

## Pojęcie przekroju czynnego

Generalna idea: Jeśli strumień cząstek  $\Phi$  pada na tarczę to tylko część  $N$  oddziałuje - związek między nimi ustala tzw. przekrój czynny

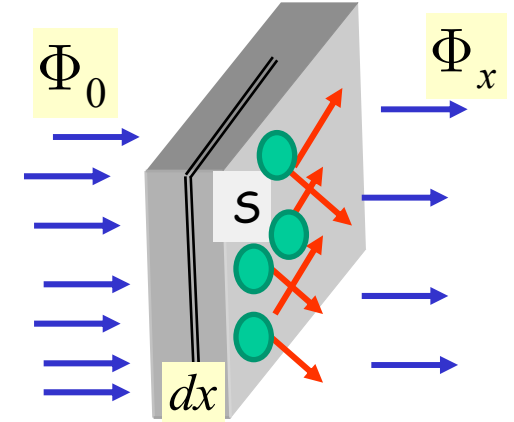
$$\boxed{N = \sigma \Phi} \quad \text{wymiały} \quad [m^2] \cdot [m^{-2}s^{-1}] = [s^{-1}]$$

a dokładniej.....

Założmy, że mamy cieką warstwę i elementy rozpraszające np. jądra nie przekrywają się.

Rozważmy element tarczy (np. jądra) o **polu powierzchni  $S$**  i **grubości  $dx$** . Każdej cząstce tarczy przypisujemy pewne pole  $\sigma$  takie, że jeśli cząstka wiązki trafi w to pole to ulegnie oddziaływaniu (mówimy ulegnie rozproszeniu). Jeśli w jednostce objętości tarczy mamy  **$n$ -cząstek** to **CZYNNA** powierzchnia wynosi

$$\boxed{n\sigma S dx} \quad \text{bo} \quad \begin{array}{l} \text{liczba na jedn.} \\ \text{powierzchni} \end{array} \quad n \cdot dx \quad \underbrace{[m^{-3}]}_n \cdot \underbrace{[m]}_{dx} = [m^{-2}]$$



zaś  $n \cdot dx \cdot S$  liczba centrów oddział. przypadająca na powierzchnię  $S$

Prawdopodobieństwo rozproszenia równe stosunkowi pola zastoniętego przez cząstki do pola całkowitego tarczy (w jednym i drugim przypadku nie musi to być geometryczny rozmiar ale rozmiar związany z zasięgiem oddziaływania).

$$dp = \frac{n\sigma S dx}{S} = n\sigma dx$$

Wymiarowo również widać (tak jak założyliśmy), że przekrój czynny ma wymiar powierzchni, bo

$$[\sigma] = \frac{1}{[n \cdot dx]} = \frac{1}{\frac{1}{m^3} \cdot m} = m^2$$

Zauważmy, że tak zdefiniowane prawdopodobieństwo odnosi się również do prawdopodobieństwa rozproszenia dla pojedynczej padającej cząstki. **Wielkość  $\sigma$  nazywa się całkowitym przekrojem czynnym.**

Z drugiej strony prawdopodob. p możemy wyrazić poprzez informację o padających i rozproszonych

Wyobraźmy sobie strumień  $\Phi$  cząstek padających na jednostkę powierzchni w jednostce czasu (ilość cząstek/ $m^{-2}s^{-1}$ ) - część z nich  $d\Phi$  podlega oddziaływaniom  $d\Phi$  - ubytek cząstek  $n$ -liczba jąder / $m^3$

$$-\frac{d\Phi}{\Phi(x)} = dp = \sigma n dx \quad [\Phi] = m^{-2}s^{-1}$$

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -\sigma n dx \quad \text{jesli} \quad \lambda = \frac{1}{n\sigma} \quad [\lambda] = \left[ \frac{1}{m^{-3} \cdot m^2} \right] = [m] \quad \frac{d\Phi}{\Phi} = -\frac{dx}{\lambda}$$

$\lambda$  Średnia droga swobodna

$$\int \frac{d\Phi}{\Phi} = -\int \frac{dx}{\lambda} \quad \ln \Phi = -\frac{x}{\lambda} + C \quad \Phi(x) = e^{\left(-\frac{x}{\lambda}\right)} e^C$$

dla  $x = 0 \quad \Phi(x) = \Phi_0$

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot e^{\left(-\frac{x}{\lambda}\right)} = \Phi_0 \cdot e^{(-n\sigma x)}$$

im więcej centrów rozpraszających i im większy przekrój czynny tym strumień jest mniejszy

$\Phi(x)$  maleje z  $x$  - dlatego strumień (ilość cząstek na / $(m^2sek)$ ) jest strumieniem cząstek, które nie uległy oddziaływaniu. Ilość cząstek, które oddziały z tarczą w jednostce czasu na jednostkę powierzchni wynosi

$$N = \Phi_0 - \Phi(x) = \Phi_0 \left[ 1 - e^{-n\sigma x} \right]$$

przekrój czynny na dany proces definiujemy w barnach:

$$1 \text{ b} = 10^2 \text{ fm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 \quad \text{milibarn, mikrobarn, femto, pikobarn, .....}$$

Może być kilka rozmaitych procesów (nazywamy je roboczo kanałami reakcji):

1. cząstka może być rozproszona elastycznie
2. nieelastycznie
3. pochłonięta radiacyjnie (wychwyt i emisja fotonu)

Wtedy całkowite  $P$  wynosi

Układ w którym jądro spoczywa a cząstka leci nazywa się układem laboratoryjnym.

$$P_{total} = \sum_i P_i \quad \sigma_{total} = \sum_i \sigma_i$$

Pojęcie różniczkowego przekroju czynnego w zależności od wybranej zmiennej

różniczkowy  
przekrój czynny

$$\frac{d\sigma}{d(\text{zmienna})}$$

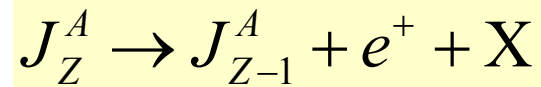
oczywiście zgodnie z definicją mamy

$$\frac{d\sigma}{dE}, \frac{d\sigma}{d\vec{p}}, \text{ itd}$$

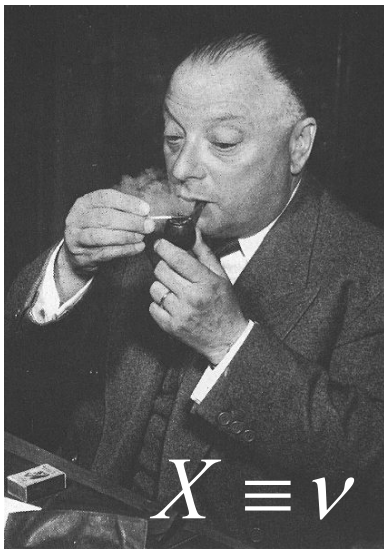
$J$  – symbol jądra np. Au  
 $A$  – l. masowa (protony+neutrony)  
 $Z$  – l. porządkowa (protony)

## Neutrino

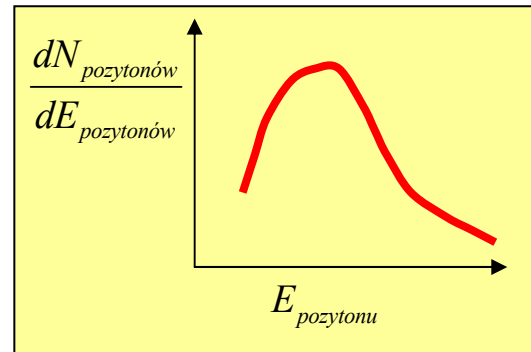
Rok **1931** – obserwacja rozpadu



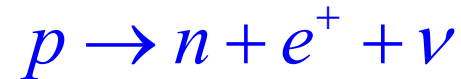
Gdybyśmy mieli po czynieniu z tzw. dwuciałowym rozpadem wtedy widmo energetyczne elektronu miało by **jedną tylko wartość**. Tymczasem mamy cały rozkład świadczący o tym, że rozpad jest 3-ciałowy!



Istnienie tej cząstki postuluje Pauli

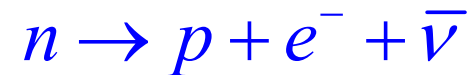


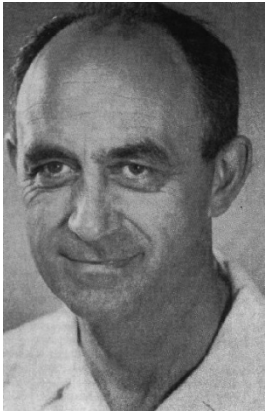
Istnieje też rozpad  $\beta^-$



słabe oddziaływania

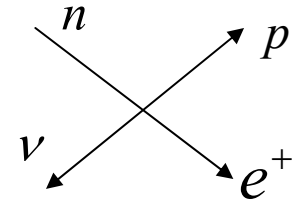
rozpad  $\beta^-$



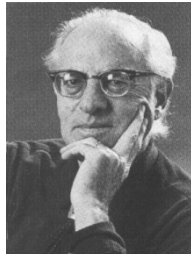


E. Fermi

Trzeba było emisję  $e^+, e^-$  z jądra jakoś opisać - w 33 Fermi postuluje postać słabych oddziaływań – model punktowy.



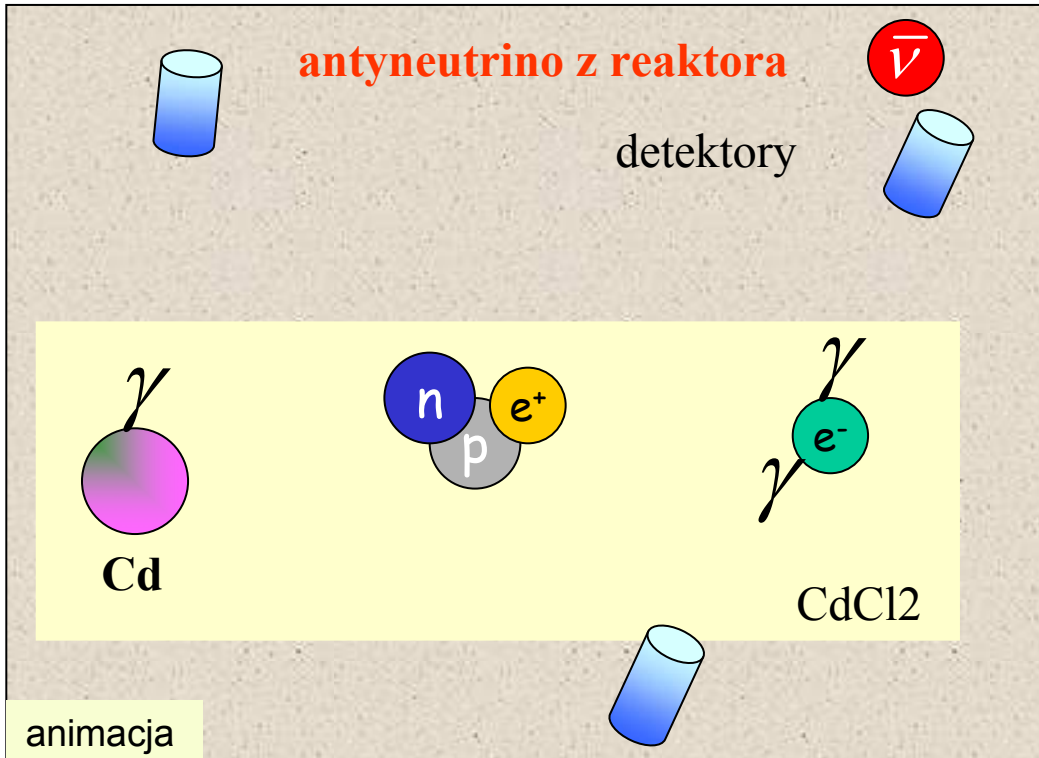
Neutrino **zobaczono dopiero 25 lat później 1953!**



F. Reines



C. Cowan



Antyneutrino z reaktora uderza w proton - produkując pozyton i neutron  $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$

Pozyton anihiluje z elektronem powłok dając dwie gammy  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

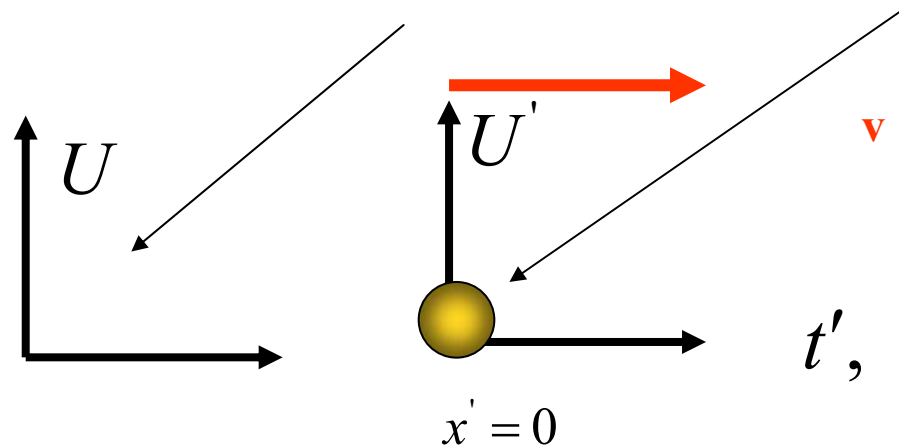
zaś jądro kadmu pochłania neutron emitując  $\gamma$

**B. Muryn**

animacja

# Czas życia w laboratorium

$\tau =$  czas własny w układzie, w którym cząstka spoczywa



$$N = N_0 e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

W układzie własnym  $U'$

$t', \tau$  liczone w układzie własnym  $U'$

Ze względu na warunki początkowe w układzie  $U$  mamy

bo 
$$t = \gamma \left( t' + \frac{v}{c^2} x' \right)$$

stąd wzór

$$t = \gamma t' \quad t' = \frac{t}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$N = N_0 e^{-\frac{t'}{\tau}} = N_0 e^{-\frac{t}{\gamma \cdot \tau}}$$

t-czas w laboratorium

$$\gamma \geq 1$$

$$\tau_{\text{lab}} = \gamma \cdot \tau_{\text{wlasny}}$$

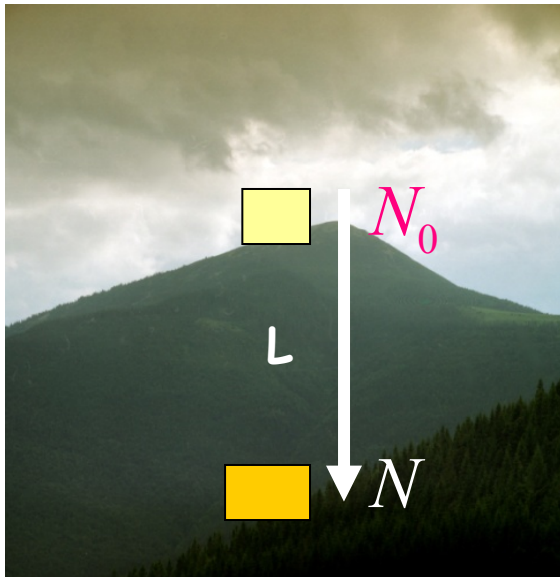
W laboratorium cząstka żyje dłużej!  
Widać, że długość czasu życia zależy od energii cząstki!

Do roku **1932** odkryto 6 cząstek ! W tym okresie nie było akceleratorów (korzystano z promieniowania kosmicznego)

$$e^-, \gamma, p, n, e^+, \nu(\text{teor.})$$

1937 D. Anderson i Seth H. Neddermeyer **We wtórnym promieniowaniu znaleźli cząstki o masie  $\approx 200m_e$**

**Mion** – cząstka nietrwała (czas życia) około  $1 \mu s$



$$\underbrace{N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{mierzymy}} \Rightarrow t \simeq \frac{L}{c} \quad \text{stąd}$$

$$\tau / \gamma = \tau_{\text{życia}}$$

$$\tau \simeq 2.2 \cdot 10^{-6} s$$

## Laboratoria służące do detekcji oddziaływań

Obcowanie z nowo-odkrytymi obiektami wymagało możliwości ich użycia i obserwacji ich oddziaływań. Pierwszym źródłem było **promieniowanie kosmiczne**, które zastępowały wyrafinowane dziś akceleratory.

Do pełnej informacji o oddziaływaniach potrzebna były (jak np. w mechanice klasycznej) wiedza o pędach i energiach. Skąd ją można zdobyć ??

Powołajmy się na wykład z elektromagnetyki gdzie przedstawiliśmy prosty związek między prędkością a promieniem krzywizny w polu magnetycznym  $B$ .

$$vQB = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{QB} = \frac{p}{QB}$$

Mierząc promień krzywizny wyznaczymy pęd. Znając energię wyznaczymy masę ciała - lub odwrotnie.

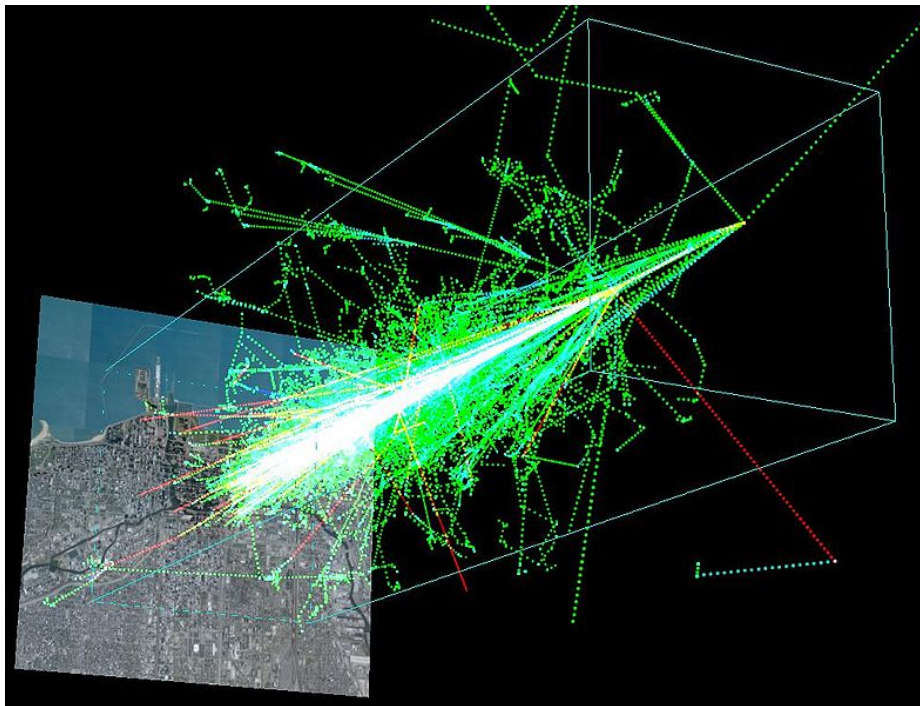
Możemy albo obserwować oddział. obiektów w polu  $B$  lub robić im zdjęcia na emulsjach i po grubości śladu wyznaczać energię. Pierwsza metoda używana z gruba w akceleratorach zaś druga w technice naświetlania emulsji (loty balonowe, laboratoria w wysokich górach etc.)



