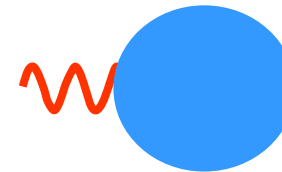
$$\rho \leq R \quad p\rho \leq R p \quad \hbar L \leq R \frac{\hbar}{\lambda} \quad L \leq \frac{R}{\lambda}$$

bo mom. pędu jest równy wielokrotności \hbar

Stąd wniosek, że przy małych energiach gdy $\lambda \gg R$ L jest po prostu równe zero.

Jeśli padająca cząstka jest szybka tzn. jej długość fali jest mała $\lambda \ll R$ to

$$\sigma \approx \sigma_{\text{klasyczny}} = \pi R^2$$



To pozwala ocenić skalę przekrojów czynnych w momencie gdy znamy rozmiary jądra. Przyjmijmy zakres od $10^{-15} - 10^{-14} \text{ m}$ a wtedy otrzymujemy

$$\sigma \approx 10^{-30} - 10^{-28} \text{ m}^2 = 0.01 - 1 \text{ b (barna)}$$

Jeśli zaś cząstka jest powolna $\lambda \gg R$ to przekrój czynny jest większy bo nie wyraża się przez promień jądra ale przez długość fali



$$\sigma \approx \pi \lambda^2$$

Przez cząstkę powolną rozumiemy spełnienie warunku $\lambda \gg R$ co można wyrazić przez

$$\lambda \gg R \quad T = \frac{p^2}{2m_a} \quad p = \frac{\hbar}{\lambda} \quad T_\lambda = \frac{\hbar^2}{2m_a \lambda^2} \quad T_R = \frac{\hbar^2}{2m_a R^2}$$

Jest to maksymalna energia, bo

$$\lambda \gg R$$

czyli

$$T_\lambda \ll T_R = \frac{\hbar^2}{2m_a R^2}$$

warunek na energie

Innym problemem jest obecność potencjału w przypadku rozpraszania protonów lub np. cząstek α

$$U_{coul} = k \frac{zZe^2}{R} = ke^2 \frac{zZ}{r_0 A^{1/3}} \approx 1.2 \frac{zZ}{A^{1/3}} \text{ MeV}$$

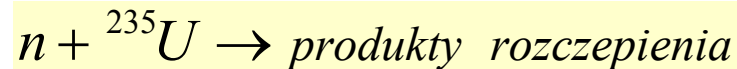
Np. dla protonu $z=1$ i jądra ołowiu ($Z=82$, $A=207$)

$$U_{coul} = 16 \text{ MeV}$$

W takim przypadku powolny proton kilka MeV (powiedzmy 2 MeV) może wejść do jądra tylko tunelując. Jeszcze gorzej jest dla cząstki α $z=2$.

Zupełnie inna jest pod tym względem sytuacja neutronu. Nie mają problemów z potencjałem, stąd znacznie łatwiej oddz. z ciężkimi jądrami

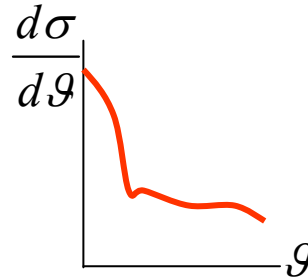
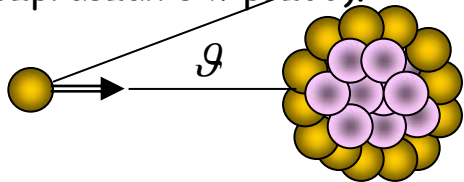
Typowym procesem jest proces rozczepienia, ważny w energetyce



Obecnie energie padających nukleonów zaczynają się od zera a kończą w obszarze TeV. W zależności od energii mamy krańcowo różne procesy. Procesy te odpowiadają różnym modelom fenomenologicznym albo bardziej ogólnie mechanizmami reakcji. Żaden z nich nie jest uniwersalny. Jak wiemy z pomiarów struktury protonu trudno jest do końca wyjaśnić skomplikowaną strukturę nukleonów a co dopiero skomplikowaną strukturę jąder.

Zacznijmy od mechanizmu zwanym bezpośrednimi oddziaływaniami. **Nukleon ma wtedy wysoką energię.** Ten typ reakcji:

Wysoka anizotropia rozkładów kątowych (przód-tył). Duży różniczkowy przekrój czynny przy małych kątach (rozpraszanie w przód).



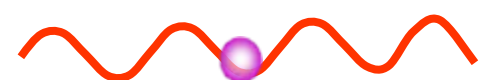
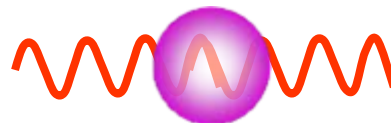
Prawie całkowity przekaz czteropędu od padającej cząstki do wylatującego fragmentu.

Prawie jednakowe prawdopodobieństwo na oddział. protonów i neutronów. Przy wysokich energiach bariera Coulomba jest do zaniedbania. Padający nukleon widzi poszczególne fragmenty jądra - inny nukleon lub grupę nukleonów. Pół-klasycznie można to wytłumaczyć

$$\Delta p_{nukl} \cdot \Delta x \geq \hbar$$

$$p \rightarrow \infty \quad to \quad x \rightarrow 0$$

im krótsza fala tym mniejszy obszar penetruje!



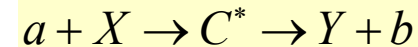
Czas charakterystyczny oddziaływania jest b. krótki, rzędu $10^{-21} - 10^{-22} s$. Jeśli z jądra wylatuje jeden nukleon to reszta nukleonów nie jest zaangażowana w reakcję. Jeśli wylatują dwa nukleony to mówimy o korelacjach dwucząstkowych - jeśli trzy to korelacje trójcząstkowe. Dla lekkich i pośrednich jąder wszystkie nukleony mają tendencję do grupowania się w "zestawy", np.



Mówimy wtedy o tzw. modelu asocjacji nukleonowej

Przy niższych energiach nukleonów procesy zachodzą znacznie wolniej, $10^{-12} s$ zaś rozkłady kątowe dążą do izotropii. Przy małych energiach przekroje czynne wykazują szereg rezonansowych pików. Ten typ został wytłumaczony przy pomocy tzw. mechanizmu jądra złożonego. Dwa etapy:

Naprzód nukleon (lub jądro) wpada do jądra tarczy - jądro tarczy go absorbuje, przekazana energia rozdzielona jest na wszystkie nukleony jądra a jądro-tarczy zapomina o stanie początkowym. Przeżywa jakiś czas w stanie wzbudzonym i potem rozpada się.



Energia wzbudzenia składa się z energii wiązania a w jądrze (bo związanie z jądrem dostarcza energii takiej jaką trzeba wydatkować aby wybić nukleon z jądra) oraz energii kinetycznej pocisku a .

$$E_{wzbudz} = B_a + E_{kin-a}$$

pierwszy etap (wpadnięcie pocisku do jądra) zachodzi szybko. Energia wzbudzenia na nukleon jądra zwykle jest za mała aby nukleon wyleciał z jądra.

$$E_{wzb} / A < B_a$$

Oba etapy są niezależne więc $\sigma_{ab} = \sigma_{aC^*} \lambda_{C^*b}$ $\lambda_{C^*b} \rightarrow$ prawdop. procesu rozpadu $C^* \rightarrow b$

Jądro złożone może się rozpadać na wiele sposobów - np. przy rozpraszaniu n na jądrach mamy:

$n + X \rightarrow n + X$	elastyczne
$n + X^*$	nieelastyczne
$Y + p$	
$Y + \alpha$	
$Y + 2n$	
$Y' + Y''$	rozczerpienie

Jak pamiętamy Γ jest szerokością odpowiadającą wszystkim możliwym stanom rozpadu C . Natomiast dla rozpadów ze szczególnym rozpadem typu b mamy tzw. szerokość parcjálną Γ_b

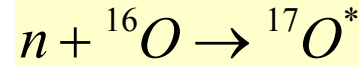
$$\lambda_{C^*b} = \frac{\Gamma_b}{\Gamma}$$

Dyskutowaliśmy, że każdy proces opisywany jest amplitudą. W naszym przypadku $A(a + X \rightarrow Y + b)$. Na bazie kwadratu tej amplitudy (w zależności od tego przez jakie czynniki to mnożymy) możemy obliczyć przekrój czynny albo tzw. szerokość Γ_b (wtedy bierzemy pod uwagę wszystkie procesy w których emitowane jest b). Jeśli dodamy wszystkie możliwości rozpadu jądra złożonego to otrzymujemy całkowitą szerokość Γ

POCHŁANIANIE REZONANSOWE

Podstawowymi pojęciami są tu rozkład energii Breita-Wignera oraz oczywiście przekrój czynny.

To jest całkowity przekrój czynny (wysumowany po wszystkich zmiennych kinematycznych i procesach stanu końcowego). Np. na oddziaływanie n z jądrem tlenu

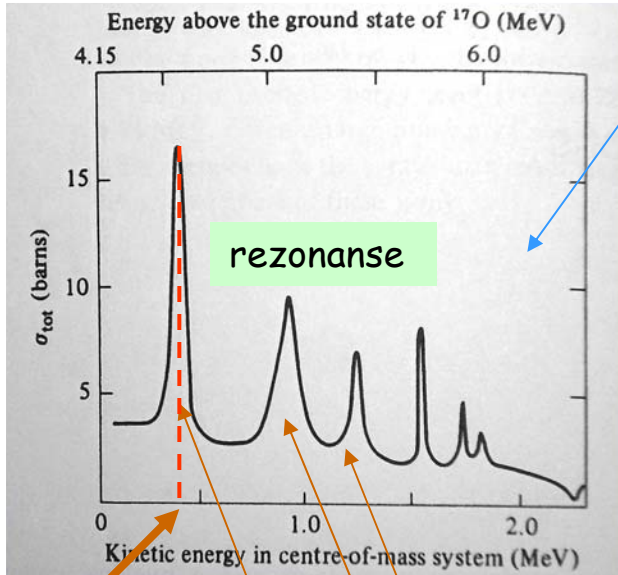


Prowadzący do stanu wzbudzonego (izotopu) tlenu

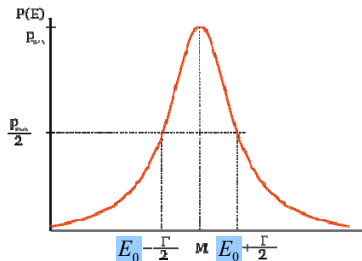
$$\sigma_{tot}(E) \sim \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

rozkład BWignera opisujący np. jedno z maksimum

k - pęd neutronu



0.44 MeV



Zauważamy różne szerokości "pików" tzn., że po absorpcji neutronu (w zależności który stan wzbudzony jest realizowany) jądro w tym stanie żyje krócej lub dłużej, pamiętać o zależności

$$\Gamma = \frac{1}{\tau}$$

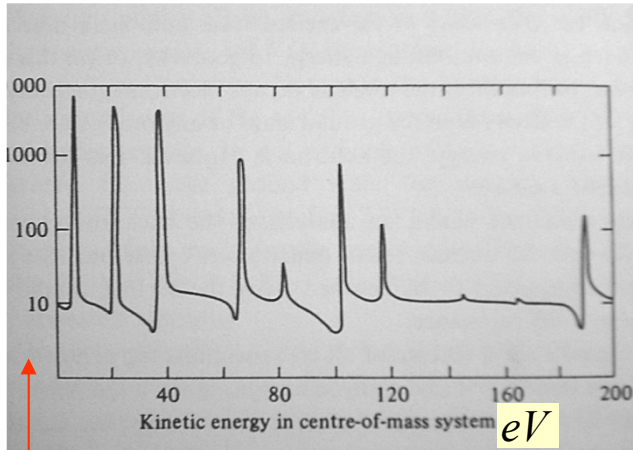
Im szerszy pik tym krócej jądro w tym stanie żyje a więc tym chętniej się rozpada

Pierwszy "pik" w przekroju czynnym (to zmierzono!) ma $\Gamma = 0.04$ i czas połow. rozpadu $\tau = 1.6 \times 10^{-20}$ s

Przed tym neutron traci swoją energię przy zderzeniach z innymi nukleonami - jeśli jego energia spadnie do $E \approx 0.44$ MeV Neutron zostaje uwięziony. Jądro jest wzbudzone i może rozpaść się np. przez EM.

Jeśli energia neutronu odpowiada tej "pomiędzy pikami" to przekrój czynny jest dużo mniejszy co oznacza, że jądro słabo oddziałuje z neutronem. Neutron jest "odepchnięty"- elastycznie.

Doświadczenie pokazuje, że **liczba rezonansów/MeV rośnie gwałtownie z A a ich szerokość maleje- stany wzbudzone wykazują stabilność.**



Przykład oddziaływania neutronu z uranem $n + {}^{238}_{92}\text{U}$

Stany są bardzo wąskie a odległość między nimi tak mała (rzędu 20 eV), że dominującymi rozpadami są rozpady gamma (bo emisja gammy powoduje przejście energetyczne do sąsiedniego pik). Jeśli energia neutronów leży pomiędzy pikami to mamy rozproszenie neutronów na jądrach uranu.

Skala logarytmiczna

Wspomnieliśmy, że neutrony nie podlegają barierze Coulomba stąd te nawet o niskiej energii mają szansę oddziać. z jądrami.

Jeśli neutrony mają b. małe E to przeważa elastyczne rozproszenie lub typ egzotermiczny reakcji $Q > 0$

Wzór

$$\sigma = \frac{const}{v}$$

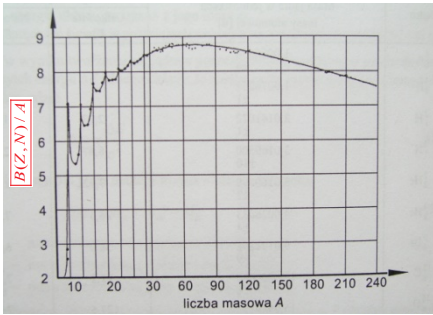
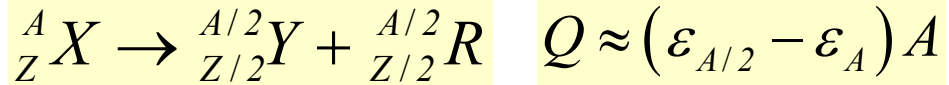
Zgadza się z pomiarami dla wolnych neutronów

Wydźwięk tego wzoru jest jasny klasycznie: przy małych prędkościach neutron dłużej przebywa w otoczeniu jądra i stąd łatwiej o oddziaływanie.

Przejdźmy do reakcji rozczepienia.

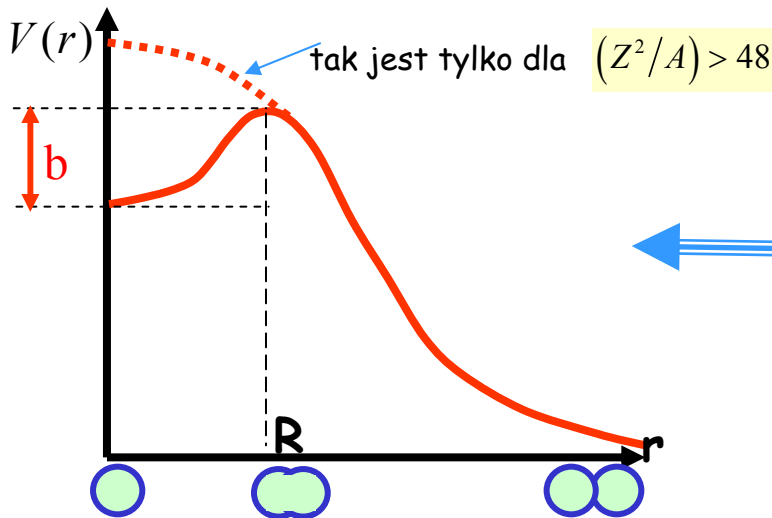
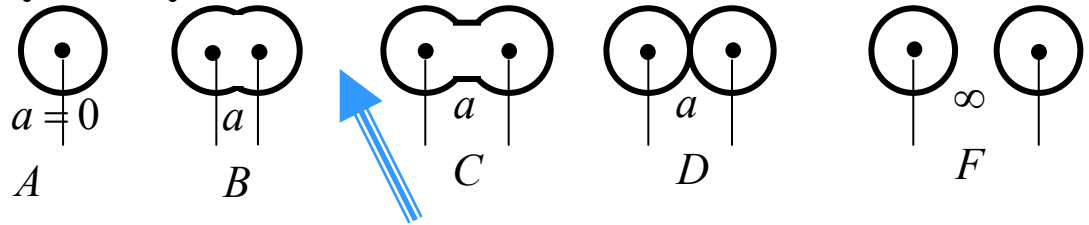
Pokażemy, że jeśli Q jest równe zero (a czasem nawet większe) i proces powinien zajść samorzutnie to dynamika rozpadu i nierówność sił w trakcie rozpadu (które przed rozpadem się równoważyły) nie pozwalają na dalszy rozpad - o tym diskutujemy poniżej.

Z rozważań kinematycznych (wykład 3) wynika, że przy rozpadzie na dwa takie same w przybliżeniu jądra



energia wiązania/nukleon

Jądro rozpada się zwiększając swoją powierzchnię (objętość) zgodnie z poniższym. Maleje wtedy odpychające oddziaływanie Coul., a rosną siły przyciągające związane ze zwiększeniem się powierzchni (objętości) jądra.



Jeśli na pośrednim etapie siły objętościowe okażą się większe niż odpychające, to jądro się nie rozpadnie!
Jeśli mniejsze to mamy możliwy rozpad.

Potencjalna energia podczas kolejnych stadiów procesu rozczepienia. Bariera b znika dla jąder z $(Z^2/A) \approx 48$ i potencjał zachowuje się tak jak obrazuje to przerywana linia.