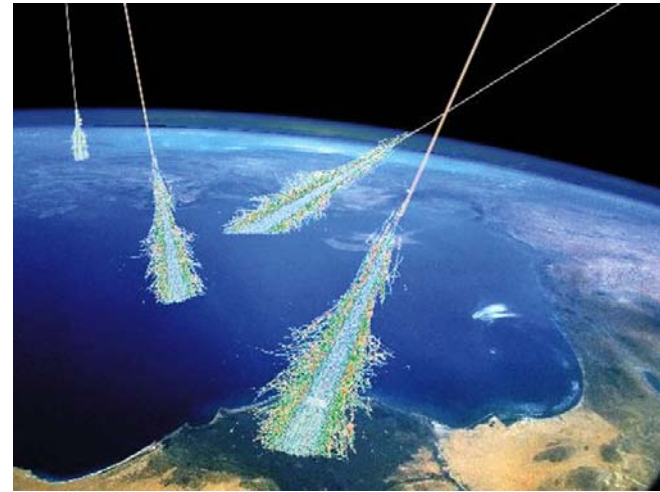
## Promieniowanie kosmiczne

Wykorzystanie promieniowania kosmicznego: pierwotne (głównie protony nawet o energii nawet do  $10^{20}$  eV ) oraz wtórne pochodzące z oddz. pierwotnego z atmosferą.

symulacja kaskady

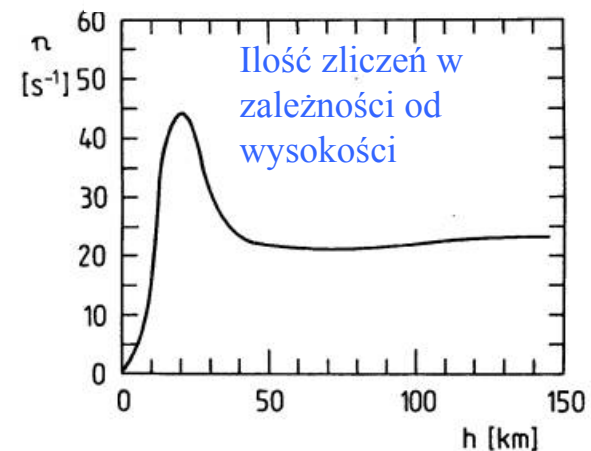


Dzięki uprzejmości kolegów z eksperymentu Auger

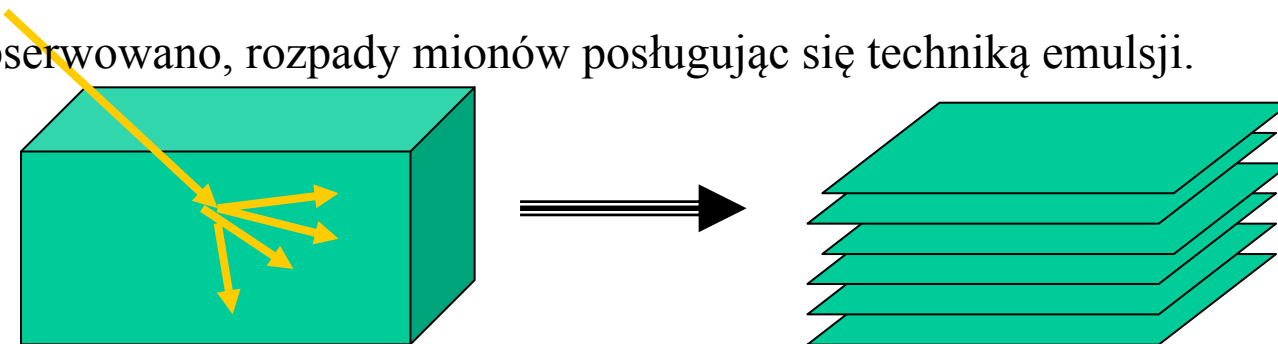


Pierwotne: protony, cząstki alfa, lekkie jądra. Protony wpadają w atmosferę 90% a do powierzchni dociera około 3%.

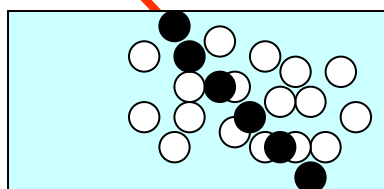
Powodem jest ich oddziaływanie z atmosferą skutkujące powstaniem wielu nowych cząstek (w zasadzie wszystkich typów)  $e^{\pm}, \gamma, p, n, \nu, \mu^{\pm}$



Zaobserwowano, rozpady mionów posługując się techniką emulsji.

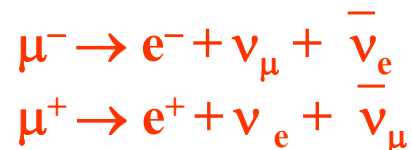


laboratoria  
szukają !



jonizacja

**rozpady mionów:**



Występują dwa rodzaje neutrin – jedno związane z elektronem a drugie z mionem

$$g = \frac{dN}{dx} \sim \frac{Q^2}{V^2}$$

ilość ziaren/jedn. długości

ładunek  
prędkość

Jeśli cząstka zatrzymuje się to licząc ilość ziaren na jedn. dług. mamy energię.

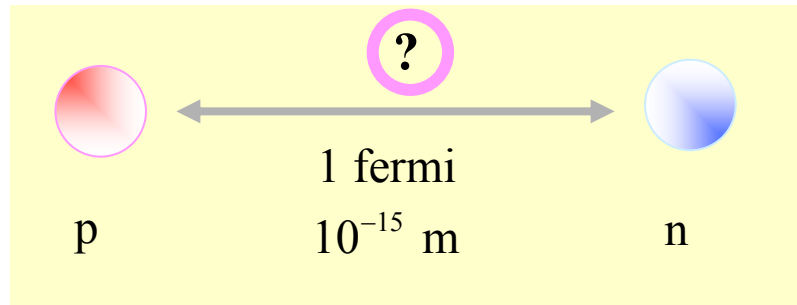
Zachowanie odpowiednich liczb leptonowych.  
(później)

# Mezony $\pi$

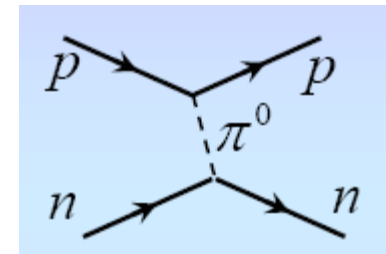
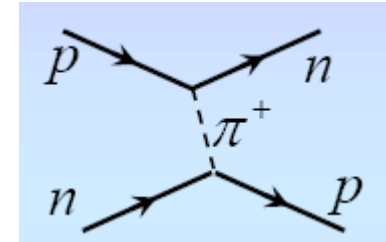
Jeszcze w 1935 Yukawa założył, że w silnych oddz. uczestniczy jakaś cząstka.

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E}$$



Jeśli proces trwa krótko to duża nieokreśloność energii.



Jeśli cząstka pośrednicząca ma mieć masę  $m$  to  $\Delta E \approx mc^2$  i założymy, że cząstka ta porusza się z  $v \approx c$  to

$$\Delta t = \frac{R = 1 \text{ fermi}}{c} = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2} \longrightarrow$$

$$m = \frac{\hbar}{c^2} \bigg/ \frac{R}{c} = \frac{\hbar}{R \cdot c}$$

Rzucono się na poszukiwanie takiego obiektu licząc, że występuje on jako cząstka swobodna

$$(200 - 300) \cdot m_e$$

1 fermi    2 fermi

# Odkrycie mezonu $\pi$

Powell (1947) – promienie kosmiczne + emulsja jądrowa

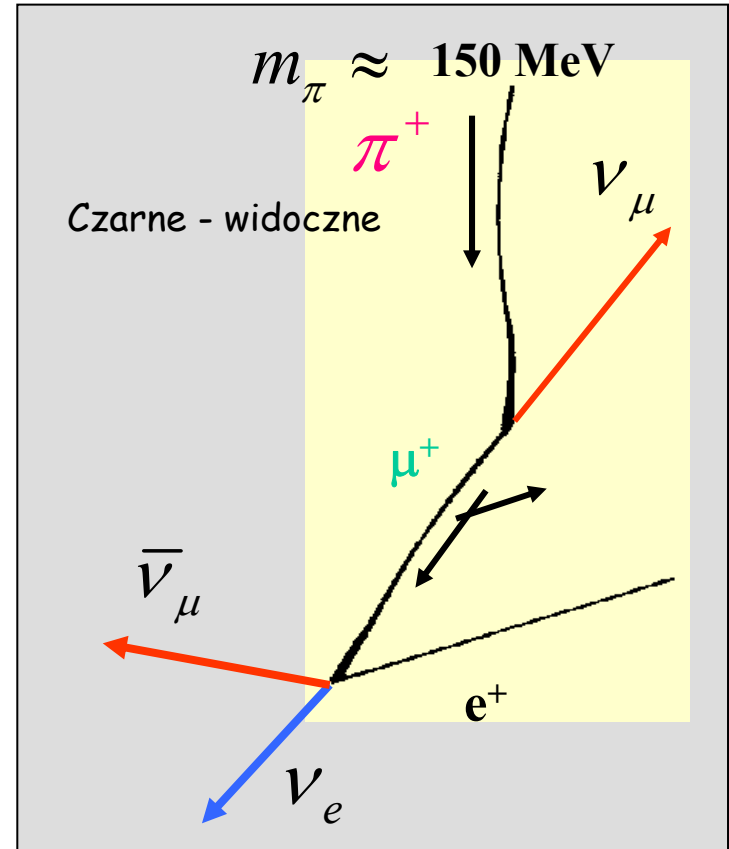
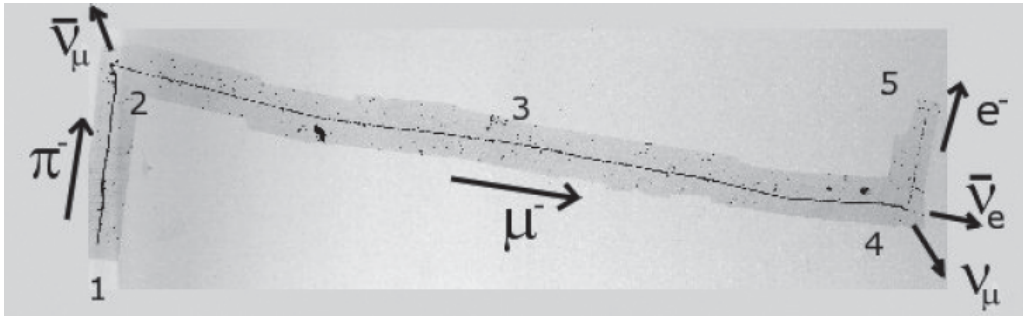
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

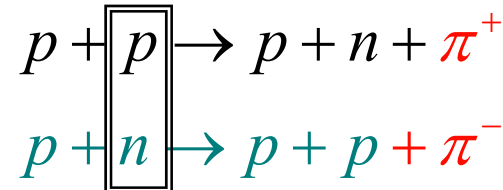
$\pi^+$  jest antycząstką do  $\pi^-$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$



Wreszcie nastąpiła era akceleratorów – CERN rok 1957 synchrocyclotron protonowy 600 MeV  
 1959 synchrotron protonowy 28 GeV!! .....i wyprodukowano mezon  $\pi$   
 w laboratorium w zderzeniach p-p



komora wodorowa lub deuterowa

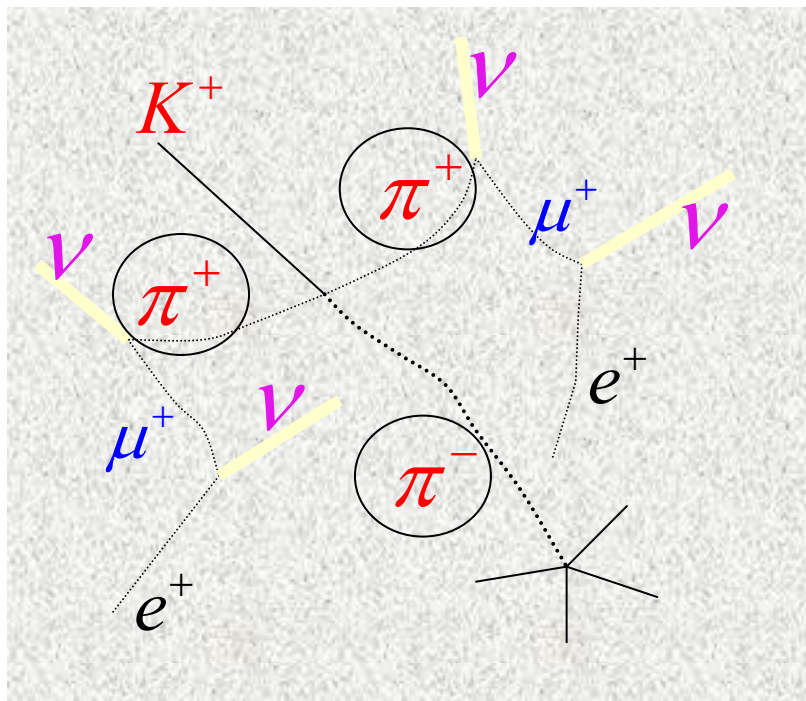
B. Muryn

W 1949 roku zaobserwowano naładowaną cząstkę zwaną kaonem (mezon K).

Zaobserwowano reakcję



Tu należy wyjaśnić bardzo ważną rzecz:  
Jak policzyć masę kaonu ?? Używa się tu pojęcia tzw. masy niezmienniczej



Jeśli znamy pędy i energie produktów rozpadu , wtedy możemy wyliczyć masę niezmienniczą

Pędy są zmierzone z zakrzywienia - im mniejszy pęd tym większe zakrzywienie (fizyka podstawowa - siła Lorentza). Natomiast w przypadku energii albo ją mierzymy albo wyliczamy na podstawie znajomości mas produktów rozpadu. Oznaczmy pędy i energie pionów przez:

$$p_1^\pi, p_2^\pi, p_3^\pi \quad E_1^\pi, E_2^\pi, E_3^\pi$$

skonstruujemy czterowektor energii i pędu

$$P = p_1^\pi + p_2^\pi + p_3^\pi = - \begin{pmatrix} i \frac{E}{c} \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} E &= E_1^\pi + E_2^\pi + E_3^\pi \\ \vec{p} &= \vec{p}_1^\pi + \vec{p}_2^\pi + \vec{p}_3^\pi \end{aligned}$$

Kwadrat każdego czterowektora jest niezmiennikiem Tr. Lorentza, jest wielkością skalarną (w każdym układzie jest taki sam) – ma wymiar masy. Nazywa się masą niezmienniczą (inwariantną) układu. W tym przypadku jest to po prostu masa rozpadającej się cząstki K

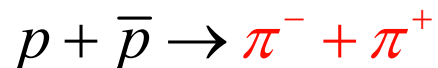
$$m_K = \sqrt{\left( \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 \right)} = \sqrt{\left( \frac{(E_1^\pi + E_2^\pi + E_3^\pi)^2}{c^2} - (\vec{p}_1^\pi + \vec{p}_2^\pi + \vec{p}_3^\pi)^2 \right)}$$

Tak właśnie wyliczono masę Kaonów, która wynosi około  $m_K \approx 0.49 \frac{GeV}{c^2}$

Widoczna jest korzyść z używania układu c=1, bo wtedy wzory nie zawierają c.

Kaony mogą stanowić produkt zarówno silnych jak i słabych oddziaływań. W silnych oddz. mogą się rodzić tylko parami typu KAON-ANTYKAON. Stąd przypisuje się im liczbę kwantowa zwaną dziwnością S. Kaon ma S=1 zaś anty-kaon ma S=-1 Stąd nazwa cząstek dziwnych!

## Procesy anihilacji



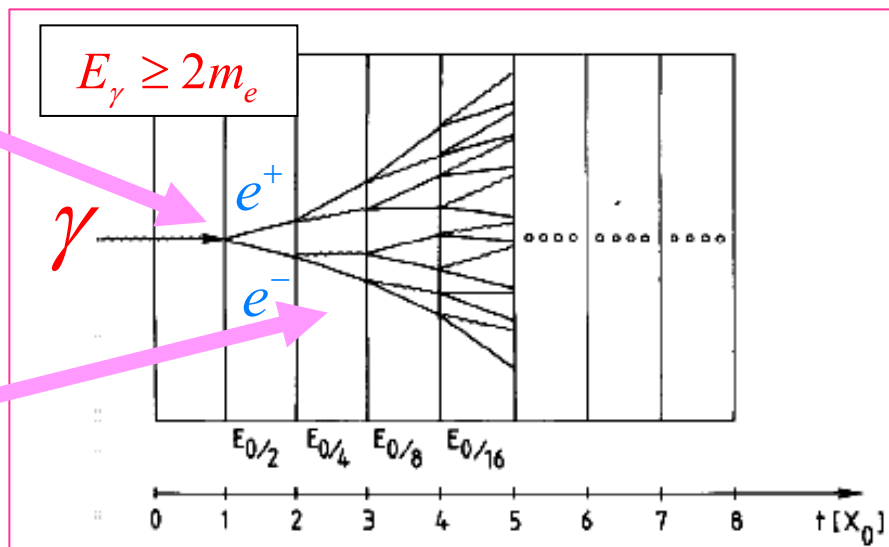
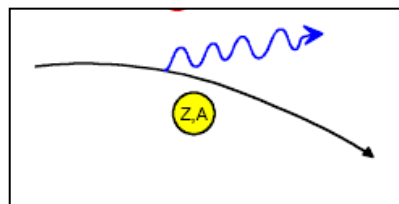
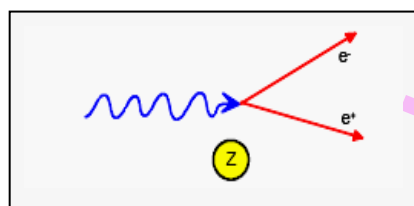
Barionom przypisujemy liczbę barionową  $B=1$  (antybarionom  $B=-1$ ) Zasada zachowania liczby nukleonów!

Pion nie ma charakteru barionowego –  
**MEZONY!**

Ale skąd fotony w zaobserwowanej reakcji?  $p + \bar{p} \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \text{fotony} ??$

Hipoteza – jest widocznie cząstka rozpadająca się na dwa fotony – zmierzone energie fotonów wskazały na masę podobną do  $\pi^\pm$  i tak odkryto neutralny pion  $\pi^0$ . Po raz pierwszy odkryto trzy stany ładunkowe tej samej cząstki (o czym będzie jeszcze mowa).

Nauczono się opisywać możliwość zajścia reakcji poprzez przypisanie cząstkom pewnych liczb zwanych addytywnymi liczbami kwantowymi – obowiązuje zasada zachowania tych liczb w procesach.



Metoda pomiarowa energii fotonów, elektronów oraz pionów neutralnych będąca zasadą kalorymetru elektromagnetycznego.

Cząstki pierwotne i wtórne tworzą często kaskady hadronowe (piony, nukleony) lub kaskady elektromagnetyczne. z rozpadów mezonów  $\pi$  powstają także miony, które nie oddziałują z jądrami, a więc tracą energię tylko w procesie jonizacji poczym się rozpadają. Czas życia jest stosunkowo długi, stają się one główną (około 70%) składową wtórnego promieniowania kosmicznego. Jest to składowa o stosunkowo dużej energii - tzw. składowa twarda.