Na chwilę zostawmy problem formacji, założmy model kropłowy i przypomnijmy sobie wzór na energię wiązania (opuszczając człon z "parowania" nukleonów) $-\delta A^{-1/2}$

$$Z(Z-1) \approx Z^2$$

$$B(Z, A) = \underbrace{aA - b(A^{1/3})^2}_{\text{związane z powierzchnią}} - \underbrace{s \frac{(A - 2Z)^2}{A} - d \cdot Z^2 A^{-1/3}}_{\text{związane z oddz. Coulomba}} \stackrel{\text{def}}{=} E_{\text{form}} + E_{\text{Coul}}$$

Skorzystajmy z tego wzoru aby obliczyć dla założonego przypadku jednakowych jąder po rozczepieniu Q (już 2-krotnie dyskutowany)

$$Q = \Delta B = \left[(B_{Z/2, A/2} + B_{Z/2, A/2}) - B_{Z, A} \right] = \left[2 \cdot B_{Z/2, A/2} - B_{Z, A} \right] =$$

$$2 \left(a \frac{A}{2} - b \left(\frac{A}{2} \right)^{2/3} - s \frac{\left(\frac{A}{2} - 2 \frac{Z}{2} \right)^2}{A/2} - d \cdot \left(\frac{Z}{2} \right)^2 \left(\frac{A}{2} \right)^{-1/3} \right) - \left(aA - bA^{2/3} - s \frac{(A - 2Z)^2}{A} - d \cdot Z^2 A^{-1/3} \right) =$$

$$\underbrace{\left(1 - \frac{2}{\sqrt[3]{4}} \right) bA^{2/3}}_{\text{część związana z rozmiarem jądra}} + \underbrace{\left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{4} \right) d \cdot Z^2 A^{-1/3}}_{\text{część związana z oddz. Coulomba}}$$

Rozważamy przemianę egzotermiczną $Q \geq 0$ - i założmy przypadek graniczny $Q = 0$, wtedy

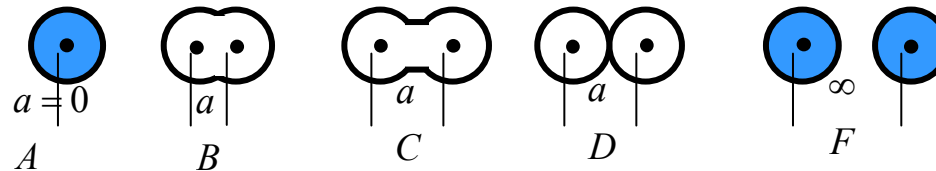
$$Q = \underbrace{\left(1 - \sqrt[3]{2}\right) b A^{2/3}}_{\text{część związana z rozmiarem jądra}} + \underbrace{\left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{4}\right) d \cdot Z^2 A^{-1/3}}_{\text{część związana z oddz. Coulomba}}$$

$$b = 18.3 \text{ MeV} \quad d = 0.7 \text{ MeV}$$

$$\zeta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta B_{\text{Coul}}}{\Delta B_{\text{objętosć}}} \right| = \frac{d}{2b} \left(\frac{Z^2}{A} \right)$$

Chodzi o to, że my musimy rozważyć ten stosunek w momencie gdy jądro się jeszcze nie rozpadło ale jest już rozdzielone (patrz na rysunku C) - uwzględnienie eliptycznego kształtu jądra. Stąd się bierze czynnik $\frac{1}{2}$ (bez skomplikowanego dowodu)

Proste rozważania dotyczą sytuacji gdy stan A zmienia się w stan F. Należy jednak po drodze rozważyć deformację ze stanu A do stanu B.



Zdajmy sobie raz jeszcze sprawę, że siły silne powierzchniowe = (objętościowe) scalają jądro zaś siły Coulomba go rozpychają.

Jeśli $\Delta B > 0$ tzn. $|\Delta B_{\text{objętosć}}| > |\Delta B_{\text{Coul}}|$ to jądro powróci do stanu podstawowego i rozpad nie zajdzie a gdy $\Delta B < 0$ tzn. $|\Delta B_{\text{objętosć}}| < |\Delta B_{\text{Coul}}|$ to deformacja będzie zachodzić dalej i jądro ulegnie rozpadowi.

$$\zeta = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta B_{Coul}}{\Delta B_{objętosc}} \right|$$

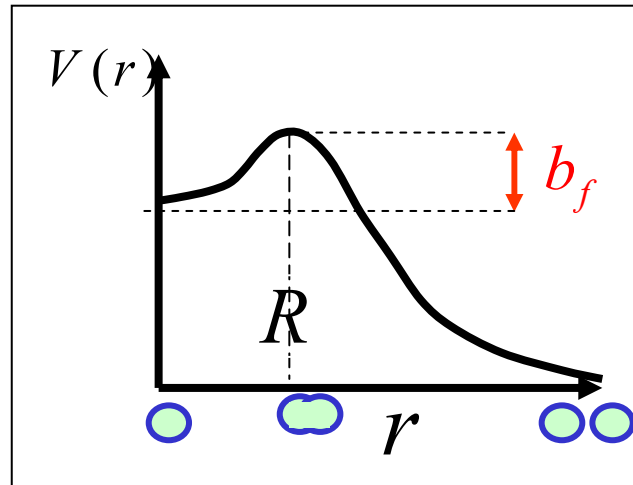
Czyli gdy $\zeta < 1$ to nie rozpadnie się, a gdy $\zeta > 1$ to rozpad następuje. Granicą jest $\zeta = 1$ co odpowiada tzw. wartości krytycznej wtedy energie objętościowa i Coulomba są w momencie podziału takie same.

Energia formacji nazywamy $E_{formacji} \stackrel{def}{=} b_f = E_{max} - E_X$ (Energia maksymalna deformowanego

jądra minus energia jądra w stanie X, przed rozpadem). Rozpad zachodzi gdy

$$E_{wzb} > E_{formacji}$$

energia dostarczona



Rozczepienie spontaniczne

Dla jądra "krytycznego" $\zeta_{kryt} = 1$ energia formacji wynosi zero i może nastąpić natychmiastowe rozczepienie, w czasie

$$\tau \approx \tau_{j\acute{a}dr} \approx 10^{-22} \text{ s}$$

Teraz z dyskutowanego cały czas oszacowania wyznaczmy warunek na Z^2/A

$$\zeta_{kryt} = 1 = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta B_{Coul}}{\Delta B_{form}} \right| = \frac{1}{2} \frac{d}{b} \left(\frac{Z^2}{A} \right)_{kryt}$$

znając $b = 18.3 \text{ MeV}$ $d = 0.7 \text{ MeV}$

stąd

$$\left(\frac{Z^2}{A} \right)_{kryt} \approx 50$$

Jeśli $\left(\frac{Z^2}{A} \right) > \left(\frac{Z^2}{A} \right)_{kryt}$

to następuje samorzutne rozczepienie jąder z ich podstawowego stanu!

Dla jądra uranu U 238 $\frac{Z^2}{A} \approx 35$. W porównaniu z $\left(\frac{Z^2}{A} \right)_{kryt} \approx 50$ to jest mało. Dlatego

średni czas życia takiego jądra wynosi $T_{1/2} \approx 10^{16}$ lat. (7 rzędów wielkości więcej niż dla jego rozpadu α). Natomiast dla jądra Ns (Nielsbohr – jądra sztucznie wytworzone)

$$\frac{Z^2}{A} \approx 44$$

(wartość bliska krytycznej) $T_{1/2} \approx 10^{-3} \text{ s}$

Rozczepienie pod wpływem neutronów

Możliwość rozczepienia spontanicznego jest nieprzewidywalna - rozwiązaniem są neutrony. Intensywność procesu zależy od energii neutronu i rodzaju ciężkiego jądra. Postępujemy się następującymi terminami:

Neutrony termiczne są zwykle w równowadze termodynamicznej z otoczeniem

$$E < 0.5 \text{ eV}$$

neutrony termiczne

$$0.5 \text{ eV} < E < 1 \text{ keV}$$

rezonansowe

$$1 \text{ keV} < E < 100 \text{ keV}$$

pośrednie

$$100 \text{ keV} < E$$

szybkie

Mierzona szerokość Γ dla stanów rezonansowych przy niskiej energii wynosi zwykle około 0.1 eV co odpowiada czasowi życia liczonego od momentu absorpcji neutronu

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \approx 10^{-14} \text{ s}$$

Prześledźmy - co się dzieje jak neutron o energii E_n wpada do jądra A tworząc jądro $A+1$

$$E_{wzb} \stackrel{\text{def}}{=} E_n + \varepsilon_{A+1}$$

$$E_{wzb} > E_{form}$$

$$E_n + \varepsilon_{A+1} > E_{form} \Rightarrow$$

$$E_n > E_{form} - \varepsilon_{A+1}$$

Teraz dyskutujemy problem - uwolniona przy "połknięciu" neutronu energia vs bariera formacji E_{form}

Będziemy dyskutować to na przykładzie izotopów Uranu

Proces rozczepienia przy termicznych neutronach jest także powolny (typowy czas od uderzenia do rozczepienia) $T \approx 10^{-17}$ s. Wtedy rozczepieniu podlega nie jądro ${}^A_Z X$ ale ${}^{A+1}_Z X \equiv C$

czyli tzw. jądro złożone C. Rozpad zachodzi nie z podstawowego stanu ale ze stanu wzbudzonego

spowodowanego absorpcją neutronu. Rozczepienie zajdzie gdy $E_{wzbudz} > E_{formacji}$

$$E_n > E_{form} - \varepsilon_{A+1}$$

$$E_{form} = \begin{cases} 6.5 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U} \\ 7.1 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{A+1} = \begin{cases} 6.8 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U} \\ 5.5 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U} \end{cases}$$

$$E_{form} - \varepsilon_{A+1} = \begin{cases} -0.3 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{235}_{92}\text{U} \\ 1.6 \text{ MeV} & \rightarrow {}^{238}_{92}\text{U} \end{cases}$$

Zgodnie z powyższym energia neutronu musi spełniać powyższe - a więc w przypadku U-235 energia neutronu wystarczy mała zaś dla U-238 duża. Dla szybkich n, $\sigma \sim 1/v$ a więc prawdop. jest małe stąd mała wydajność takiego procesu. Z kolei dla ${}^{235}_{92}\text{U}$ (odwrotnie). Dlatego rozczepienie może być wywołane już neutronami termicznymi (większy przekrój czynny)! Z kolei zasoby tego izotopu są małe - mamy około **0.72% Uranu 235 i 99.28 Uranu 238.**

Uwaga! Wielkości energii są w MeV a więc nie są małe

Na gruncie naszego oszacowania możemy pokazać dlaczego ${}_{92}^{235}\text{U}$ rozczepia się już termicznymi neutronami zaś na rozczepienie ${}_{92}^{238}\text{U}$ potrzebne są neutrony szybkie. Zależy to od typu jądra. Ponieważ naprawdę rozpadają się jądra złożone ${}_{92}^{236}\text{U}$ oraz ${}_{92}^{239}\text{U}$. Jedno z nich jest parzysto-parzyste a drugie nieparz. więc mają różne B_n jako, że energia wiązania zależy od konfiguracji,

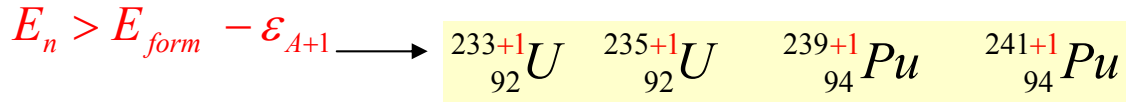
$$B(Z, A) = aA - b(A^{1/3})^2 - s \frac{(A - 2Z)^2}{A} - d \cdot Z(Z - 1) \cdot A^{-1/3} \quad \boxed{-\delta A^{1/2}}$$

$$\delta \begin{cases} 11.2 \text{ MeV} & \text{dla nieparz - nieparz} \\ 0 & \text{dla nieparz - parz} \\ -11.2 & \text{dla parz - parz} \end{cases}$$

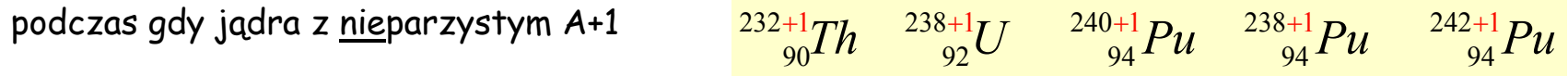
i ta różnica w energii wiązania powoduje różnicę energii w rozczepiających neutronach - termiczne dla U 235 i szybkie dla U 238. Jest też różnica w przekrojach czynnych: termiczne neutrony prowadzą do reakcji egzotermicznej z dużym przekrojem czynnym, bo $\sigma \approx 1/v$

dla $E_n = (0.025 \text{ eV})$ przekrój czynny jest 600 barn a dla $E_n = (2 - 6 \text{ MeV})$ przekrój wynosi 1 barn.

Jądra z parzystym A+1 mają większą E wiązania stąd trzeba dostarczyć E_n mniejszej



i podlegają rozczepieniu przez neutrony o **nawet prawie zerowej energii kinetycznej**,



mają mniejszą energię wiązania - stąd energia kinetyczna neutronu E_n musi być większa

Wiadomo, że energia wiązania na nukleon wynosi dla U 235 około 7.6 MeV. Przyjmijmy również, że energia wiązania na nukleon dla produktów rozpadu wynosi 8.5 MeV. Podstawiając do ZNANEGO wzoru $Q \approx (\epsilon_{A'} - \epsilon_A) A$ otrzymujemy energię rozczepienia. $E \approx 200 \text{ MeV}$ Na dwóch gramach U 235 można by objechać kulę ziemską dookoła (porównując z pracą wykonaną przez samochód)!

Cechy charakterystyczne rozczepienia jądrowego

-- Produkty rozpadu bywają różne ale grupują się wokół $_{36}\text{Kr}$ (krypton) i $_{54}\text{Xe}$ (xenon) - tendencja do liczb magicznych.

-- 80% energii idzie na energię kinetyczną produktów rozpadu.

-- Ciężkie produkty rozczepienia są przeladowane neutronami i się ich pozbywają. W jednym procesie rozczepienia powstaje 2-3 neutronów wynoszących około 3% energii Q (tzw. neutrony natychmiastowe). Ich średnia energia kinetyczna wynosi średnio 2 MeV.

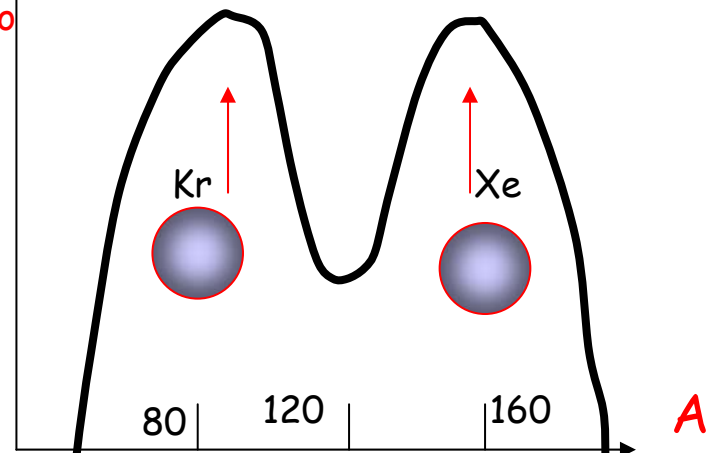
Po emisji takich neutronów produkty są w stanie wzbudzonym i przechodzą do stanu podstawowego emitując kwanty gama - średnio 8 kwantów o energii około 1 MeV (unoszą 3.5% Q).

Po emisji neutronów ciągle mamy nadmiar neutronów i produkty rozczepienia pozbywają się ich poprzez rozpad β^- (5% energii Q).

W niektórych sytuacjach rozpad beta jest zabroniony i jądro po czasie przechodzi do stanu podst. emitując znowu neutron tzw. neutrony opóźnione. Widać, że w momencie rozpadu produkowane są neutrony

około 150 możliwych stanów końcowych

Prawdopodobieństwo



Co się dzieje gdy np. 2 MeV neutron (ten z rozpadu!) wpada do próbki z ^{238}U (99%) oraz ^{235}U 1%. Przekroje czynne na oddziaływanie z neutronem przy tej energii są prawie jednakowe w związku z czym częściej ze względu na 99% będzie on oddziaływał z ^{238}U . W tym zakresie energii zderzenia nie-elastyczne dominują a więc po kilku zderzeniach energia neutronu spadnie poniżej wartości potrzebnej do przeprowadzenia rozczepienia U238. Jediną szansą tego neutronu na rozczepienie jest interakcja z U235. Ale ze względu na przekrój czynny $1/v$ neutron musi się on "ochłodzić" do energii około kilku eV! Ale podczas tego może on zostać zaabsorbowany rezonansowo przez U238 tworząc stan U239. Widać, że w naturalnym Uranie liczba neutronów użytecznych do podtrzymania fuzji jest daleko niewystarczająca. Trzeba wzbogacić próbkę. Dwie drogi reakcji łańcuchowej:

Termiczne reaktory:

Najbardziej rozwinięta technologia - reaktory termiczne. Paliwo często oparte na naturalnym Uranie (np. pręty ceramiczne z dwutlenku uranu). Neutrony wchodzi do otaczającego paliwo tzw. moderatora (lekkie jądra C w postaci grafitu lub ciężka woda D_2O), które słabo absorbują neutrony. Oddziaływanie typu zderzenie sprężyste daje największą stratę energii przy zderzeniu z ciałem lekkim (przy odbiciu od ciężkiego zmienia się kierunek V a nie jego wartość) - stąd najlepszym spowalniaczem jest D_2O . Zderzają się więc one, tracą energię przez zderzenia elastyczne do momentu aż staną się termiczne i mogą spowodować rozczepienie U235 (duży przekrój kompensuje małość próbki) i mamy reakcję (przy dobrze dobranych parametrach) łańcuchową. Często wzbogaca się sztucznie próbkę dodając około 2% U235. Wtedy reaktor pracuje stabilniej a do chłodzenia możemy użyć zamiast D_2O zwykłej wody (pomimo, że tu zachodzi czasem reakcja $n + H \rightarrow D + \gamma$)

Prędkie reaktory:

Oparte o rozczepienie przez szybkie neutrony. Nie potrzeba wtedy moderatora a paliwo jest wzbogacone w około 20% nie przez U235 ale przez Pu239.