Neutralne mezony  $\pi$  szybko rozpadają się na dwa fotony. Foton w obecności atomów rozpada się na elektron i pozyton często W ten sposób powstaje elektronowo-fotonowa kaskada - miękka składowa promieniowania kosmicznego, stanowiąca około 30 procent promieniowania na poziomie powierzchni ziemi.

Wysoko energetyczne cząstki protony uderzając w jądro lub proton produkują dużą ilość pionów, innych protonów (a te podobnie) tworząc lawinę (kaskadę) hadronową.



## Dygresja....

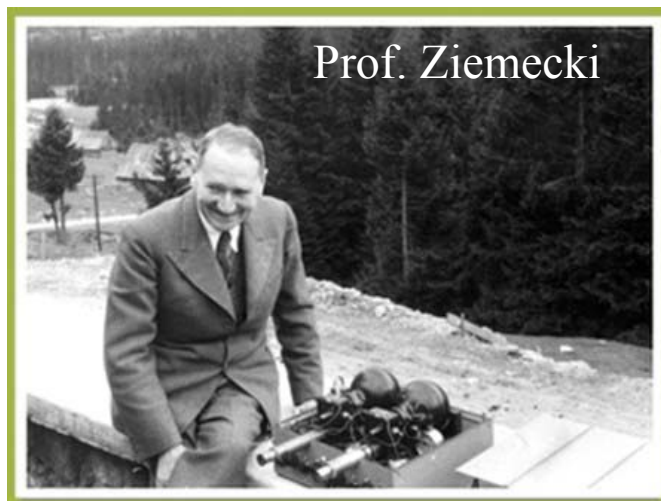
Polacy również chcieli uczestniczyć w badaniach promieniowania kosmicznego – przygotowywany lot balonu z Polany Chochołowskiej.



Start balonu miał nastąpić we wrześniu 1938 roku



**Prof. M. Miśowicz**



**Prof. Ziemecki**

**Komora jonizacyjna**

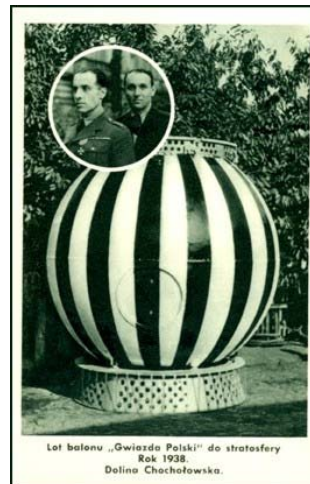


**Przygotowywanie gondoli balonu do startu.**

wzięte z:  
[auger.ifj.edu.pl](http://auger.ifj.edu.pl)

Z powodów meteorologicznych lot był wielokrotnie odraczany. Ostatecznie w dniu 14 października cała aparatura została zamontowana w gondoli. Rozpoczęto napełnianie balonu wodorem z kilkuset butli. Włączone zostało zasilanie aparatury z akumulatorów samochodowych - tym samym pomiary rozpoczęto.

Piloci przejęli aparaturę. Obserwatorzy z tarasu schroniska patrzyli na unoszenie się powłoki balonu. Poranek był wyjątkowo chłodny. W czasie wpompowywania gazu do zeszywniętej powłoki balonu nastąpił samozapłon wodoru i balon spłonął. Na szczęście nie było ofiar w ludziach.



wzięte z:  
[auger.ifj.edu.pl](http://auger.ifj.edu.pl)

# ODDZIAŁYWANIA ELEKTROMAGNETYCZNE.

$$e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$$

elastyczne

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

anihilacja

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$$

Compton

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

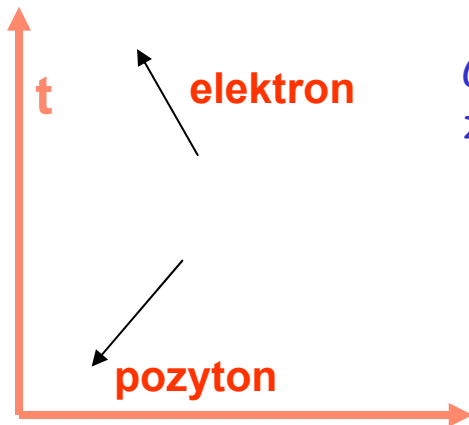
udział kwarków

$$e^- + p \rightarrow e^- + p \quad (\pi^+, K, p, n...itd)$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

$$e^- + p \rightarrow e^- + \text{wiele innych}$$

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{wiele innych}$$



Gdy zwrot rzutu  $\uparrow$  do zwrotu osi- t to elektron

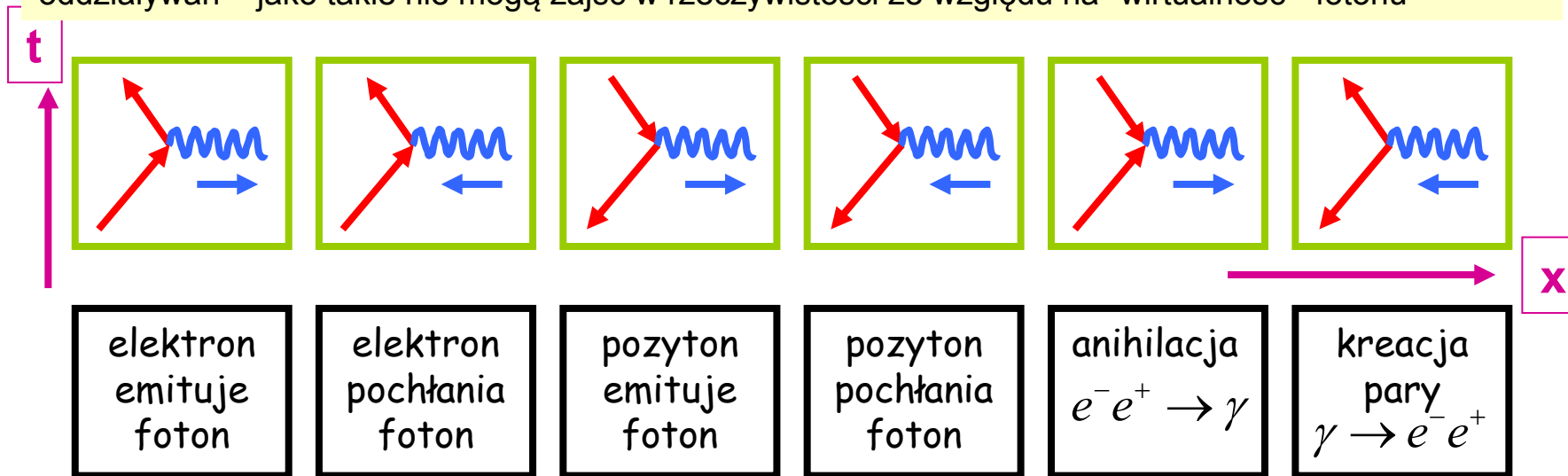
Gdy zwrot rzutu linii przeciwny do zwrotu osi- t to pozyton

Pojęcie grafu

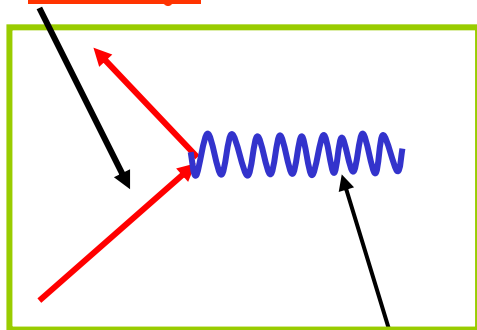


Mówimy o elektronie i pozytonie ale dotyczy to każdej naładowanej cząstki - oddziaływania EM związane z ładunkiem !

Mamy TYLKO sześć podstawowych wierzchołków oddziaływań! Są one tylko elementami schematu oddziaływań – jako takie nie mogą zajść w rzeczywistości ze względu na "wirtualność" fotonu



linia zewnątrzna cząstka naładowana (biorąca udział w reakcji)



linia wewnętrzna foton wirtualny

Proces wirtualny

$$\Delta t \cdot \Delta E \approx \hbar$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \quad \Delta E \rightarrow \infty$$

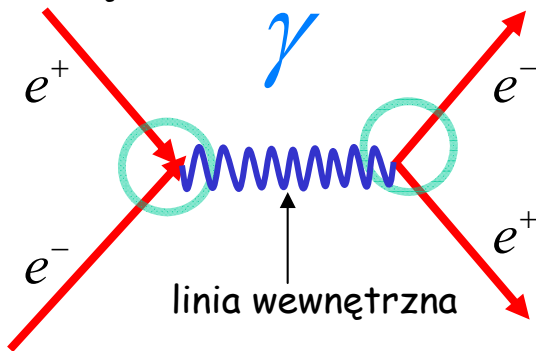
$\Delta t \cdot \Delta E \approx \hbar$   
w. fotony mogą mieć  
 $m \neq 0$

W rzeczywistości żaden z powyższych procesów zajść nie może - każdy rzeczywisty proces nie może mieć otwartej linii wewnętrznej. W związku z tym minimalna ilość wierzchołków wynosi 2. W wierzchołku podstawowym nie ma spełnionych zasad zachowania! (energia, pęd itd.). Natomiast spełnione są zasady zachowania addytywnych liczb kwantowych (Q,B,S...itd.)

Podsumowując 6 powyższych możliwości mówimy ogólnie, że **foton sprzęga się do cząstki naładowanej**

linia zewnętrzna

linia zewnętrzna

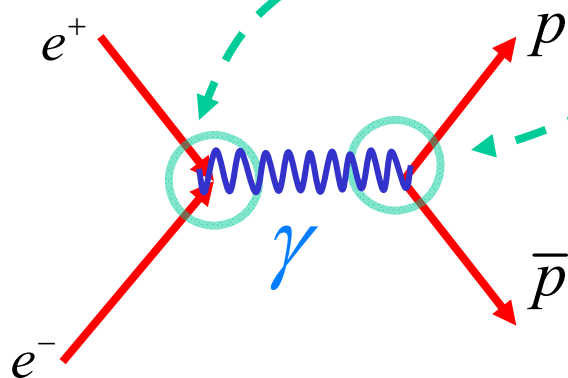


najprostszy proces rozproszenia elektronu na elektronie - elastyczny

$$e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$$

Proces rzeczywisty musi się składać przynajmniej z dwóch wierzchołków wirtualnych

inny proces z produkcją np. pary proton-antyproton (naładowane)



$$e^- + e^+ \rightarrow p + \bar{p}$$

$$\sigma \propto |A|^2 \quad \text{gdy } A(E)$$

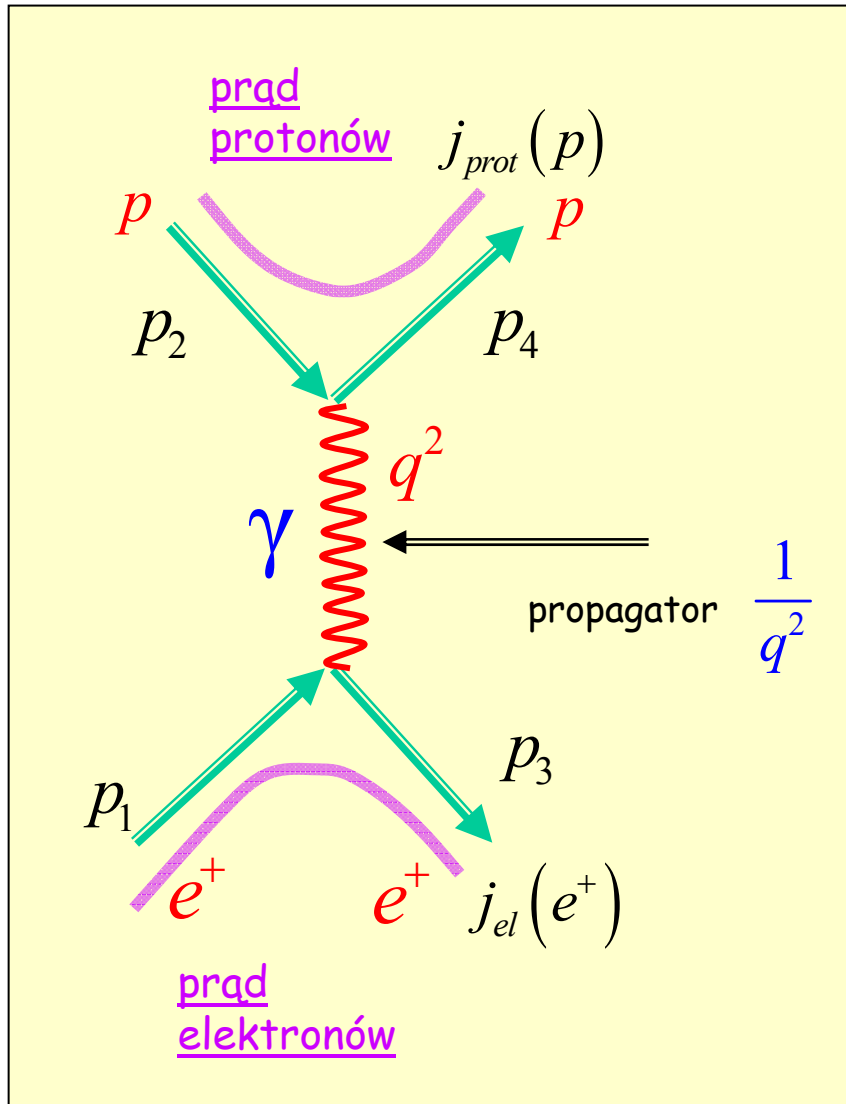
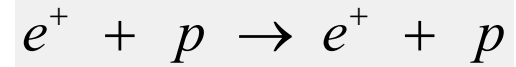
$$\frac{d\sigma}{dE} = |A(E)|^2$$

eksperyment

teoria

Jak się liczy amplitudy  $A$  na takie procesy ??  
Amplitud nie mierzymy ale mierzymy tzw. przekrój czynny (wydajność na dany proces), który jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy

przykład elastycznego rozpraszania elektronu na protonie



$p_1, p_3$  czteropędy elektronu przed i po oddziaływaniu

$p_2, p_4$  czteropędy protonu przed i po oddziaływaniu

definicji

$$q^2 = (p_3 - p_1)^2 = (p_4 - p_2)^2$$

ponieważ kwadrat czterowektora pędu -energii jest masą, bo  $p^2 = [E^2 - \vec{p}^2] = m^2$

stąd  $\frac{1}{q^2} = \frac{1}{m_\gamma^2}$  tzw. foton wirtualny

foton taki może mieć  $m_\gamma \neq 0$

Prąd jest zdefiniowany na gruncie mechaniki kwantowej i dla cząstek bezspiniowych prąd jest proporcjonalny do odpowiadającej prądowi sumy pędów,

$$j_{el} \propto (p_1 + p_3), \quad j_{prot} \propto (p_2 + p_4)$$

Jak wyliczyć amplitudę tego np. procesu ??

Z diagramów Feynmana wynika, że amplituda ma postać

$$A \propto \alpha \cdot \text{prąd}_e \cdot \frac{1}{q^2} \cdot \text{prąd}_p$$

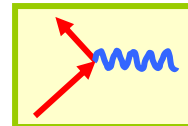
$$\alpha = k \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

Ponieważ w naszym przykładzie

$$A \propto \alpha \quad \text{to} \quad \sigma \propto |A|^2 \propto \alpha^2$$

## WNIOSKI:

- Każdy proces w elektrodynamice jest możliwy pod warunkiem, że na wyjściu będą tylko linie zewnętrzne i będzie się składał z wirtualnych wierzchołków typu:

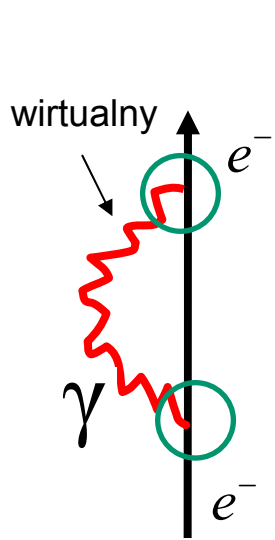


- Każdy wierzchołek wnosi do przekroju czynnego czynnik równej stałej sprzężenia

$$\alpha = 1/137$$

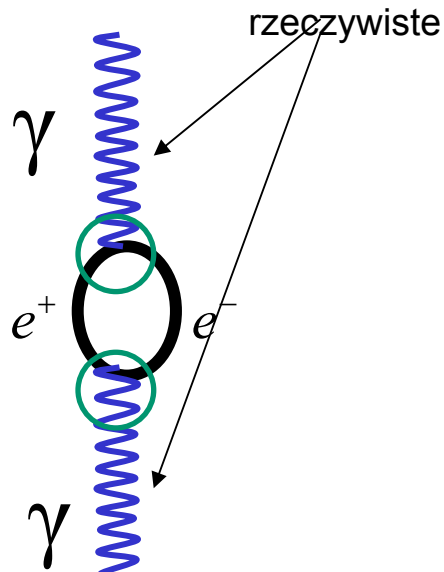
- Im więcej takich wierzchołków  tym mniejszy przekrój czynny

( dla n-wierzchołków mamy czynnik  $\alpha^n = (1/137)^n$  ).



$$e^- \rightarrow e^-$$

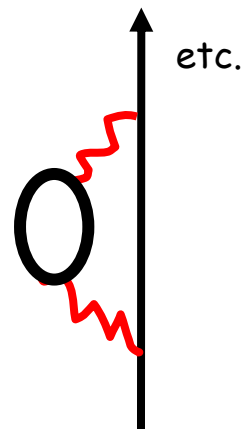
$$\sigma \propto \alpha^2$$



$$\gamma \rightarrow \gamma$$

$$\sigma \propto \alpha^2$$

mogą też zachodzić procesy z wieloma wierzchołkami - może ich być coraz więcej.



$$e^- \rightarrow e^-$$

$$\sigma \propto \alpha^2$$

Nie wiemy, który z tych procesów zachodzi więc musimy je dodać w amplitudzie - pomimo malenia kolejnych przyczynków (z coraz to większą ilością wierzchołków) ich suma  $\rightarrow \infty$

usunięcie tej (nie fizycznej)  $\infty$  nazywa się renormalizacją.

Na diagramie (1) foton wymieniany wirtualny - jest to samoodziaływanie elektronu ze sobą. Elektron otoczony chmurą takich obiektów nazywa się elektronem "ubranym". Ponieważ grafy takie wchodzi do opisującej proces amplitudy a zatem do przekroju czynnego, który mierzymy, możemy zweryfikować takie procesy doświadczalnie z pozytywnym dla teorii skutkiem.

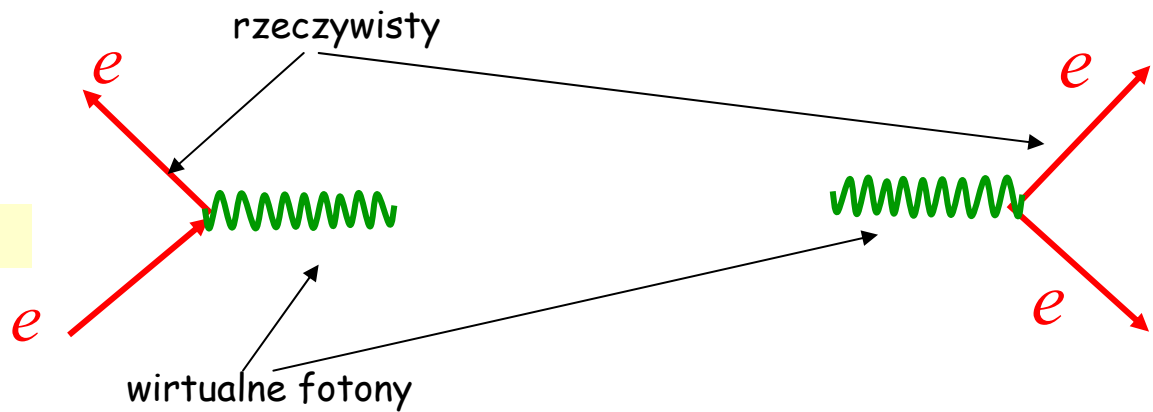
Zauważmy że foton może się na krótki moment rozpaść na wirtualną parę elektron pozyton zaś każdy z nich może wyemitować a potem zaabsorbować wirtualny foton!



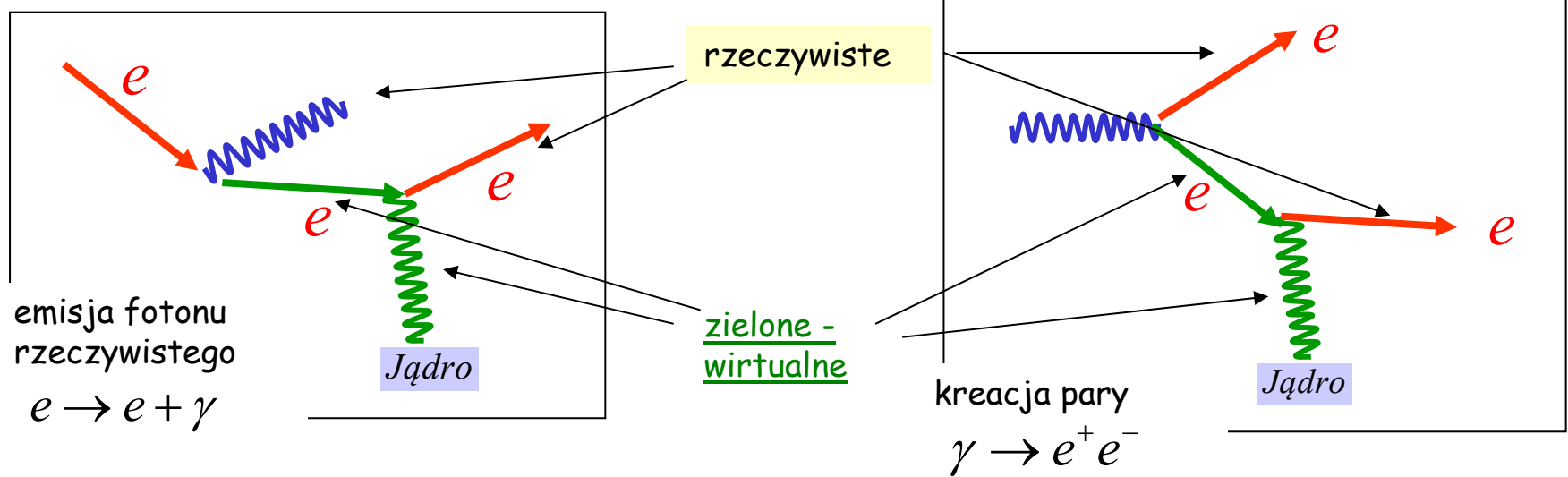
Uwaga !

emisja fotonu

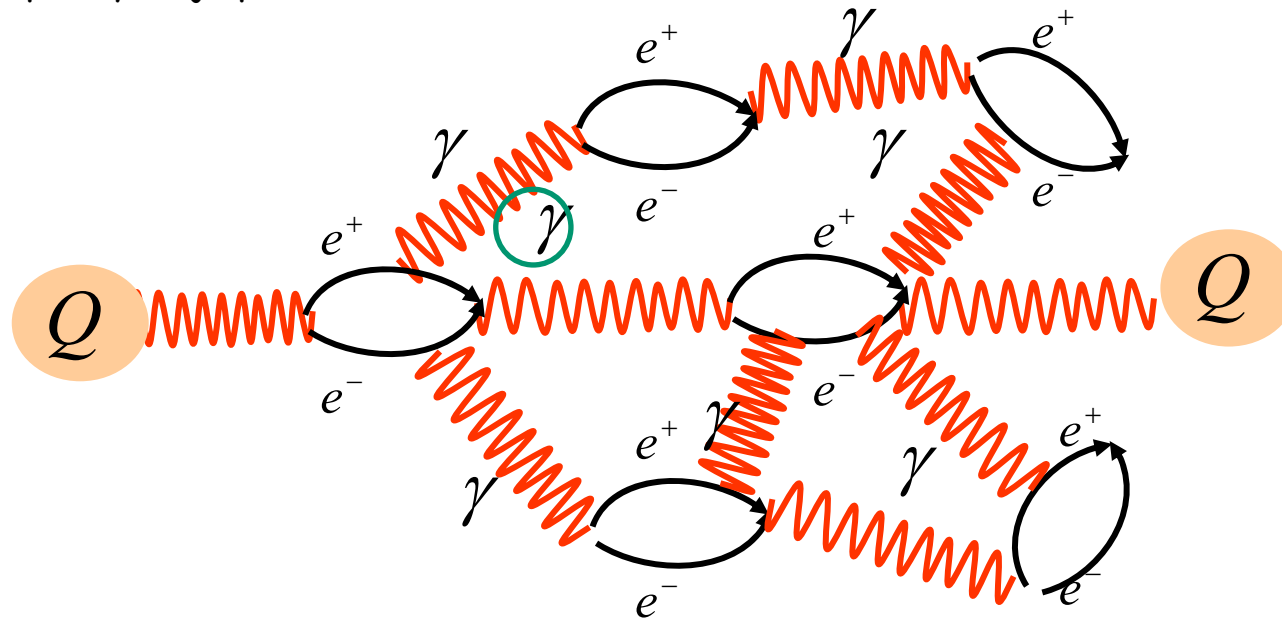
kreacja pary



To są dwa z 6 wierzchołków podstawowych i **NIE REPREZENTUJĄ** procesu rzeczywistego  
Ale w przyrodzie obserwuje się jednak emisję fotonu przez elektron (promieniowanie hamowania) oraz kreację pary elektron-pozyton przez foton (inaczej konwersja fotonu) - więc jak to jest ??  
OBA te obserwowane procesy rzeczywiste muszą się odbywać w **obecności innego obiektu naładowanego** (np. jądra) i procesy rzeczywiste opisywane są tak:



## Problem polaryzacji próżni



Obszar pomiędzy ładunkami zostaje "zapełniony" wirtualnymi parami elektron - pozyton

Pary te "ekranują" oddziaływujące ładunki i oddział. jest słabsze. Gdy ładunki są bardzo blisko siebie  $x \sim 0$  wtedy polaryzacja jest mniejsza i ładunki oddziałują nieskończenie silnie. Tak czy owak przy małych odległościach (duże  $q$ )! stała sprzężenia EM rośnie z energią oddziaływania!

$$\alpha_{EM} = f(E_{nergy})$$

1/137 jest wartością odpowiadającą dostępnym dotychczas energiom

## Symetria Izospinowa – symetria silnych oddziaływań

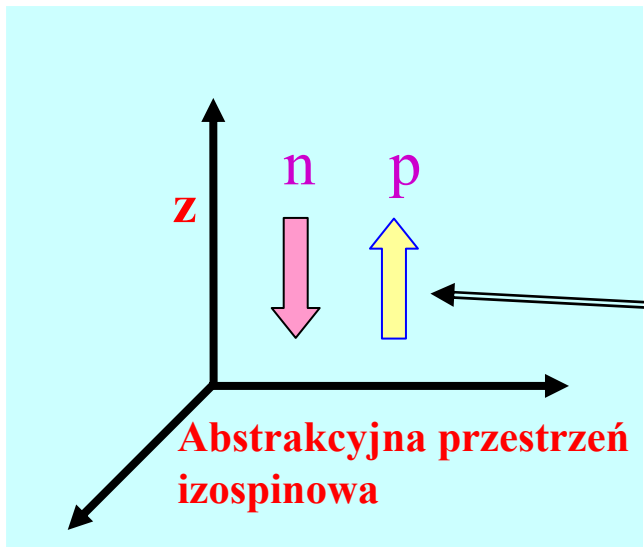
$$(pp) = (np) = (nn)$$

Oddziałują tak samo

**p,n** – są dwoma stanami jednego obiektu zwanego  
NUKLEONEM

Wektory Izospinu

Jak w tej abstrakcyjnej przestrzeni  
opisany jest obiekt ?



Mówimy, że wektor stanu NUKLEONU ma dwa rzuty na oś  $z$  - jeśli rzut  $= \frac{1}{2}$  to jest to **proton** a jeśli rzut  $= -\frac{1}{2}$  to jest to **neutron**. Jak zrobimy obrót wokół osi  $Z$  to taki stan fizyczny jest niezmiennikiem tego obrotu.  
Pamiętamy więc, że izospin nukleonu wynosi  $1/2$

## Pojęcie parzystości przestrzennej

Nazywa się ją kolokwialnie symetrią odbicia zwierciadlanego ponieważ ma ona postać

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) \stackrel{\text{def}}{=} \psi(-\vec{r})$$

Założmy, że istnieją stany własne tego operatora, wtedy

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r})$$

Pytamy: ile wynosi wartość własna  $\eta_P$  ?

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r})$$

$$\psi(-\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r})$$

raz jeszcze podziałamy obustronnie operatorem P

$$\hat{P}\psi(-\vec{r}) = \hat{P}\eta_P \psi(\vec{r})$$

$$\psi(\vec{r}) = \eta_P \hat{P}\psi(\vec{r})$$

$$\psi(\vec{r}) = \eta_P \eta_P \psi(\vec{r}) = \eta_P^2 \psi(\vec{r}) \quad \eta_P = \pm 1$$

A więc jeśli stan jest stanem własnym operatora P to jego parzystość jest albo ujemna albo dodatnia

Dotyczy to również parzystości wewnętrznej. Z mechaniki kwantowej wiemy, że istnieje parzystość związana z istnieniem momentu pędu  $L$ ,

$$\eta_L = (-1)^L$$

Ogólnie

$$\eta_{tot} = \eta_{wew} \cdot \eta_L = (\pm 1) \cdot (-1)^L$$

**Jest to bardzo ważna symetria bo silne i elektromagnetyczne oddziaływania są niezmiennicze względem transformacji P. W oddziaływaniach słabych symetria ta jest łamana.**

Uwagi dodatkowe.

$$\hat{P}\vec{r} = -\vec{r} \quad \text{stąd} \quad \vec{p}_{ed} = m \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow -\vec{p}_{ed} \quad \text{wektor}$$

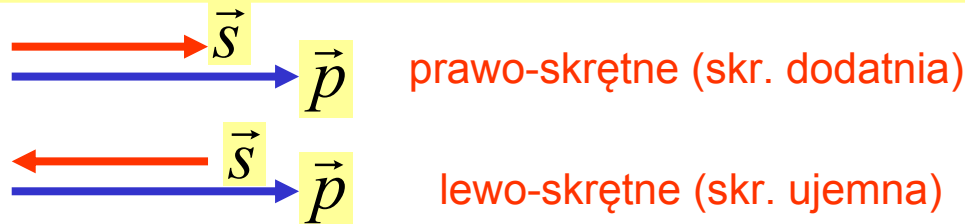
$$\text{ale moment pędu} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{M} \quad \text{pseudo-wektor}$$

**Spin jest również mom. pędu i nie zmienia kierunku przy transformacji odbicia**

W wykładach musimy poznać jeszcze jedno pojęcie zwane **skrętnością**. Jest to rzut spinu cząstki na kierunek jej pędu.

$$\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s} \cdot \vec{p}|}$$

Wszelkie kwantowe prawa w odniesieniu do rzutu spinu na stałą oś z odnoszą się również i tu



Symetria przyrody względem zamiany ładunku:  $Q \rightarrow -Q$

$$\vec{\mu} \rightarrow -\vec{\mu}$$

Operacja sprzężenia ładunkowego:  $\hat{C}|cz\acute{a}stka\rangle = |antycz\acute{a}stka\rangle$  krótko  $\hat{C}|a\rangle = |\bar{a}\rangle$

Jeśli istnieją stany własne tego operatora, to  $\hat{C}|a\rangle = \eta_c |a\rangle$

oczywiście jest to możliwe TYLKO dla cz\acute{a}stek nie na\acute{ł}adowanych bo  $\hat{C}|a\rangle = \eta_c |a\rangle$

zmienia \acute{a}ladunek (cz\acute{a}stki na\acute{ł}adowane nie mog\acute{a} by\acute{c} stanami własnymi  $\hat{C}$  )

Podobnie jak i poprzednio mamy

$$\hat{C}|a\rangle = \eta_c |a\rangle \quad \text{ale} \quad \hat{C}|a\rangle = |\bar{a}\rangle \quad \text{wi\acute{e}c} \quad |\bar{a}\rangle = \eta_c |a\rangle$$

zadzia\acute{ł}ajmy raz jeszcze operatorem  $\hat{C}$

$$\hat{C}|\bar{a}\rangle = \eta_c \hat{C}|a\rangle \quad |a\rangle = \eta_c \eta_c |a\rangle \quad \eta_c^2 = 1 \quad \eta_c = \pm 1$$

Jeśli stan jest stanem własnym  $\hat{C}$  to cz\acute{a}stka jest swoj\acute{a} antycz\acute{a}stk\acute{a} mo\acute{z}liwe tylko dla niena\acute{ł}adowanych !!

elektron NIE  $\hat{C}|e^-\rangle = |e^+\rangle$

foton TAK  $\hat{C}|\gamma\rangle = |\gamma\rangle$

pion TAK  $\hat{C}|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$

## Niezmienniczość odwrócenia czasu

$$\bar{T}\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(\vec{r}, -t)$$

$$t \rightarrow -t \quad \vec{r} \rightarrow \vec{r}$$

$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$$

$$\vec{s} \rightarrow -\vec{s} \quad \text{bo} \quad (\vec{r} \times \vec{p})$$

$$E \rightarrow E$$

operacje

Możemy mieć kombinacje operacji,

$$\hat{P}, \hat{C}, \hat{C}\hat{P}, \hat{T}, \hat{C}\hat{P}\hat{T}$$

Jeśli  $n$  oznacza zbiór addytywnych liczb kwantowych, to

$$\hat{P}\psi(n, \vec{r}, t) = \psi(n, -\vec{r}, t)$$

$$\hat{C}\psi(n, \vec{r}, t) = \psi(-n, \vec{r}, t)$$

$$\hat{T}\psi(n, \vec{r}, t) = \psi(n, \vec{r}, -t)$$

**Tw. Ludersa-Pauliego:**

Po kolejnym podziałaniu

$$\hat{C} - \hat{P} - \hat{T}$$

(w dowolnej zresztą kolejności) otrzymamy stan fizyczny o takich samych własnościach jak stan przed transformacją

Sądzone, że symetria  $\hat{C}\hat{P}$  jest symetrią dokładną ale potem okazało się, że jest łamana na poziomie około 1%.

# Silne oddziaływania

Silne oddziaływania dotyczą tylko kwarków (choć kwarki podlegają zarówno silnym jak i EM, Słabym i Grawitacyjnym ponieważ mają masę. Kwarki podobnie jak i leptony występują w rodzinach

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Wymienione wyżej kwarki różnią się **zapachem (flavor)** i każdy określany jest addytywną (np. ładunek) liczbą kwantową - stanowi to ich wyróżnik. Są to obiekty posiadające masę:

Masa kwarku $u$ ( <i>up</i> -górny)	3 MeV	Zauważ duży rozrzut masy !
Masa kwarku $d$ ( <i>down</i> -dolny)	6 MeV	
Masa kwarku $s$ ( <i>strange</i> -dziwny)	100 MeV	
Masa kwarku $c$ ( <i>charm</i> -powabny)	1.3 GeV	
Masa kwarku $b$ ( <i>beauty</i> -piękny)	4.4 GeV	
Masa kwarku $t$ ( <i>top</i> -prawdziwy)	174 GeV	



# KWARKI

izospin

kwark	spin	Parzystość	barionowa	$I$	$I_3$	$Q$	$S$	$C$	$B$	$T$
<b>u</b>	1/2	+1	+1/3	1/2	1/2	2/3	0	0	0	0
<b>d</b>	1/2	+1	+1/3	1/2	-1/2	-1/3	0	0	0	0
<b>c</b>	1/2	+1	+1/3	0	0	2/3	0	<b>1</b>	0	0
<b>s</b>	1/2	+1	+1/3	0	0	-1/3	<b>1</b>	0	0	0
<b>t</b>	1/2	+1	+1/3	0	0	2/3	0	0	0	<b>1</b>
<b>b</b>	1/2	+1	+1/3	0	0	-1/3	0	0	<b>1</b>	0

Na podstawie dyskusji o operacji sprzężenia ładunkowego do wszystkich kwarków istnieją antykwarki a wszystkie liczby kwantowe zawarte w niebieskich polach (tzw. addytywne liczby kwantowe) są dla antykwarków przeciwne.

Nukleony są zbudowane z trzech kwarków (będzie o tym mowa później). Teraz tylko stwierdzamy, że mamy 6 kwarków (i 6 anty-kwarków) ale w budowie podstawowej materii biorą udział tylko dwa rodzaje kwarków, tworzących zresztą tzw. dublet izospinowy. Kwarki

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad q = 2/3$$

$$q = -1/3$$

$$p \equiv (uud)$$

$$q_p = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

$$n \equiv (udd)$$

$$q_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

Jak wspominaliśmy nukleony (protony i neutrony) są opisane tzw. liczbą barionową  $B=1$ . Skoro każdy z kwarków ma liczbę barionową równą  $1/3$  to widać, że właśnie trzy kwarki dają liczbę barionową  $B=1$  (bo  $1/3+1/3+1/3=1$ ).