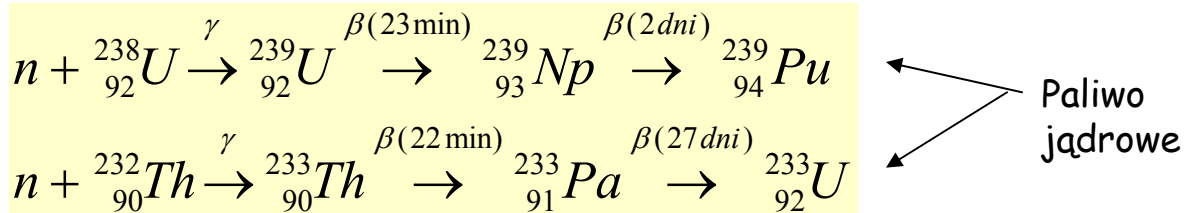
Do spalania Pu239 trzeba neutronów termicznych i trzeba je spowolnić a spowalnianie zachodzi poprzez zderzenia neutronów z jądrami paliwa (nie potrzeba spowalniacza).

Małe przekroje czynne na rozczepienie więc masa krytyczna większa niż w termicznych.

Moc/kg paliwa mniejsza około 5 razy.

Sterowanie trudne bo są słabo pochłaniające.

Nadmiar neutronów, które mogą produkować paliwo. Naturalnym paliwem jest U 235 ale jest go mało. Jak otoczyć reaktor taki warstwą naturalnego U 238 to zachodzi



Pluton jest bardzo dobrym paliwem dla szybkich neutronów (Uran235 jest gorszy)

Podział według substancji chłodzącej (tzw. chłodziwo)

Reaktory wodne i ciśnieniowe tzw., której chłodziwem i modelatorem jest zwykła woda, która jest pod wysokim ciśnieniem.

Reaktory wodne, wrzące, której chłodziwem jest zwykła wrząca woda a moderuje się woda lub grafitem (np. Czernobyl).

Reaktory wodne i basenowe, gdzie pręty paliwowe są zanurzone w wodzie, która jest modelatorem, a zarazem chłodziwem.

Wysokotemperaturowe Reaktory gazowe (AGR, HTGR), której chłodziwem jest gaz

np. dwutlenek węgla lub hel – moderatozem grafit.

Reaktory prędkie (na szybkich neutronach) chłodziwem są stopione metale, tzn. sód lub ołów lub sole w stanie ciekłym- pozbawione modelatora.

Reakcja łańcuchowa

Jeśli jądro się rozpadnie i mamy np. dwa neutrony to one powodują (jeśli zadbać o to ustalając odpowiednie parametry) dalsze rozczepienia - po n rozpadach (pokoleniach) mamy 2^n neutronów i one rozczepiają tyle samo jąder. **Reakcja łańcuchowa**. Dla całkowitego rozczepienia 2 g U 235 potrzebujemy około 2^{72} neutronów. Odbywa się to w czasie

$$\tau \sim 10^{-5} - 10^{-6} s$$

Rozmnażanie neutronów jest eksponencjalne -

$$n(t) = n(0) \cdot e^{(vq-1)\frac{t}{t_p}}$$

gdzie: $n(t)$ jest liczbą neutronów po czasie t - q jest prawdopodobieństwem, że neutron spowoduje rozczepienie v średnią liczbą wyprodukowanych neutronów t_p - czas charakterystyczny procesu (czas średni). Widać, że liczba neutronów maleje lub rośnie eksp.

Trzeba utrzymać $vq \approx 1$

Problem tzw. Masy Krytycznej oraz Krytycznych Rozmiarów (warunki brzegowe).

Dla ilościowego ujęcia postępu reakcji wprowadzamy współczynnik rozmnożenia

$$k = \frac{N_i}{N_{i-1}}$$

Stosunek ilości neutronów z pokolenia $i-1$ do i

Jeśli $k=1$ stacjonarny proces	układ krytyczny
$k < 1$ reakcja gaśnie	układ nad-krytyczny
$k > 1$ natężenie rośnie	układ pod-krytyczny

Synteza jądrowa

Przypomnijmy sobie raz jeszcze wzór na energię reakcji Q

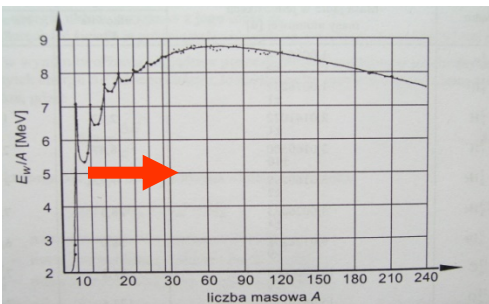
$$Q \stackrel{def}{=} K_{kon}^{kin} - K_{pocz}^{kin} = M_{pocz} c^2 - M_{kon} c^2 = (m_a + m_b) c^2 - \sum_i m_i c^2$$

Jak ograniczymy się do reakcji $a_{Z'}^{A'} + b_{Z''}^{A''} \rightarrow R_{Z'+Z''}^{A'+A''}$ i wyrazimy masę jądra przez sumę mas nukleonów minus ich energię wiązania (patrz wykład 3)

$$Q = (m_a + m_b) c^2 - m_R c^2 = B_{Z=Z'+Z'', A=A'+A''} - (B_{Z', A'} + B_{Z'', A''}) =$$

$$\varepsilon_{A'+A''} (A' + A'') - (\varepsilon_{A'} A' + \varepsilon_{A''} A'') = \varepsilon_{A'+A''} (A' + A'') - \frac{\varepsilon_{A'} A' + \varepsilon_{A''} A''}{(A' + A'')} (A' + A'') =$$

$$\varepsilon_{A'+A''} (A' + A'') - \varepsilon_{A'A''}^{srednie} (A' + A'') = (\varepsilon_{A'+A''} - \varepsilon_{A'A''}^{srednie}) \cdot A$$



$$Q = (\varepsilon_A - \varepsilon_{A'A''}^{srednie}) \cdot A$$

Jeśli mamy syntezę jąder lekkich na cięższe to i wtedy

$$Q > 0$$

$$\varepsilon_A > \varepsilon_{A'A''}^{srednie}$$

O ile reakcje rozczepienia mogą zachodzić spontanicznie (aczkolwiek do regularnego procesu potrzebne są neutrony aby reakcja była wydajna) to reakcje syntezy wymagają zbliżenia jader, które się odpychają. Bariera Coulomba stanowi zasadniczą przeszkodę.

Tej wielkość już ocenialiśmy

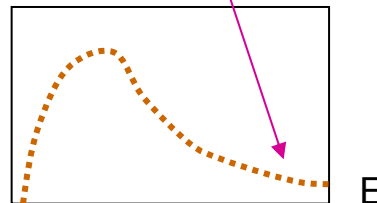
$$U_{coul} = k \frac{Z_a Z_b e^2}{R} = k e^2 \frac{Z_a Z_b}{r_0 (A_a^{1/3} + A_b^{1/3})} \approx 1.2 \frac{Z_a Z_b}{A_a^{1/3} + A_b^{1/3}} \text{ MeV}$$

$$R = R_a + R_b$$

jest w tym przypadku sumą promieni jader

Bariera ta może być pokonana gdy energia jader (czyli Temp.) jest wysoka. Jeśli termicznej energii $E = kT = 0.1 \text{ eV}$ odpowiada $T = 10^4 \text{ K}$ to typowej barierze w procesie fuzji (syntezy) $U = 0.1 \text{ MeV}$ odpowiada temperatura $T = 10^9 \text{ K}$!! To w przybliżeniu 50 razy więcej niż wynosi temp. wewnątrz Słońca. Wynika stąd, że reakcja syntezy praktycznie nie zachodzi. Ale mamy dwa czynniki:

--- Energia ma rozkład Maxwella (długi "ogon" - stąd jest sporo cząstek o energiach wyższych niż średnia kT)

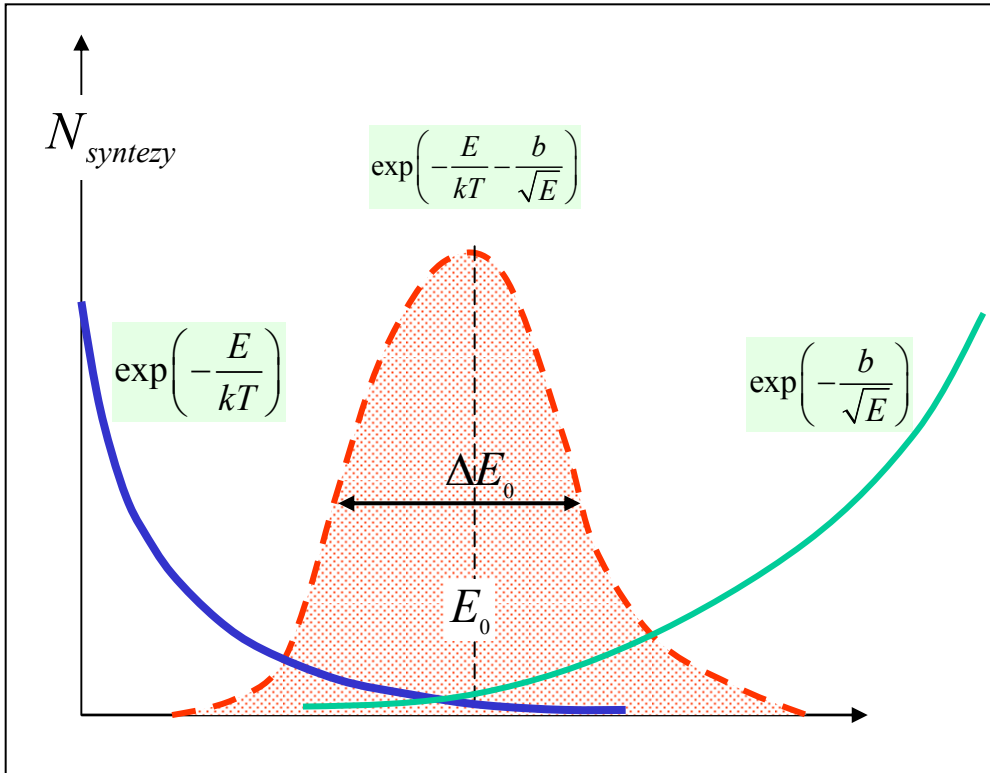


--- Mamy do czynienia z efektem tunelowym, dla $E < U$ jądra mają szansę się zbliżyć!