Jak wspomnieliśmy istnieją jeszcze inne obiekty jak np. mezony  $\pi$  (klasa bozonów). Składają się one z kwarku i antykwarku, a ponieważ nie są barionami to  $B=0$ . Jest to tylko możliwe dla układu kwark-antykwark, więc

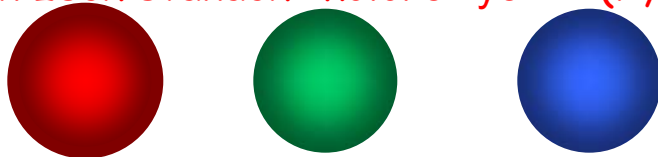
$$\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \quad q = +1 \quad \pi^+ = (u\bar{d}) \quad q_{\pi^+} = 2/3 + \underbrace{1/3}_{\text{antykwark}} = 1$$

$$q = 0 \quad \pi^0 = (u\bar{u} + d\bar{d}) \quad q_{\pi^0} = 2/3 - 2/3 + 1/3 - 1/3 = 0$$

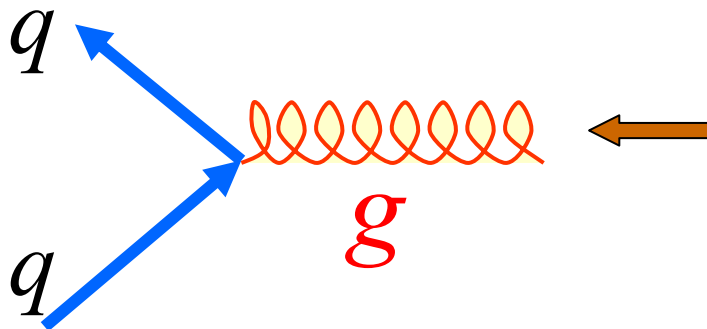
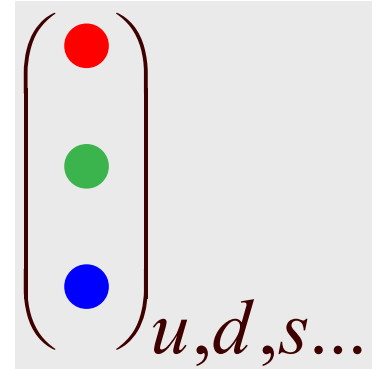
$$q = -1 \quad \pi^- = (d\bar{u}) \quad q_{\pi^-} = -1/3 - 2/3 = -1$$

Ze względu na pewne symetrie każdy kwark (o określonym zapachu) **występuje w trzech stanach kwantowych** tzw. stanach "kolorowych" RGB. **Cząstki rzeczywiste, na które składają się kwarki muszą być bez koloru (białe).**

W oddziaływaniu silnym Gluon wymienia się pomiędzy dwoma kwarkami. Teoria wprowadza **nową liczbę kwantową zwaną kolorem**. Każdy z kwarków (o danym zapachu - flavor) występuje w trzech stanach "kolorowych" (R,G,B)



dla każdego zapachu



Wierzchołek podstawowy: gluon "sprzęga" się do kwarków (podobnie jak w oddz. EM foton sprzęgał się do cząstki naładowanej)

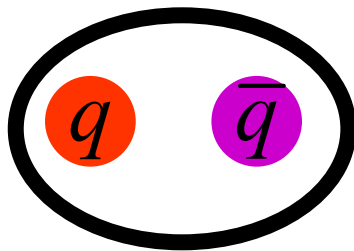
Zgodnie z tym możliwa jest emisja gluonu przez kwark albo tworzenie przez gluon par kwark-antykwar

wspomniane gluony są kombinacją koloru i antykoloru

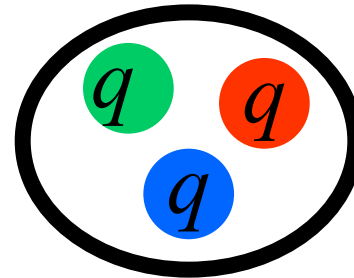
$$g_1 \sim \bar{R}G \quad g_2 \sim \bar{R}B \quad g_3 \sim \bar{G}R \quad g_4 \sim \bar{G}B \quad g_5 \sim \bar{B}R$$

$$g_6 \sim \bar{B}G \quad g_7 \sim RR\bar{R} - G\bar{G} \quad g_8 \sim RR\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B}$$

Rzeczywista cząstka musi być "BIAŁA"



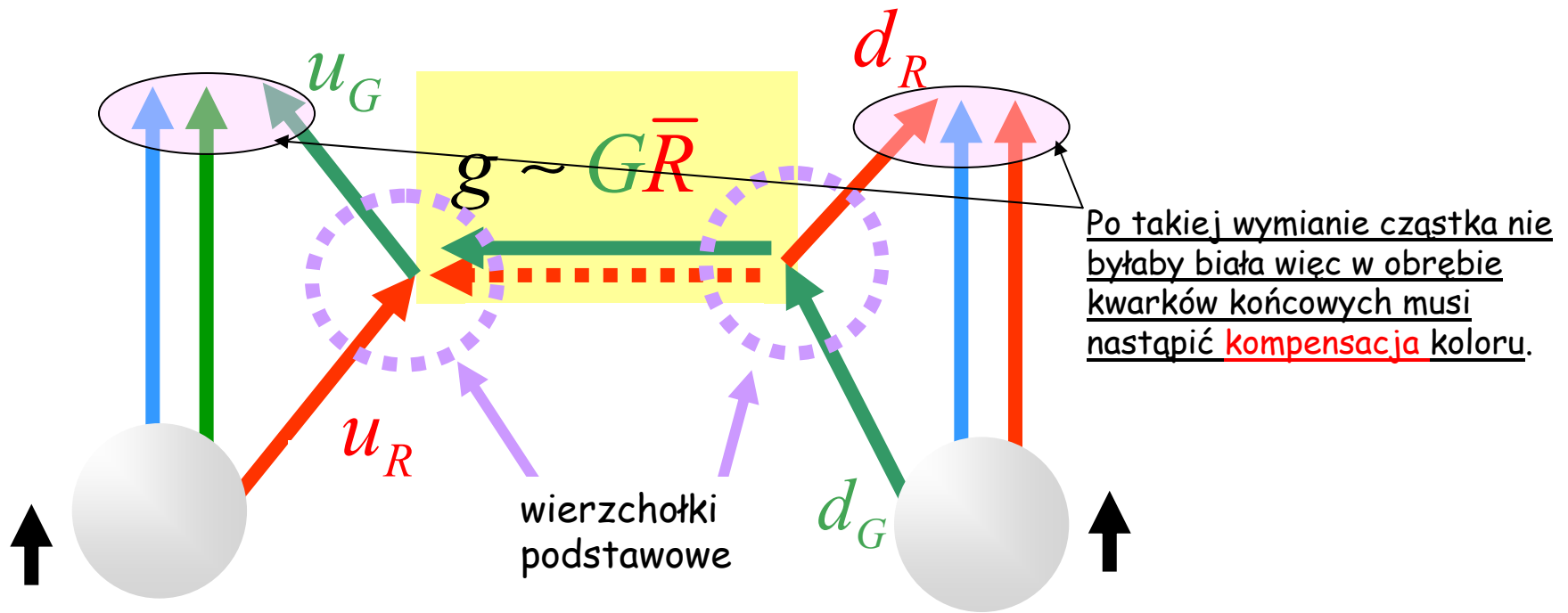
mezon



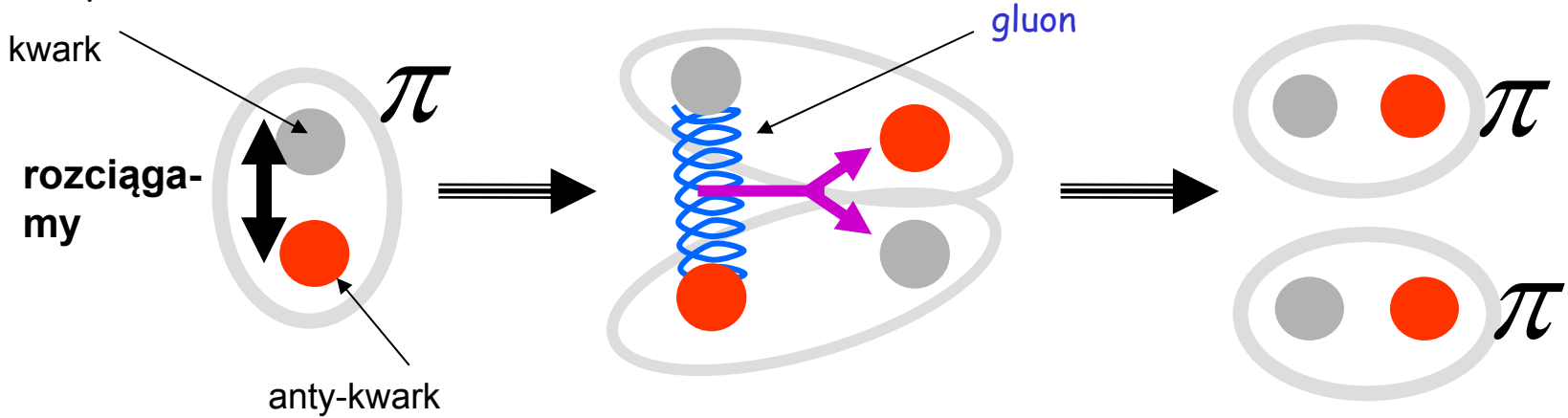
barion

pytanie, który z kwarków jest np. zielony - uwzględniamy kombinację kolorów.

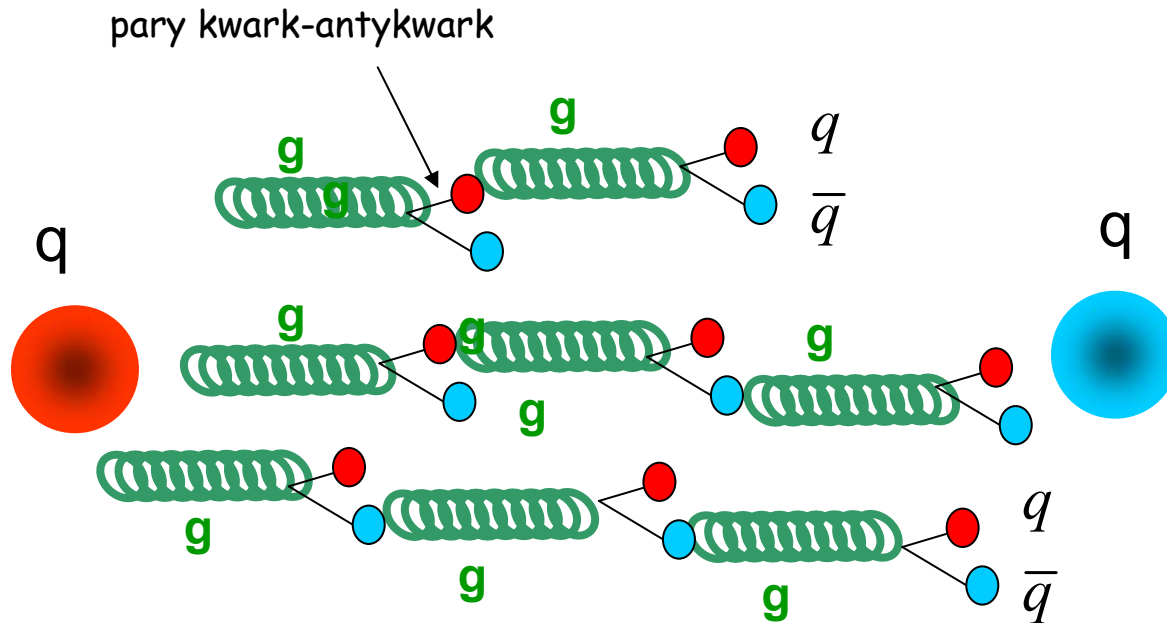
$$qqq \underset{np.}{=} p \equiv \frac{1}{\sqrt{81}} (uud + uud + inne)$$



Dlaczego nie widzimy swobodnych kwarków ? Przy próbie separacji dostarczamy energię i wytwarzamy dodatkową parę kwark-antykwar, która z poprzednimi składa się na dwa mezony  $\pi$



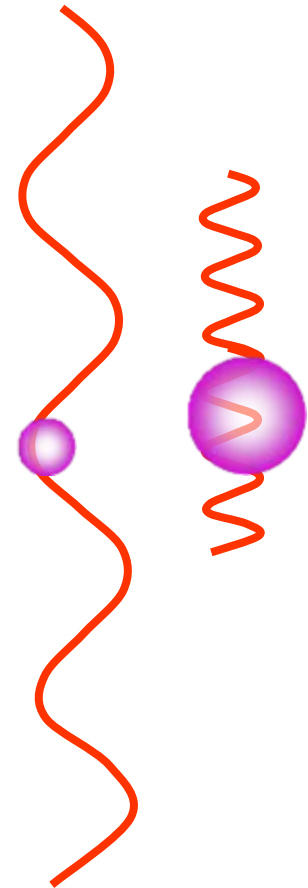
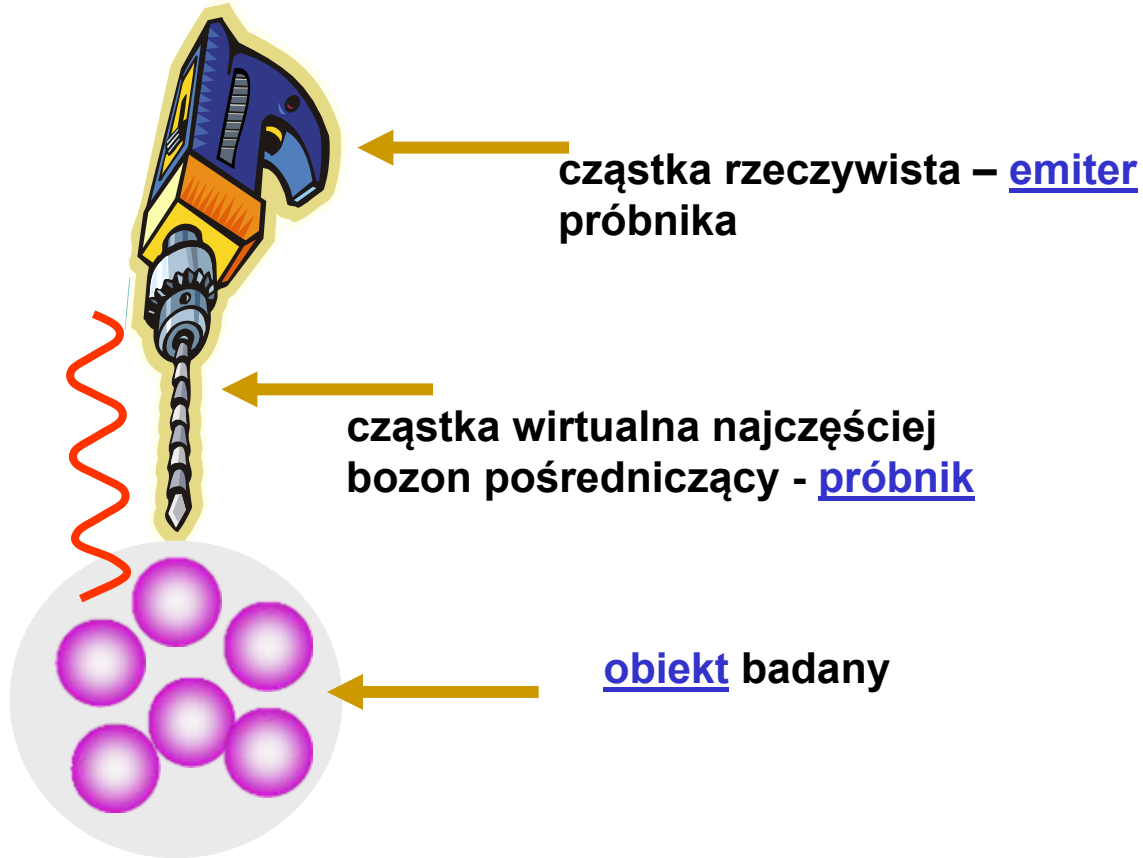
## Polaryzacja próżni dla oddziaływań silnych (odwrotnie niż w przypadku QED)



W przestrzeni pomiędzy kwarkami rozciąga się morze **GLUONOWO-KWARKOWE**

Ponieważ siły między kwarkami są jednakowego znaku to nie ma "kasowania" i ekranowania zmniejszającego siłę oddziaływania kwarków jak w oddziaływaniach elektromagnetycznych. Im więcej w "morzu" tym silniejsze jest oddziaływanie. Z tego wniosek, że jak kwarki zbliżają się do siebie (duże energie) to oddziaływanie maleje (**STAŁA SPRZĘŻENIA SILNEGO MALEJE**)

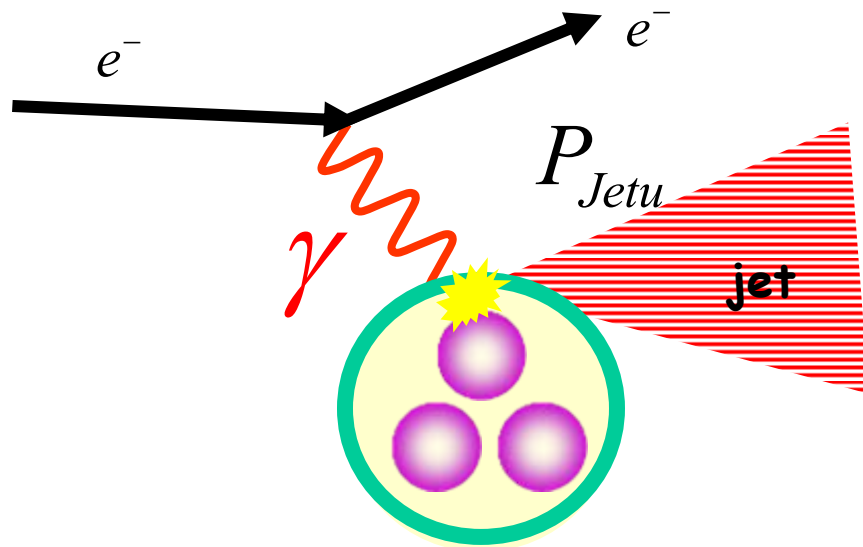
## Zasada badania struktury cząstek elementarnych



$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$$

$$p \rightarrow \infty \quad to \quad x \rightarrow 0$$

elektron emituje wirtualny foton



Foton wirtualny o dużym pędzie wpada do protonu i uderzając w kwark chce go wybić - kwark oddziałując z pozostałymi powoduje powstanie lawiny cząstek zwanych JET (mówimy, że kwark hadronizuje). Im wyższa energia tym więcej cząstek. Cząstki te produkowane są w geometrycznym stożku.

$x$  - oznacza ułamek całkowitego pędu niesionego przez któryś ze składników protonu (kwark walencyjny lub kwark morza) względem protonu.

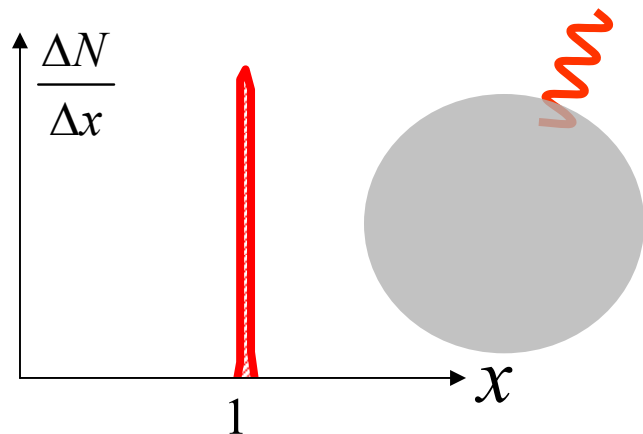
Wprowadzamy zmienną

$$x = \frac{P_{jetu}}{P_{protonu}}$$

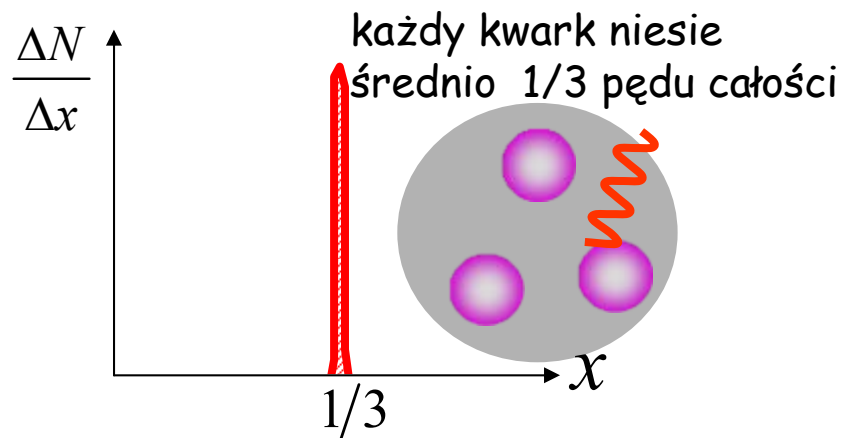
Zupełnie klasycznie - Jeśli proton byłby bez struktury (w pewnym sensie jednolity) to z zasady zachowania pędu  $x=1$ , jeśli został uderzony kwark walencyjny (a nie byłoby kwarków morza) to z gruba pęd JET-u byłby równy około 1/3 pędu protonu (bo kwark stanowi 1/3 masy). Jeśli jest więcej kwarków (kwarki morza) to pęd jest rozmyty i stanowi pewien rozkład.



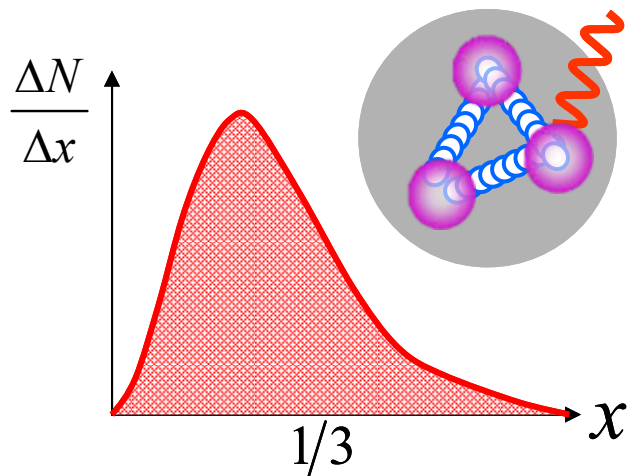
Dokonujemy N doświadczeń i konstruujemy rozkład zmiennej  $x$



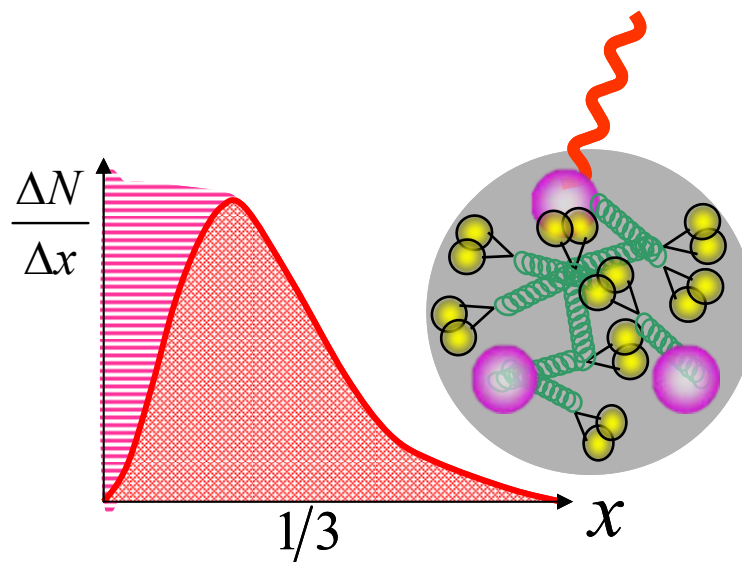
przypadek gdy proton stanowi całość



gdy są tylko 3 kwarki (walencyjne)



gdy są tylko 3 kwarki (walencyjne) oddziaływające (gluony)

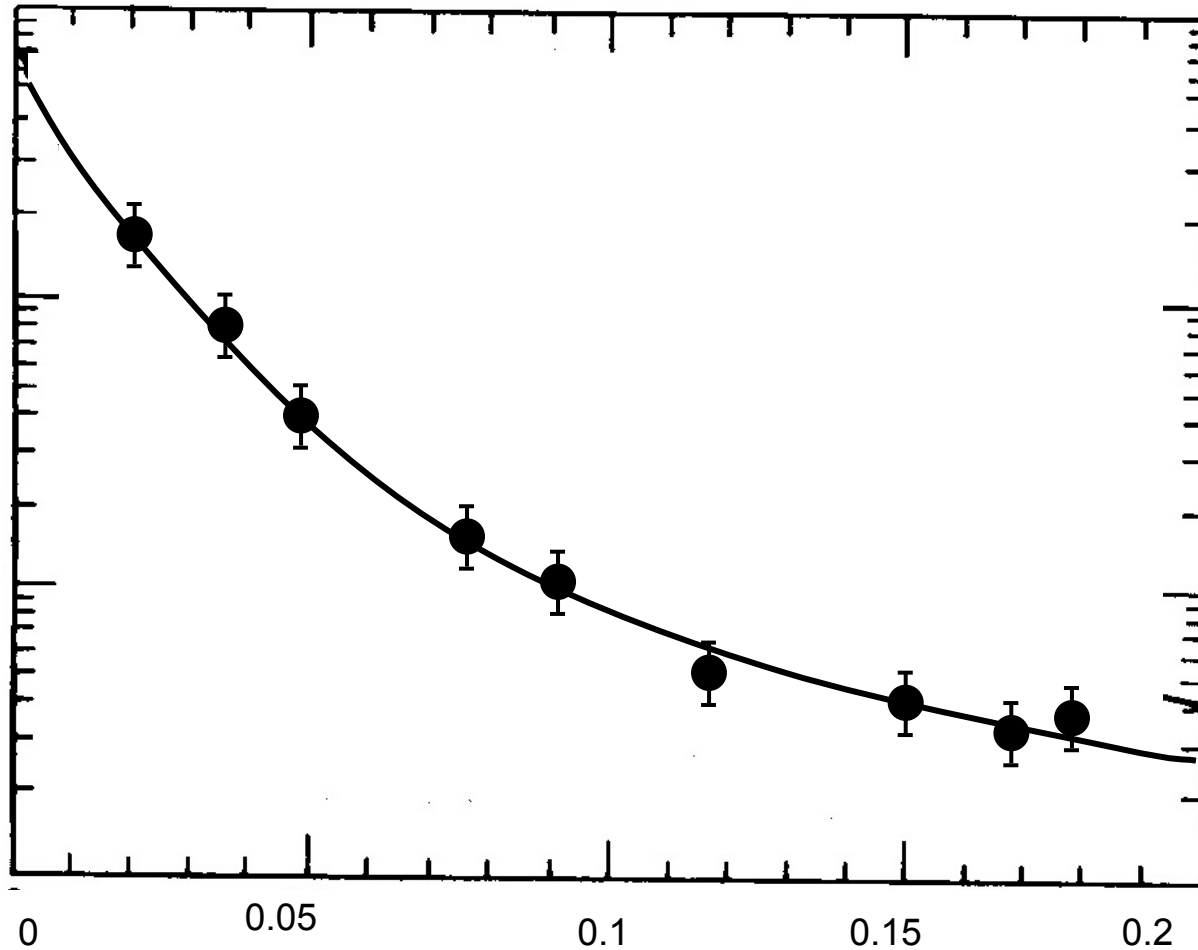


gdy są 3 kwarki (walencyjne) i kwarki morza

Tak wygląda doświadczenie potwierdzając istnienie morza kwarkowo -gluonowego.

$$\frac{\Delta N}{\Delta x}$$

Skala dowolna



$$x = \frac{P_{jetu}}{P_{protonu}}$$

# Oddziaływania słabe

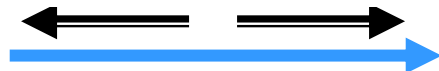
## Przykłady

UDZIAŁ W ODDZIAŁYWANIACH  
SŁABYCH BIORĄ zarówno  
LEPTONY jak I KWARKI

słabo oddziałują lewoskrętne  
cząstki a prawoskrętne  
antycząstki (dotyczy zarówno leptonów  
jak i kwarków)

Wyraźne łamanie symetrii C w słabych  
oddziaływaniach – EM i QCD symetria jest  
zachowana

lewoskrętne spin prawoskrętne



pęd leptonu

Mamy oczywiście  
ich **antycząstki** i  
odpowiednio dla  
antycząstek liczby  
te są ujemne

rodziny leptonowe

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} q=0 \\ q=-1 \end{matrix}$$

rodziny kwarkowe

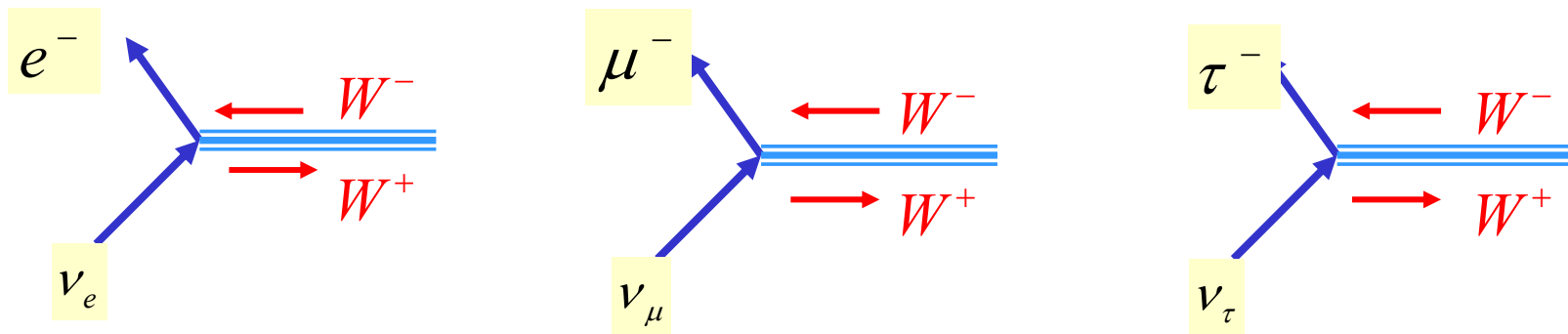
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} q=2/3 \\ q=-1/3 \end{matrix}$$

O ile nośnikiem oddziaływań w EM jest foton  $\gamma$  to w słabych są trzy bozony pośredniczące

$$W^+, W^-, Z^0$$

Podstawowe wierzchołki, z których budujemy każde oddziaływanie (podobnie jak w EM) mają postać odpowiadającą poniższym schematom

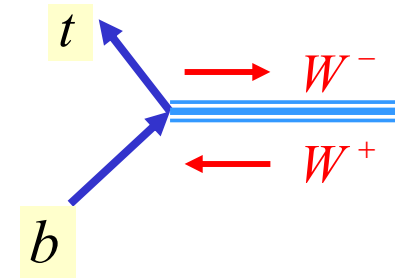
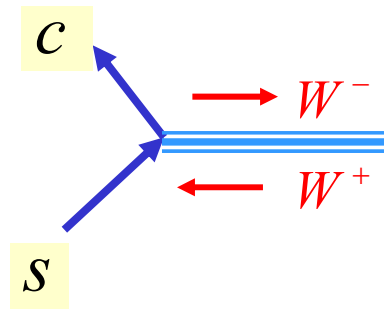
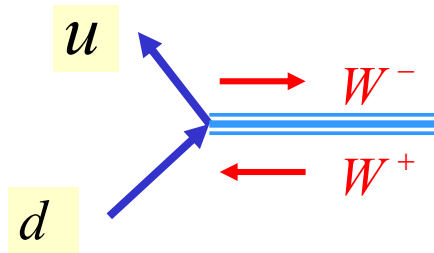
Strzałka oznacza, że przejście elektronu w neutrino (lub na odwrót) jest związane z emisją lub pochłonięciem bozonu przenoszącego oddziaływania  $W^\pm$ , np.



Dzięki emisji (absorpcji)  $W$  możemy zamienić lepton na jego neutrino

$$W^\pm \begin{matrix} \updownarrow \\ \left( \begin{matrix} \nu_e \\ e^- \end{matrix} \right) \end{matrix} \quad W^\pm \begin{matrix} \updownarrow \\ \left( \begin{matrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{matrix} \right) \end{matrix} \quad W^\pm \begin{matrix} \updownarrow \\ \left( \begin{matrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{matrix} \right) \end{matrix} \quad \begin{matrix} q=0 \\ q=-1 \end{matrix}$$

podobnie dla trzech rodzin kwarkowych (kwarki poza tym, że oddziałują **silnie i elektromagnetycznie to również oddz. SŁABO**)



$$W^\pm \leftrightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

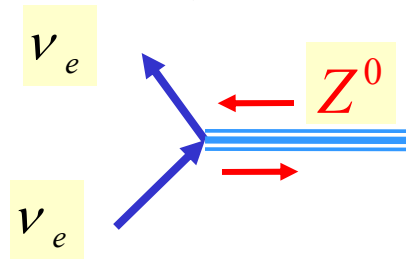
$$W^\pm \leftrightarrow \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$$

$$W^\pm \leftrightarrow \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

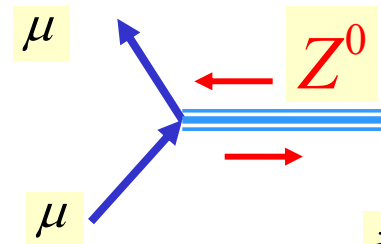
$$q = 2/3$$

$$q = -1/3$$

W przypadku wymiany neutralnego bozonu nie ma wymiany ładunku więc mamy do czynienia z emisją  $Z^0$ , przez każdą ze słabo oddziałujących cząstek np. poniżej neutrino lub muon lub itd. (dalsze kombinacje).

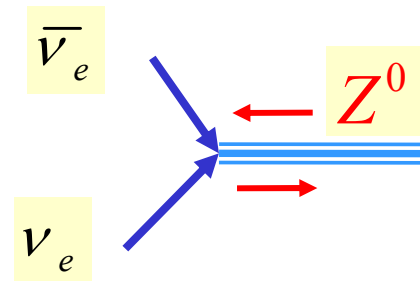


lub



inne podobnie

Mamy także odpowiednik **anihilacji (lub kreacji)** (znowu zwróć uwagę na strzałki linii zewnętrznych - niebieskich oraz na obecność antyneutrino)



itp.

Słabe oddziaływania można poznać po tym, że biorą w nim udział neutrino, i antyneutrino, które tylko oddziałują słabo.

Leptonom i ich neutrinom biorącym udział w słabych oddziaływaniach przypisuje się tzw. leptonowe liczby, które **muszą być zachowane**.

	$e$	$\nu_e$	$\mu$	$\nu_\mu$	$\tau$	$\nu_\tau$
$L_e$	1	1	0	0	0	0
$L_\mu$	0	0	1	1	0	0
$L_\tau$	0	0	0	0	1	1

dla antycząstek znaki przeciwne

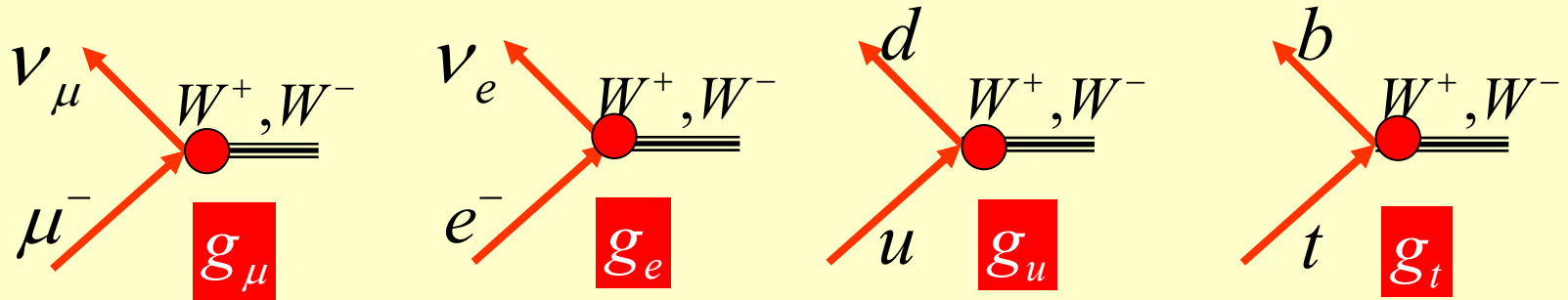
W związku z zachowaniem odpowiednich liczb leptonowych pewne reakcje mogą zachodzić zaś inne NIE :

możliwe  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$   $L_e : 0=0$   $L_\mu : 0=0$

niemożliwe  ~~$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \mu + e^-$~~   $L_e : 0=1$   $L_\mu : 0=1$

łamane zachowanie liczb leptonowych

# Uniwersalność słabych oddziaływań

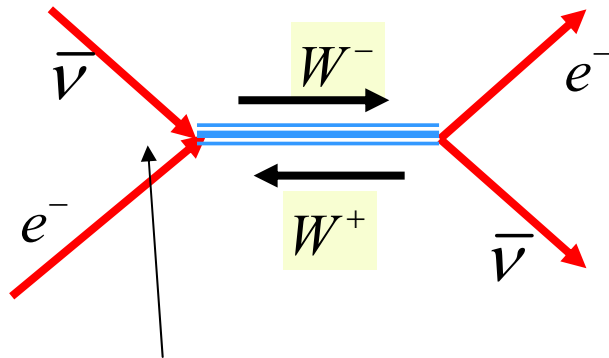


itd.

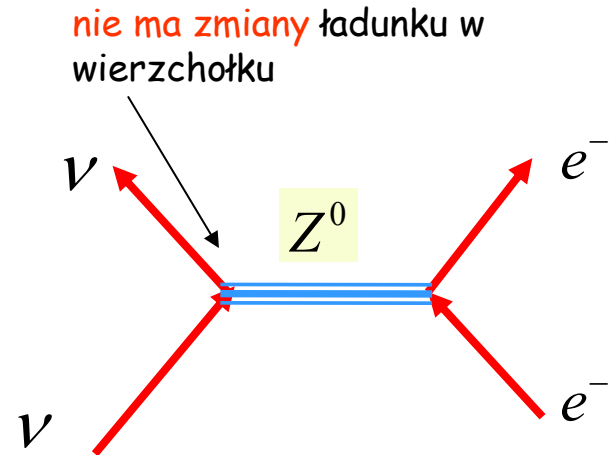
$$g_{\text{leptonowe}} (e, \mu, \tau) = g_{\text{kwarkowe}} = g_W \quad \text{Tylko jedna! stała sprzężenia}$$

Podobnie jak w EM rzeczywisty proces słaby musi się składać z wierzchołków podstawowych.