W wysokiej temperaturze reakcja może już zachodzić samorzutnie. Przykładem gwiazdy - słońce.

W słońcu mamy do czynienia ze wszystkimi 4 - oddziaływaniami, grawitacyjnymi, słabymi elektromagnetycznymi, oraz silnymi. Słońce powstało około 5×10^9 lat temu. Zbudowane jest głównie z wodoru i helu. Zapadanie grawitacyjne, zamiana energii poten. na kinet. i zapłon syntezy.

Istnieje pewna wartość energii E_0 przy której prawdopodobieństwo syntezy jądrowej jest największe.



Mamy tu dwa efekty: dla określonej temperatury "gazu" jądrowego rozkład prędkości Maxwella oraz efekt polegający na tym, że dla dużych energii łączyjących się jąder im większa energia tym łatwiej przebić się przez barierę potencjału Coulomba. To ostatnie dyskutowane przy rozpadach α Generalnie chodzi o to, że im większa energia względna układu dwóch jąder podlegających syntezie tym łatwiejszy jest efekt tunelowy. Ilościowa formuła nazywa się czynnikiem Gamowa i ma związek z cytowanym przy okazji rozpadów alfa wzorem Geigera&Nettola

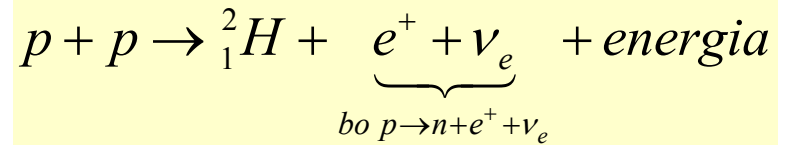
$$T_{1/2} = \exp\left(C + \frac{D}{\sqrt{E_\alpha}}\right) = A \cdot \exp\left(\frac{D}{\sqrt{E_\alpha}}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{T_{1/2}} = A^{-1} \cdot \exp\left(\frac{-D}{\sqrt{E_\alpha}}\right) \quad \text{a o to nam chodziło}$$

Odwracając problem i stosując go do syntezy (również problem tunelowania bariery Coulomba) mamy czynnik Gamowa - wzór ten wyprowadza się również ze wzoru na prawd. tunelowania.

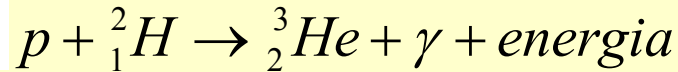
Wypadkowe jest iloczynem Maxwella i rozkładu Gamowa $\exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \exp\left(-\frac{b}{\sqrt{E}}\right)$

$$f(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z) = \text{const}(kT)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\mathbf{v}_x^2 + \mathbf{v}_y^2 + \mathbf{v}_z^2}{2kTm}\right) = \text{const}(kT)^{-3/2} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

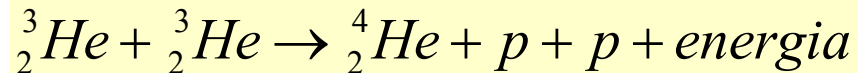


Podstawowym procesem w słońcu jest reakcja syntezy

zaś $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$ dostarczając dodatkowej energii. W następnym kroku deuter przechodzi w hel

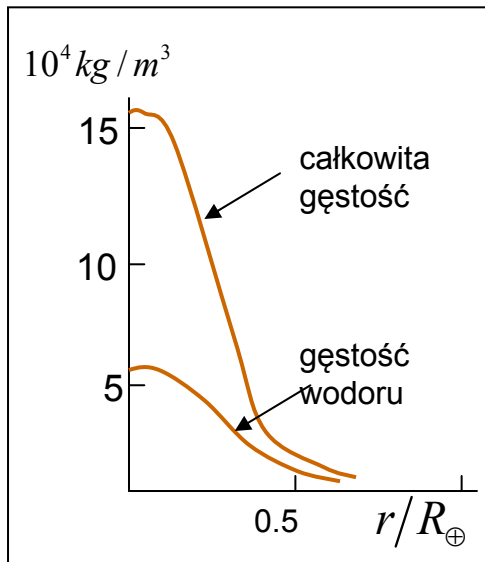


który z kolei zamienia się w ${}_2^4\text{He}$ zgodnie z



Wszystkie typy reakcji (taki sekwencyjny typ rozpadów nazywa się PPI chain - łańcuch protonowy) prowadzą do uwolnienia energii przypadającej na wytworzenie jednego jądra helu 26.73 MeV

zaś neutrino elektronowe emitowane w pierwszym procesie niesie 0.26 MeV . Z kolei emitowany kwant gamma zarówno w procesie produkcji ${}_2^3\text{He}$ jak i anihilacji $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$ dostarczają energii w ilości 6.55 MeV . Jeśli obserwowana świetność słońca (moc) L_{\oplus}



$$\frac{L_{\oplus} (\text{MeV} / \text{s})}{6.55 \text{ MeV}} = 3.7 \times 10^{38} \text{ s}^{-1}$$

przemian wodoru w hel na sek

Wynik obliczeń wynikających z modelu słońca – 50% masy słońca leży w objętości odpowiadającej $r < R_{\oplus} / 4$ zaś 95% świetności słońca jest

emitowane z objętości $r < R_{\oplus} / 5$ gdzie temperatura $kT \approx 1 \text{ keV}$

tj. $T \approx 1.16 \times 10^7 \text{ K}$

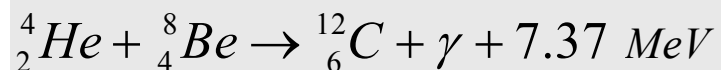
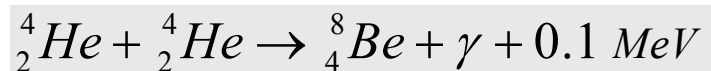
$$\sim \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}} = 3.8 \times 10^{41} \text{ J}$$

Użyjmy prostego rachunku na energię grawitacji,

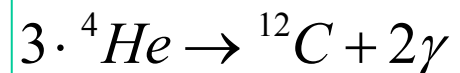
taka energia ($E = kT$) daje około 1 keV. W takiej temperaturze atomy wodoru i helu są całkowicie zjonizowane – jest to plazma! Odbywa się obecnie cykl wodorowy (początek). Czas życia słońca 10^{10} lat

Gwiazdy o masach mniejszych od masy słońca po wypaleniu się wodoru zamieniają się w skupiska typu planety jako, że po zapadnięciu się grawitacyjnym energia gwiazdy nie wystarcza do "zapłonu" helu.

W gwiazdach większych temperatura wzrasta od 10^7 do 10^8 K i zachodzi proces spalania Helu



symboliczny
zapis



Proces ten nazywa się procesem 3α i jest kluczowym procesem w budowie cięższych pierwiastków we wszechświecie.

dokładniej:

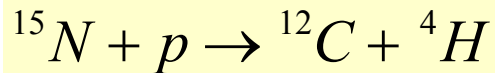
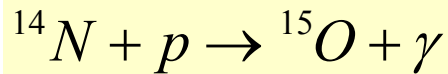
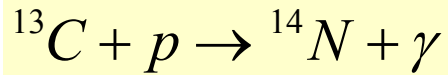
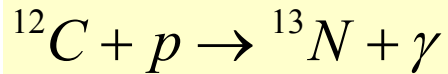
Jeśli hel zostanie wówczas gwiazdy o masach rzędu mas 0.4 słońca zostają zamienione w tzw. **białe karty helowe**. Gwiazdy (od 0,4 do ok. 4 mas Słońca) spalają hel dając **białe karty węglowe**.

Musimy rozważyć jeszcze inne reakcje na słońcu, np. ${}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + \gamma + 1.59 \text{ MeV}$

Beryl przechodzi następnie w lit ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e + 0.86 \text{ MeV}$ (znowu **słabe** oddział.)

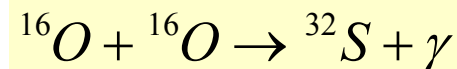
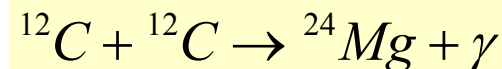
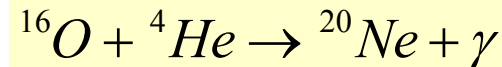
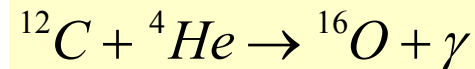
Istnieją też inne oddziaływania z Be - ten zestaw procesów nazywa się PPII chain.