Wyobraźmy sobie najprostszы proces elastyczny (dwa wierzchołki podstawowe). Gdy w wierzchołku jest zmiana ładunku to procesy takie są przenoszone przez  $W^\pm$  np. elastyczne zderzenie  $\bar{\nu} + e \rightarrow \bar{\nu} + e$  a gdy nie ma zmiany ładunku to są przenoszone przez  $Z^0$



jest zmiana ładunku w wierzchołku



Ale elastyczny proces rozpraszanie neutrino na elektronie jest przenoszony przez  $Z^0$



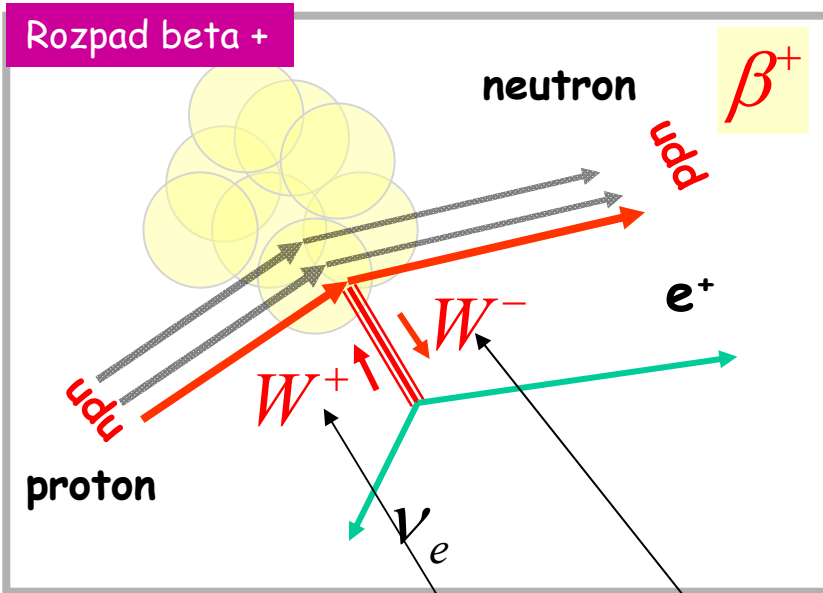
# Jądrowe rozpady $\beta$

$$p \rightarrow n + \nu + e^+$$

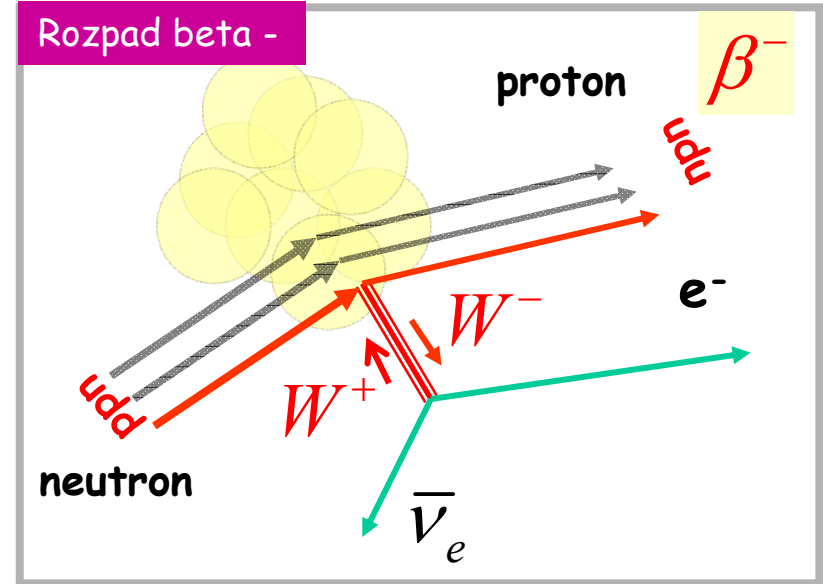
$$n \rightarrow p + \bar{\nu} + e^-$$

Zjawisko o którym będziemy dokładnie mówić później polega na emisji elektronów lub pozytonów z jądra atomowego. Nukleony nie biorą udziału w słabych oddziaływaniach - więc jak?

Rozpad idzie przez słabe oddziaływania i związany jest z wymianą wirtualnego bozonu  $W^\pm$



$$p \rightarrow n + \nu + e^+$$



$$n \rightarrow p + \bar{\nu} + e^-$$

zmiana ładunku

$$(-1/3) + Q_W = (2/3) \quad Q_W = +1$$

$$(-1/3) = Q_W + (2/3) \quad Q_W = -1$$

# Elektromagnetyczne oddziaływanie cząstek naładowanych z materią.

Oddziaływania ELEKTROMAGNETYCZNE - charakteryzują się małymi kątami rozproszenia oraz spadkiem przekroju czynnego z energią

Czastki przechodzące przez materię oddziałują elektromagnetycznie tracąc swoją energię w większości na jonizację (zwykle wybijanie elektronów z powłok zewnętrznych). Może również dochodzić do wzbudzania atomów, czyli do wybijania elektronów z wewnętrznych powłok na wyższe.

Rozważmy trajektorię cząstki naładowanej o ładunku  $z$  ( $z$  - wielokrotność ładunku elementarnego) przechodzącej koło innego obiektu np. atomu o ładunku  $z'$ . Odległość od atomu wynosi  $b$  - nazywamy to parametrem zderzenia (dla prostoty ruch po osi  $x$ ). Zakładamy, że leci proton ale może być dowolny obiekt np. cząstka alfa lub elektron..

Różne cząstki naładowane oddziałują się trochę różnie:

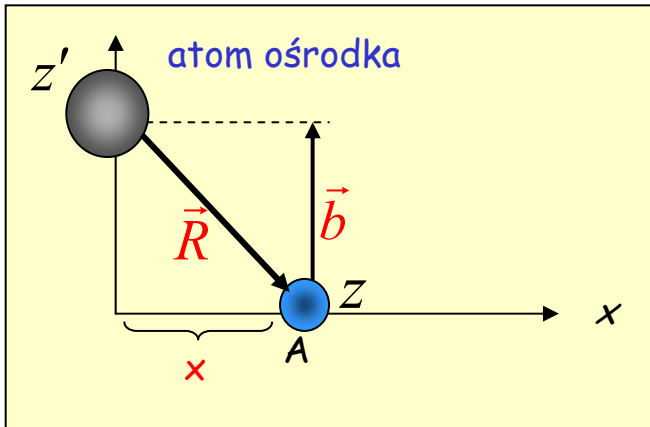
## Ciężkie (np. cząstki alfa)

1. jonizacja atomów (wyrzucenie  $e$  z atomu)
2. rozpraszanie elastyczne
3. rozpraszanie nie-elastyczne
4. wzbudzanie atomów (wybijanie z powłok wewnętrznych na wyższe)

## Lekkie ( elektrony, pozytony)

1. jonizacja atomów (wyrzucenie  $e$  z atomu)
2. rozpraszanie elastyczne (pojedyncze i wielokrotne)
3. promieniowanie hamowania
4. wzbudzanie atomów (wybijanie z powłok wewnętrznych na wyższe)

## ★ Jonizacja



atom ośrodka ma ładunek  $Z'$  zaś jonizująca cząstka ładunek  $Z$   
pole od  $Z'$  w punkcie A wynosi

$$\vec{E} = kz'e \frac{\vec{R}}{R^3} \quad \leftarrow \quad \vec{R} = x\hat{i} + \vec{b}$$

$$\vec{E} = kz'e \left( \frac{x\hat{i}}{R^3} + \frac{\vec{b}}{R^3} \right)$$

$$E_x = kz'e \frac{x}{(x^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad E_y = -kz'e \frac{b}{(x^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$i$  - wektor jednostkowy  $x$

Na skutek oddziaływania obserwujemy zmianę pędu

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = ez\vec{E} \quad \frac{dp_x}{dt} = ezE_x = kz'ze^2 \frac{x}{(x^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \frac{dp_y}{dt} = z'ze^2 \frac{b}{(x^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Stąd przy założeniu, że  $x = vt$   $V$  - prędkość cząstki jonizującej, w naszym przypadku protonu

$$\Delta p_x = kz'ze^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{vt \cdot dt}{(v^2 t^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} = 0 \quad \Delta p_y = \Delta p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = -kz'ze^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(v^2 t^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} = -kz'ze^2 \frac{2}{bv}$$

tak obliczyliśmy zmianę pędu lecącej cząstki. Z zasady zachowania wynika, że zmiana pędu jonizującej cząstki jest równa zmianie pędu atomu, co w tłumaczeniu na zmianę energii daje

$$\Delta E = -\frac{\Delta p_T^2}{2m_a} = -2 \left( ke^2 z'z \right) \frac{1}{b^2 \boxed{v}^2 m_a} \quad \text{zmiana pędu wzdłuż osi y wynosi właśnie } p_T$$

$m_a$  - masa obiektu jonizowanego

**Uwaga! widać, że strata ta nie zależy od masy jonizującej (tzw. szybkiej) cząstki i okazuje się być również słuszna relatywistycznie. Cząstka tarczy (atomu) może być jądrem albo elektronem powłoki, wtedy,**

$$m_a \approx 2z'm_{prot} \quad \text{dla jądra - zakładamy, że mamy tyle samo neutronów co i protonów i ich masy równe.}$$

$$m_a = m_e \quad \text{dla elektronu}$$

Z ostatniego wzoru od razu wynika, że strata energii szybkiej cząstki jest do zaniedbania dla jądra w porównaniu z elektronem, bo

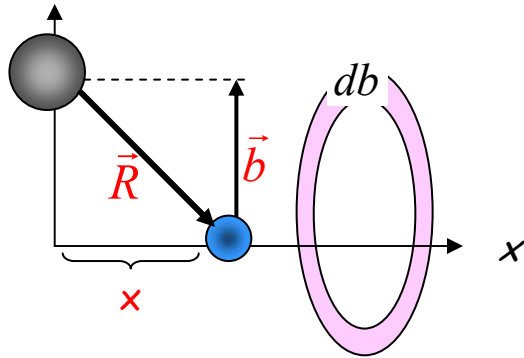
$$\frac{\Delta E_e}{\Delta E_J} \approx \frac{2m_p}{z'm_e} \approx 10^3$$

Jeśli cząstka leci przez gaz o gęstości  $\rho$  składający się z atomów o liczbie  $Z'$  i masie  $m_a$  to całkowity ładunek na jednostkę objętości jest

$$\frac{\rho}{m_a} Z'$$

Jeśli cząstka przelatuje odcinek  $dx$  to w pierścieniu o promieniu  $b$  "zahacza" o  $\left(\frac{\rho}{m_a} Z'\right) \cdot 2\pi b \cdot db \cdot dx$

i wtedy np. w przypadku zderzeń z elektronami (wtedy  $m_a = m_e$ ) strata energii wynosi



$$-\frac{d^2 E}{dx db} = 4\pi k e^2 (Z')^2 \frac{\rho Z}{v^2 m_e^2} \frac{1}{b}$$

bo (z poprzedniej strony dla e)

$$\Delta E = -\frac{p_r^2}{2m_a} = -2(ke^2 Z'z) \frac{1}{b^2 v^2 m_e}$$

aby obliczyć stratę  $\frac{dE}{dx}$  musimy scałkować powyższe równanie w granicach  $(b_{\min}, b_{\max})$

$$-\frac{dE}{dx} = \underbrace{4\pi k e^2 (Z')^2 \frac{\rho Z}{v^2 m_e^2}}_G \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \left(\frac{1}{b}\right) db = G \cdot \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right) \quad -\frac{dE}{dx} > 0 \equiv \left|\frac{dE}{dx}\right|$$

Ale formuła ta musi zostać poprawiona ze względu na: 1/ dla  $b_{\min} \rightarrow 0$  energia jonizacji byłaby nieskończona 2/ dla  $b_{\max}$  występowałaby jonizacja przy energiach  $dE/dx = 0$  wzór ten wyprowadziliśmy aby pokazać ideę.....ale

Porządny rachunek kwantowy przeprowadzony przez Bethe'go dostarcza formułę, która daje poprawne wyniki (dalej nie zależy od masy cząstki jonizującej!!)

$$\beta = v_{\text{np. protonu}} / c$$

$$-\frac{dE}{dx} = D_{\text{elektronu}} \left( \frac{z}{\beta} \right)^2 \cdot \left[ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{\langle I \rangle} \right) - \beta^2 \right] = z^2 f(\beta)$$

D stała związana z właściwościami materiału do którego wchodzi cząstka jonizująca np. proton

$\langle I \rangle$  jest to średnia energia jonizacji po wszystkich elektronach w atomie.

Na początku, jak od zera rośnie prędkość protonu to  $dE/dx$  maleje, osiąga minimum i następnie ze względu na rosnący silnie pod logarytmem czynnik  $\gamma$  zaczyna rosnąć (tzw. relatywistyczny wzrost).

Widać, że mamy zależność tylko od  $\beta = v/c$

Ponieważ zmiana energii idzie tylko przez zmianę **energii kinetycznej T** to możemy napisać, że jeśli chodzi o zmienne cząstki jonizującej,  $M_{\text{jon}}$  masa jonizującej np. proton (powyżej był elektron)

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{dT}{dx} = z^2 f(v/c)$$

energia kinetyczna

$$T = \frac{M_{\text{jon}} c^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} - M_{\text{jon}} c^2$$

Wtedy możemy wyrazić

$$f(v/c) = \varphi(T / M_{\text{jon}} c^2) \text{ bo}$$

$$T / M_{\text{jon}} c^2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1$$

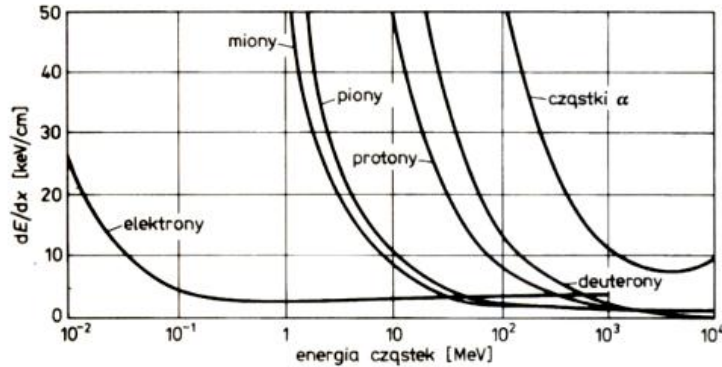
wtedy

$$-\frac{dT}{dx} = z^2 \varphi \left( \overbrace{T / M_{\text{jon}} c^2}^{\text{tylko funkcja } \beta} \right)$$

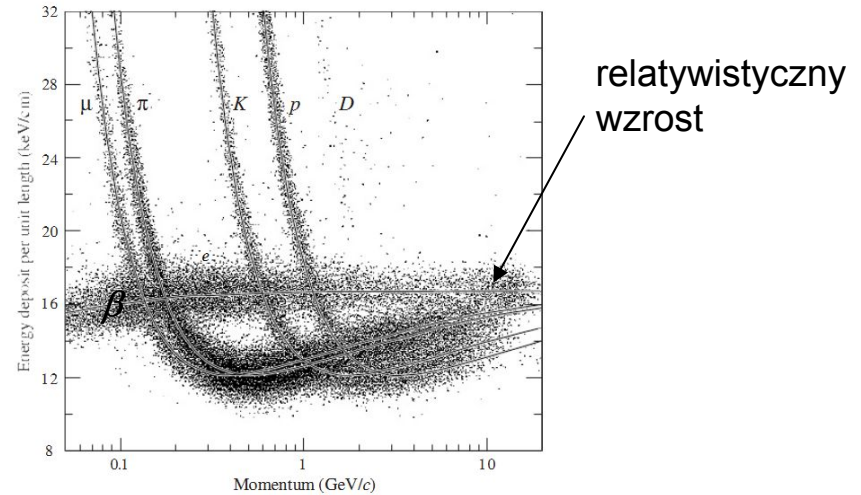
zauważmy zależność od ładunku cząstki jonizującej i skalowanie w zmiennej

$$T / M c^2$$

Przy niskich wartościach energii - jonizująca cząstka staje.



Rys. 2.4. Straty energii dla wybranych cząstek naładowanych na jednostkę drogi w powietrzu



Można się pokusić o wyprowadzenie formuły na zasięg.

$$D(T_0) = \int_x^{x_0} dx = \int_{T_0}^0 \frac{dT}{dT/dx} = \frac{1}{z^2} \int_0^{T_0} \frac{dT}{\phi(T/M_{jon}c^2)} \propto \frac{1}{z^2} \left( \frac{T_0}{M_{jon}c^2 + T_0} \right)$$



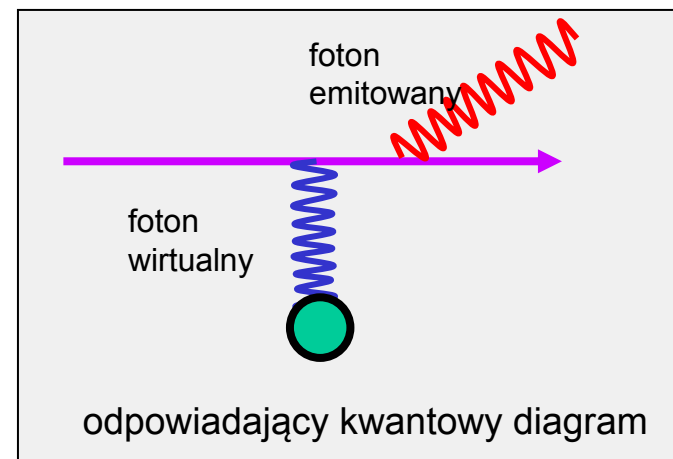
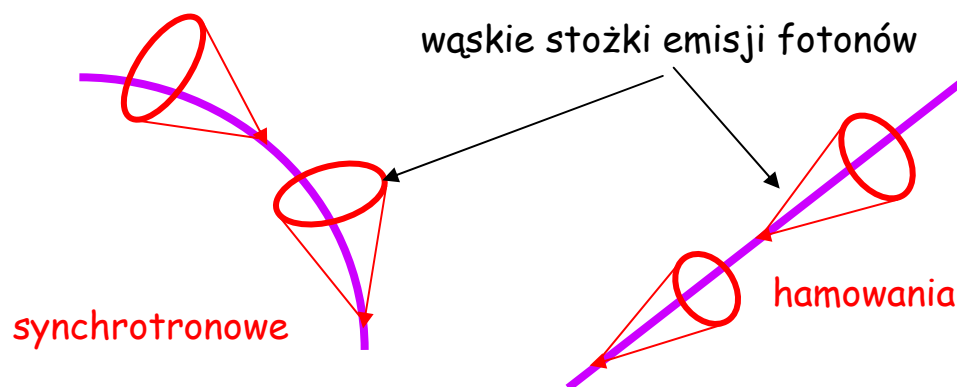
$$D(T_0) \propto \frac{1}{z^2} \left( \frac{T}{M_{jon}c^2 + T} \right)$$

**WAŻNE !**

Stąd widać, że dla danej energii  $T$  zasięg protonu jest dużo mniejszy niż zasięg elektronu (pozytonu). A im większy ładunek jonizującej  $Z$  tym "kwadratowo" mniejszy zasięg  $Z^{-2}$ . Uwaga! Zwróć uwagę, że w dalszym ciągu (jeśli nie porównywać dwóch cząstek przy jednakowych energiach) zarówno zmiana jonizacji jak i zasięg są tylko funkcją beta)

## ✳️ Promieniowanie synchrotronowe i promieniowanie hamowania

Naładowana cząstka doznając przyspieszenia emituje falę elektromagnetyczną. Jeśli przyspieszenie wynika z zakrzywienia toru to radiacja nazywa się **promieniowaniem synchrotronowym** - jeśli hamowanie występuje wzdłuż toru prostego to zjawisko nazywamy **promieniowaniem hamowania**.