Inny interesujący zbiór procesów, tzw. Cykl CNO związany jest obecnością ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{13}_6\text{C}$, ${}^{14}_7\text{N}$, ${}^{15}_7\text{N}$



wszystko zależy od temperatury
(energii)

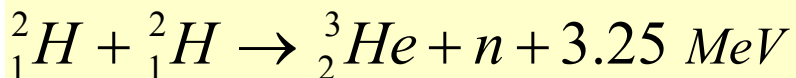
Ponieważ dla tych jąder Z jest duże to bariera Coulomba jest wysoka i potrzeba znacznie wyższej temperatury dla takiej syntezy. Dla większych i bardziej gorących gwiazd lub gwiazd w późnym okresie (wypalony wodór i hel) procesy takie dominują nad łańcuchami PP. W naszym słońcu tylko 3% podlega takim procesom. W bardziej masywnych gwiazdach znajdują procesy



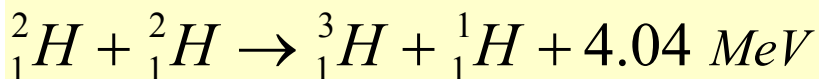
Kontrolowane reakcje syntezy - technika podstawowa STACJONARNA PLAZMA

(TOCAMAC, JET, ITER, POLYWELL) Reakcja podstawowa ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He + n + 17.6 \text{ MeV}$

Stosunkowo niska bariera Coul. i stosunkowo duży przekrój czynny. $Q/A=3.5 \text{ MeV}$ a dla rozczepienia typową wartością jest $Q/A=1 \text{ MeV}$. Przeprowadza się też eksperymenty z procesem deuter-deuter



lub bardziej przyszłościowe



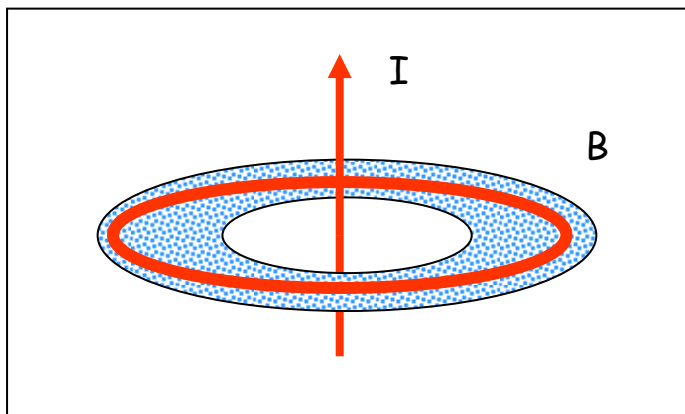
Czas utrzymania plazmy zależy od jej koncentracji (kryteria Lawsona), dla cyklu I-szego, τ czas trwania plazmy

$$n\tau > 10^{20} \text{ m}^{-3} \text{ s}$$

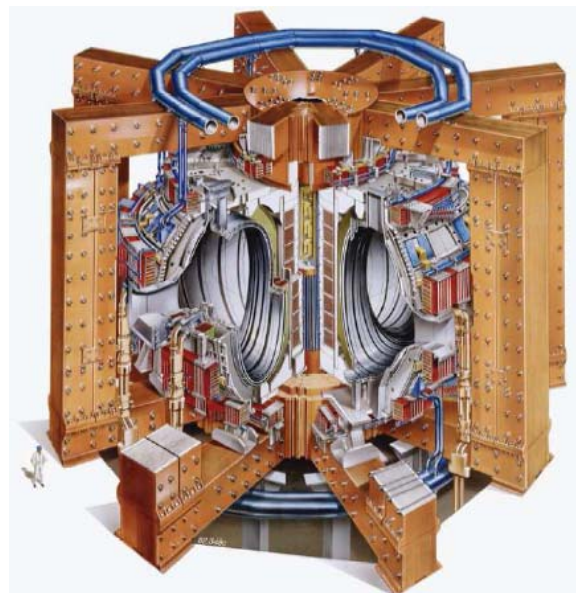
dla D-D

$$T \approx 2 \times 10^8 \text{ K} \quad [n] = \text{m}^{-3}, [\tau] = \text{sek}$$

czas trwania 1-2 sek



Utrzymanie plazmy przez silne pole magnetyczne -
grzanie plazmy prąd (grzanie oporowe)



Pierwsze trzy minuty po momencie Wielkiego Wybuchu BB

W początkowej fazie wszystkie powstałe cząstki (anty) oraz bozony pośredniczące były w równowadze - energia (temperatura) były tak wysokie, że wszystkie cząstki transformowały się jedne w drugie. Nie było różnic pomiędzy kwarkami a leptonami. Wszystkie oddziaływania były równouprawnione (taka sama stała sprzężenia).

Po czasie 10^{-35} s temperatura spadła (ekspansja) i nastąpiło przejście fazowe - silne oddział. oddzieliły się od EM, tzn. kwarki dużo słabiej oddziaływały z leptonami.

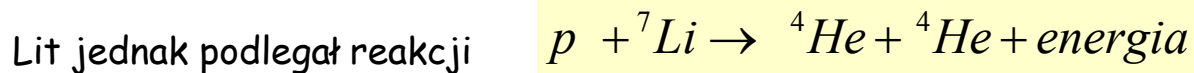
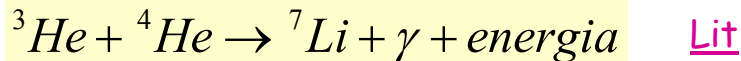
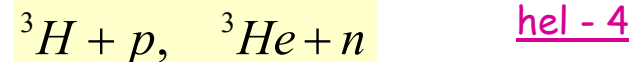
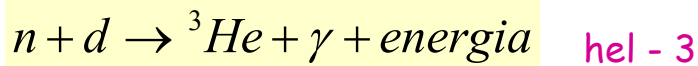
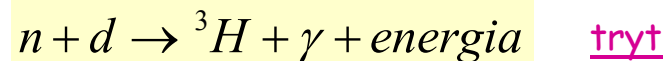
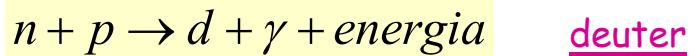
Po czasie 10^{-11} s ($kT \approx 100$ GeV) nastąpiło następne przejście fazowe - słabe Weak oddzieliły się od EM. Symetria została złamana - EM oraz Weak były teraz różnymi oddział. O ile poprzednio foton, Z oraz W miały te same własności to na tym etapie zróżnicowały się. W i Z "nabrały masy". Symetria Elektrosłaba została złamana dzięki cząstkom Higgsa.

Po czasie 10^{-6} s ($kT \approx 100$ MeV) kwarki i gluony zaczęły się w niższej temperaturze łączyć w protony i neutrony. Dzięki na tyle wciąż dużej energii, na początku była jednakowa ilość protonów i neutronów (pomimo różnicy w masie kwarku d i u, n(udd) p(duu)). Po schłodzeniu, ze względu na potrzebę większej energii do kreacji neutronu niż protonu liczba neutronów spadła.

Po czasie około 1 s ($kT \approx 1$ MeV) neutrina nie miały już tyle energii aby utrzymać w równowadze protony i neutrony np. reakcja $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$ (patrz na wykład o słabych oddział. oraz przemiany beta) i przestały się "interesować" nukleonami pozostając zbiorem słabo oddział. obiektów. Stosunek liczby protonów/neutronów ~ 7 .

Przy temperaturze 3500-3000 K energie fotonów stały się za małe, by jonizować materię - nastąpił wychwyt elektronów przez protony, jądra helu i dużo mniejsze ilości jąder deuteru, Li i Be - prowadząc do atomów. Materia w postaci gazu wodorowego stała się przezroczysta dla fotonów - powstało wówczas promieniowanie tła (promieniowanie reliktowe).

Po trzech minutach temperatura spadła do ($kT \approx 100 \text{ keV}$) Było wtedy około 88% protonów i 12% neutronów. Poprzez procesy syntezy zaczęła się era nukleo-syntezy lekkich pierwiastków.(deuter, hel, lit...etc.)



Reakcje przebiegały do momentu wyczerpania się neutronów zawartych w ${}^4\text{He}$ który stanowił 24% masy wszechświata. Większość hadronowej masy była w protonach (bo było ich 88%).

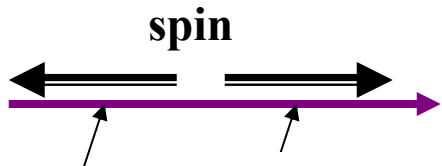
Po 10 minutach temperatura spadła do takiej wartości, że synteza, ze względu na barierę Coulomba, stała się niemożliwa.

Ciężkie pierwiastki powstały znacznie później w syntezie ale już wewnątrz gwiazd (znaczenie grawitacji).

NEUTRINA

slabo oddziałują
lewoskrętne cząstki a
prawoskrętne
antycząstki

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} q = 0 \\ q = -1 \end{matrix}$$



lewoskrętna prawoskrętna

$$\begin{matrix} L_{e^-} = L_{\nu_e} = 1 \\ L_{\mu^-} = L_{\nu_\mu} = 1 \\ L_{\tau^-} = L_{\nu_\tau} = 1 \end{matrix}$$

Wydawało się, że w procesach słabych zachowane są poszczególne liczby leptonowe jak i ich suma (całkowita liczba leptonowa).

W modelu standardowym zakłada się tzw. neutrino Diraca. Spin jest co prawda $\frac{1}{2}$ ale konfiguracja spinu jest jedna – dla cząstek spin jest antyrównoległy do pędu zaś dla antycząstek jest równoległy z pędem. Istnieje inny model neutrino tzw. model Majorany. W modelu tym neutrino jest zarazem swoją antycząstką (podobnie jak np. dla fotonu).

$$\nu = \bar{\nu}$$

W modelu Diraca dwa pola opisujące neutrina są niezależne i każde związane jest z innym helicity (skrętnością). W modelu Majorany pola o różnej skrętności są odpowiednio polem i polem do niego sprzężonym.

$$\psi_R = (\psi_L)^\dagger$$

Innymi słowy mamy jedno neutрино ale o dwóch możliwych stanach spinowych (chodzi o skrętność). W SM zakłada się neutrina BEZMASOWE. A jak jest naprawdę ?

Obserwuje się tzw. oscylacje neutrin – przechodzenie jednego typu neutrina w drugie

$$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$$

Stany własne słabych oddziaływań nie są jednocześnie stanami własnymi energii (masy).



To co obserwujemy to stany będące superpozycją stanów o określonej masie. Jedne stany są związane z drugimi poprzez tzw. **unitarną macierz mieszania**.

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$

Jeśli ograniczymy się do dwóch pierwszych neutrin, to

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix}$$

Jeśli oba wyrażają się przez te same wielkości to znaczy że mogą się mieszać

$$\nu_e = \cos(\theta)\nu_1 + \sin(\theta)\nu_2$$

$$\nu_\mu = -\sin(\theta)\nu_1 + \cos(\theta)\nu_2$$

Jeśli założymy, że neutrina są stabilne (nie rozpadają się) to zgodnie z mechaniką kwantową mamy

$$|\nu_l(x,t)\rangle = |\nu_l(0,0)\rangle \cdot \exp(i \cdot (p_l \cdot x - E_l \cdot t)) \quad l = 1,2$$

zrobimy przybliżenie

$$E_l = \sqrt{p_l^2 + m_l^2} \approx p_l + \frac{m_l^2}{2p_l}$$

Zauważmy, że operujemy układem jednostek $c=1$, wtedy $x=t$ i po podstawieniu do poprzedniego wzoru mamy

$$|v_l(x,t)\rangle = |v_l(0,0)\rangle \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{m_l^2 \cdot t}{2p_l}\right) \quad l=1,2$$

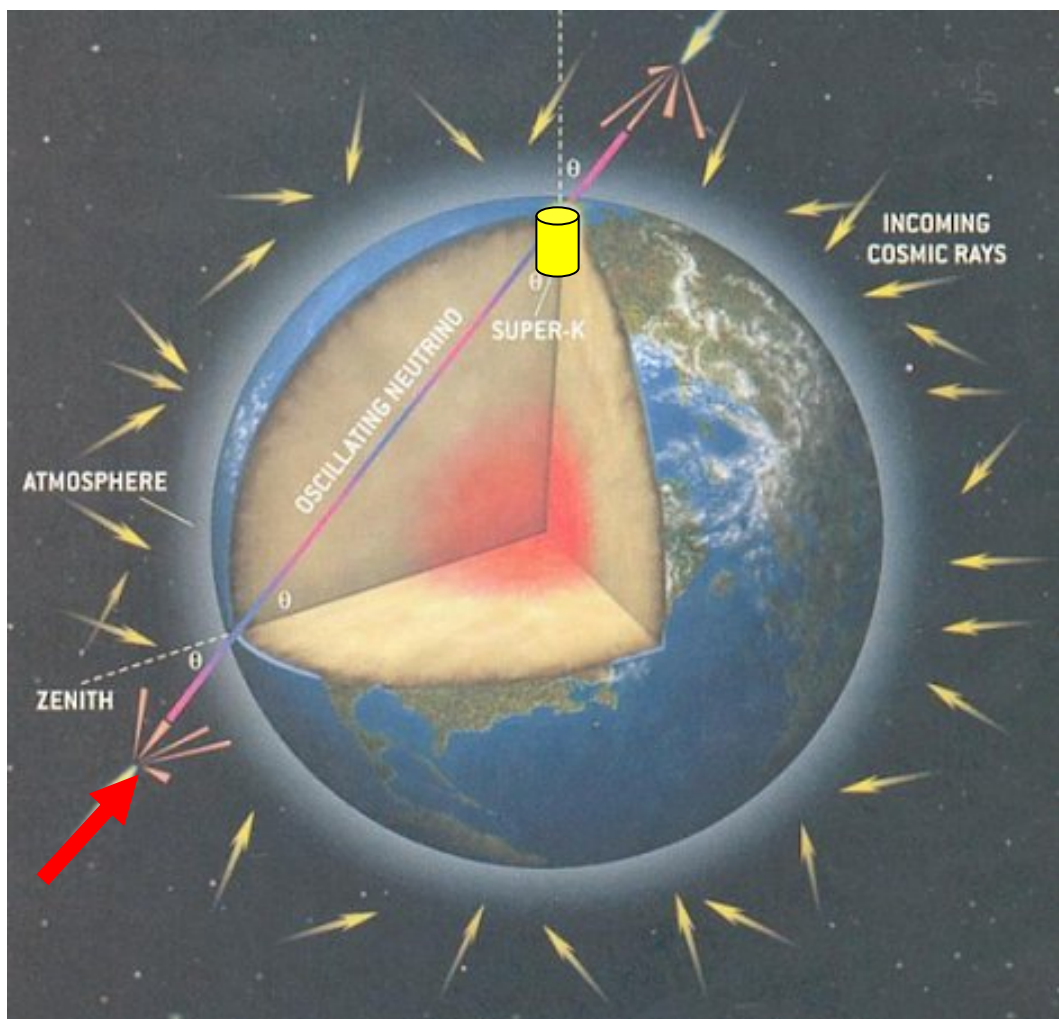
Jeśli w chwili $t=0, x=0$ mieliśmy czystą wiązkę v_e elektronową (po pewnym czasie część jej zamieni się na wiązkę v_μ) to

$$v_e(0) = 1 \quad v_\mu(0) = 0$$

Można łatwo pokazać, że

$$P(v_e \rightarrow v_\mu) = 1 - P(v_e \rightarrow v_e) = \sin^2(2\theta) \cdot \sin^2\left(1.3 \frac{\Delta m^2 L}{E}\right)$$

L - długość charakterystyczna



Dwa typy eksperymentów:

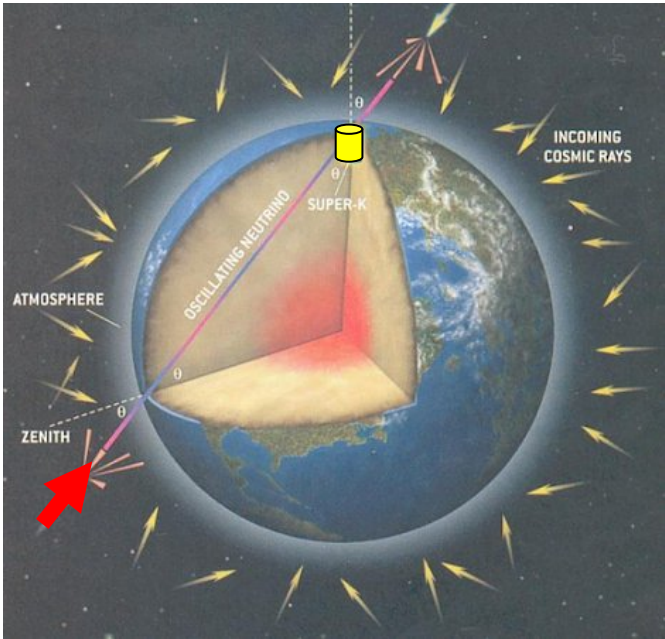
1. tzw "eksperymenty znikania" w których mierzymy strumień neutrin jakiegoś rodzaju na dwóch odległościach x_1 oraz x_2 - stosunek natężeń daje info o oscylacjach (eksperymenty reaktorowe),

$$R = \frac{P_{ll}(x_1/E)}{P_{ll}(x_2/E)}$$

2. Pomiary strumienia neutrin i porównanie ich z natężeniem strumienia z przewidywanym lub porównanie ze strumieniem idącym z innego kierunku (problem neutrin słonecznych i neutrin atmosferycznych).

Jeśli chodzi o metodę 1-szą to wynik jest ciągle kontrowersyjny. Neutrino słoneczne

$p + p \rightarrow e^+ + d + \nu_e$ dają DEFICYT neutrin elektronowych. Można to tłumaczyć różnie ale priorytet ma mechanizm oscylacji.



Z kolei pomiar natężeń tzw. tła (będącego tłem w eksperymentach pomiaru czasu życia protonu) pokazał, że stosunek

$$R = \frac{\left(N_{\mu}/N_e\right)_{\text{rejestrowane}}}{\left(N_{\mu}/N_e\right)_{\text{przewidywane (bez oscylacji)}}} < 1$$

Obserwuje się tzw. asymetrię "górną-dół". Dla tych neutrin, które przeszły przez obszar ziemi stosunek jest inny niż dla tych które przyszły z góry. Jedno z wyjaśnień - oscylacje.

Jeśli słuszne jest taki mechanizm to stąd można wyznaczyć górną granicę na masy neutrin

$$m_{\nu} < 2 \text{ eV}$$