Dla lekkich cząstek (elektrony, pozytony) w grę głównie wchodzi- tzw. **promieniowanie hamowania** (**bremsstrahlung**). Cząstki naładowane doznając przyspieszenia emitują fotony (falę EM). Zjawisko to jest wyraźne dla cięższych atomów gdzie pole Coulomba jest silne.

$$\frac{d\sigma}{dk} \propto \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{M^2} Z^4$$

Ze względu na masę  $M^{-2}$  straty energii są duże dla lekkich cząstek (elektrony, muony). Ze względu na  $Z^4$  ciężkie medium powoduje większe promieniowanie hamowania.

Zależność  $1/k$  (k- czteropęd elektronu) mówi, że im większy pęd tym mniejsza strata



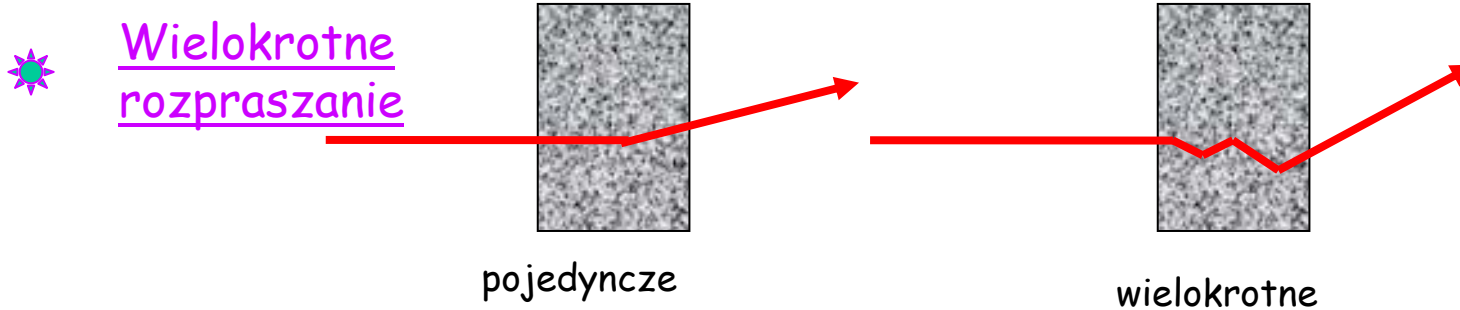
Dla elektronów i pozytonów mamy zależność

$$\frac{dE / dx(\text{promieniowanie})}{dE / dx(\text{jonizacji})} = \frac{T(Z' + 1.2)}{700}$$

T- wyrażamy w MeV  
materiału

Z' - liczba ładunkowa

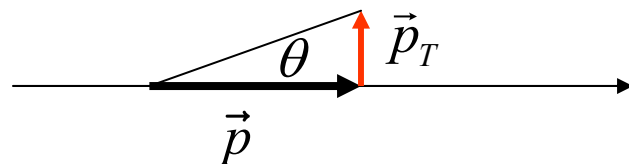
Widać, że efekt jest tym silniejszy im cięższy jest materiał i szybszy elektron (pozyton).



Jonizująca (szybka) cząstka ulega **wielokrotnemu rozproszeniu przy zderzeniach typu elastycznego** (bez zmiany stanu). Kąt rozproszenia jest proporcjonalny do

$$\bar{\theta} \approx \frac{|\bar{p}_T|}{p} = \frac{kz'ze^2}{p} \frac{2}{bv} = kz'ze^2 \frac{2}{pbv}$$

patrz wzór na drugiej transparencji dotyczącej cząstek naładowanych



Widać stąd, że efekt ten rośnie dla cięższych pierwiastków (z' -duże). Ze względu na długą drogę do momentu zatrzymania się kąt rozproszenia jest większy dla elektronów i pozytonów niż np. dla protonów.

# Oddziaływanie fotonów

Natadowane cząstki tracą energię w małych porcjach podczas gdy fotony są albo całkowicie zaabsorbowane lub rozproszone. W związku z tym wiązka się szybko osłabia. W celu dalszej dyskusji zdefiniujemy tzw. **współczynnik pochłaniania**  $\mu$ . W tym celu przypomnijmy wzór gdzie występujący przekrój czynny jest całkowitym przekrojem czynnym, co wyraźnie zaznaczmy (patrz wykład o przekroju czynnym).

zdefiniujemy

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot e^{\left(-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma_{tot}}$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda} = \sigma_{tot} \cdot n = \sigma_{tot} \cdot \frac{\rho}{m_a} \quad [\mu] = \text{metr}^{-1}$$

$\mu$  wyraża prawdop. zajścia procesu na jednostkę drogi

W granicach **1 keV - 10 MeV** mamy trzy zasadnicze przyczynki do całkowitego przekroju czynnego. Są to:

- ▲ **efekt fotoelektryczny wewnętrzny** (foton powoduje przejście elektronu z orbity na orbitę sam będąc pochłonięty) stąd większy przekrój czynny w okolicach energii wzbudzenia orbit K, L
- ▲ **efekt Comptona** (rozproszenie fotonu na elektronie)
- ▲ **produkcja par** (foton dysocjuje na parę elektron-pozyton w polu jądra)

Względny udział wszystkich trzech **zależy od energii** (zobacz rozkład na następnej stronie).

Ponieważ procesy ze sobą nie interferują (każdy przebiega niezależnie) to możemy napisać

$$\sigma_{tot} = \sigma_{abs} + Z_{jadra} \sigma_{compt} + \sigma_{pair}$$

Foto-absorpcja i produkcja pary zdarza się raz zaś rozproszenie Comptona może być wielokrotne stąd Z

# Rozpraszanie Comptona

Jeśli:

$$h\nu < E_a$$

to foton rozprasza się elastycznie (bez zmiany energii) - tzw. rozpraszanie Rayleigha

$E_a =$  energia najniższego stanu absorpcyjnego w atomie

$$h\nu > E_a$$

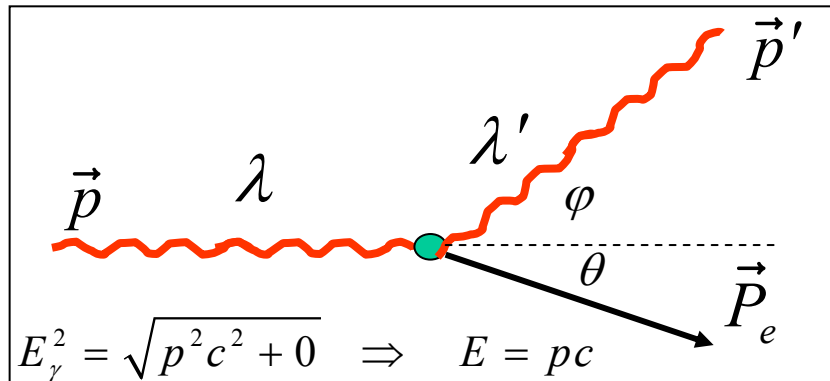
wówczas mamy rozpraszanie Comptona lub efekt fotoelektryczny wewnętrzny

Efekt fotoelektryczny jest oddziaływaniem fotonu z atomem - foton o energii  $E_\gamma$  jest absorbowany przez atom i wylatuje elektron z atomu z energią  $E = E_\gamma - E_a$

(foton przekazuje część energii elektronowi powłoki). Jeśli dodatkowo energia ta

$$h\nu \gg E_a$$

to można traktować elektrony orbit za swobodne i dla wyprowadzenia własności używać klasycznego podejścia, wtedy:



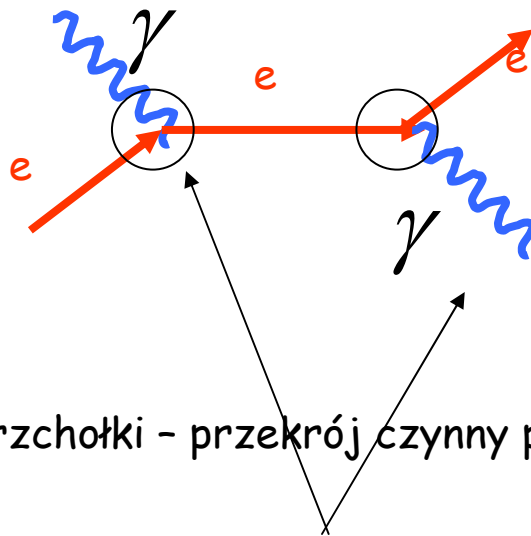
rozwiązujemy równania zasady zachowania pędu i energii

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos \varphi)}$$

czynniki  $\frac{h}{m c}$  nazywa się komptonowską długością fali

Można zadać pytanie o konkurencyjny efekt na jądrach ale ze względu na kwadrat masy w mianowniku przekrój czynny jest wtedy o kilka rzędów wielkości mniejszy.

Porządne uwzględnienie efektów kwantowych polega na policzeniu odpowiedniego grafu Feynmana dla procesu Comptona, wtedy dodaje się poprawkę do klasycznego przekroju czynnego

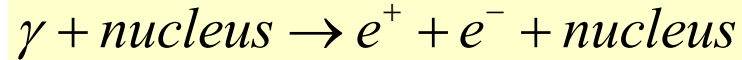


Mamy dwa wierzchołki - przekrój czynny proporcjonalny  $(\alpha = 1/137)^2$

W tym przypadku to nie są fotony pośredniczące (wirtualne) ale RZECZYWISTE - linią wewnętrzną (wirtualną) jest linia elektronu.

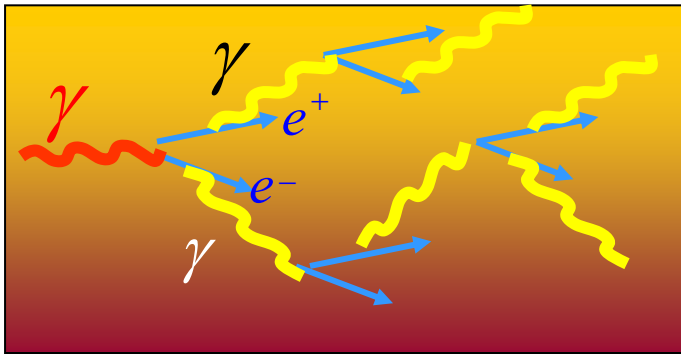
# Produkcja par **elektron-pozyton**

Dla energii fotonu  $h\nu > 2m_e c^2$  możliwy jest proces kreacji pary elektron-pozyton



który zdarza się w silnym **polu Coulomba ciężkich jąder**. Ten przekrój czynny rośnie z energią. (w próżni foton nie może się rozpadać na 2 fotony)

**Problem lawin fotonowo-elektronowych** i metoda wyznaczania energii fotonu - kalometry elektromagnetyczne. W związku z tym, że pole Coulomba ma zasadnicze znaczenie w produkcji par **przekrój czynny rośnie z liczbą Z**.  $\sigma \propto Z$

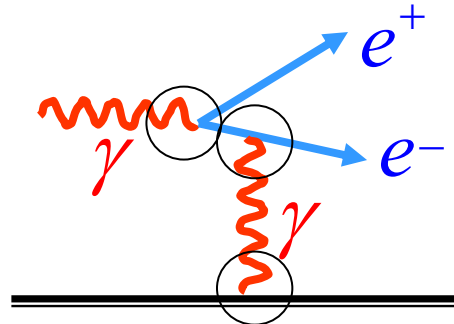


Następuje produkcja par aż do momentu aż energia fotonu z radiacji będzie mniejsza niż

$$< 2m_e c^2$$

lawina zatrzyma się! Pomiar energii fotonów daje energię fotonu wejściowego.

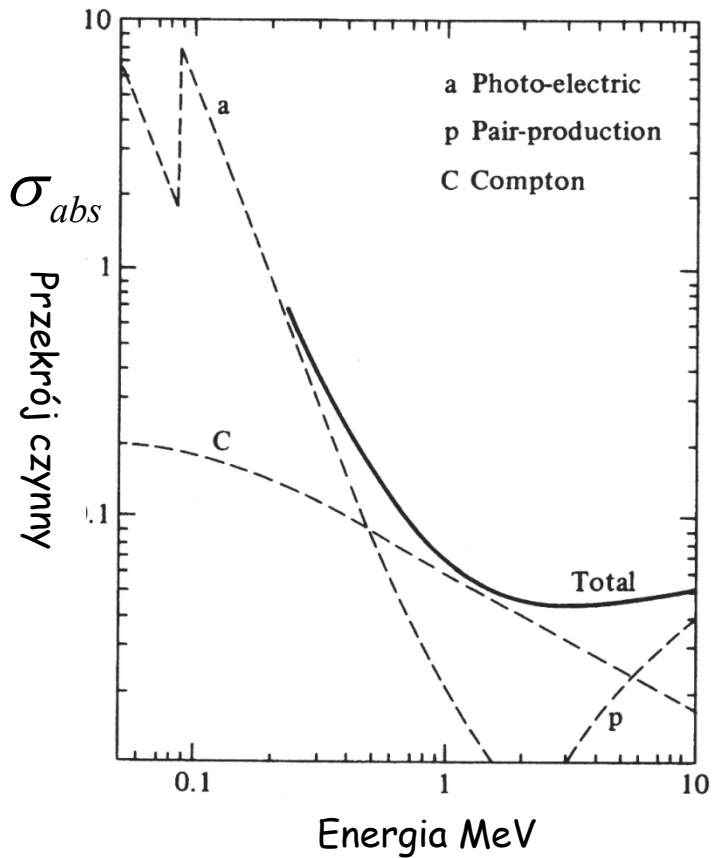
odpowiedni graf ma postać



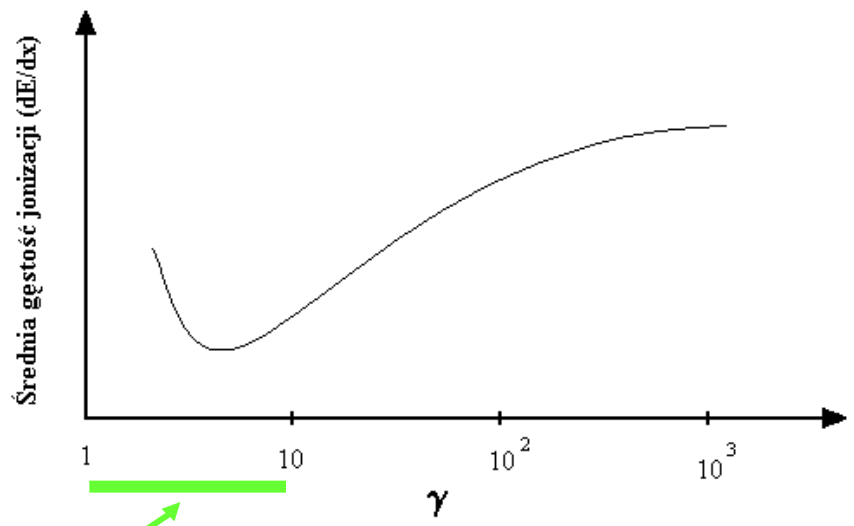
trzy wierzchołki – przekrój czynny proporcjonalny do

$$(\alpha = 1/137)^3$$

jądro-bierze na siebie część pędu.



Dla małych energii dominujący jest efekt fotoelektryczny. W przypadku gdy energia fotonu odpowiada energii elektronu na orbicie (orbity K,L..) wtedy foton jest absorbowany "chętniej" i mamy znacznie większy przekrój czynny - stąd "piki" (zjawisko to zostanie również omówione w wykładzie dotyczącym promieniowania radiacyjnego (tzw. promieniowanie  $\alpha$ )).



zwróć uwagę na skale

# Podsumowanie

## Cząstki naładowane:



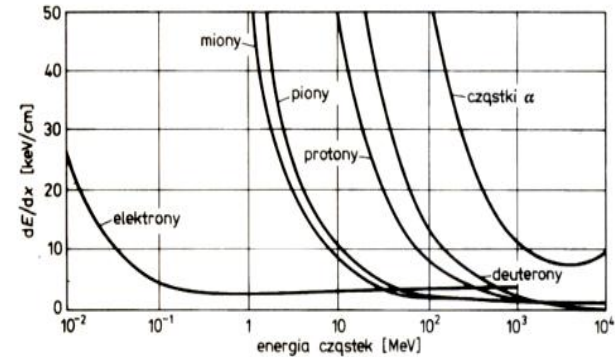
1. jonizacja atomów (wyrzucenie e z atomu)
2. rozpraszanie elastyczne
3. rozpraszanie nie-elastyczne
4. wzbudzenie atomów (wybijanie z powłok wewnętrznych na wyższe)
5. promieniowanie hamowania (lekkie)
6. wielokrotne rozpraszanie (lekkie)



strata energii na jednostkę drogi  $-\frac{dE}{dx}$



"kwadratowo" w funkcji ładunku mniejszy zasięg  $\frac{1}{Z^2}$



Rys. 2.4. Straty energii dla wybranych cząstek naładowanych na jednostkę drogi w powietrzu

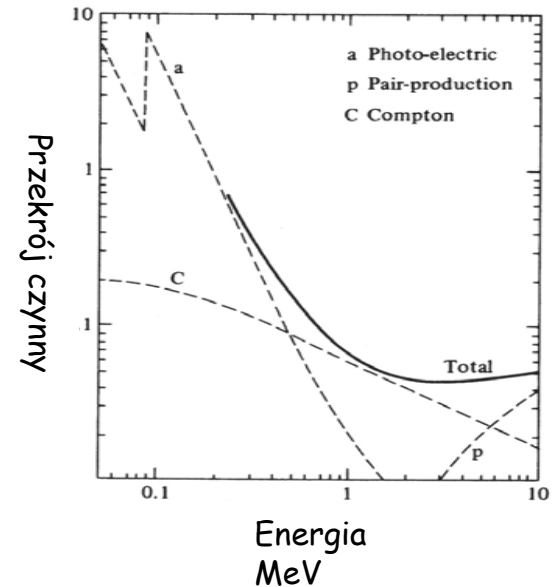
zależy tylko od  $\beta$  (zależność od energii tylko przez czynnik skalujący  $T/Mc^2$ )

## Fotony:

**efekt fotoelektryczny wewnętrzny** (foton powoduje przejście elektronu z orbity na orbitę sam będąc pochłonięty) stąd większy przekrój czynny w okolicach energii wzbudzenia orbit K, L

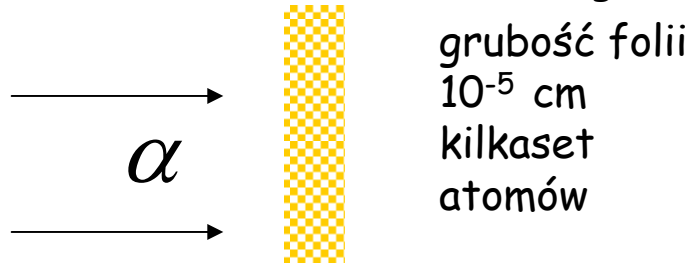
**efekt Comptona** (rozproszenie fotonu na elektronie)

**produkcja par** (foton dysocjuje na parę elektron-pozyton w polu jądra)

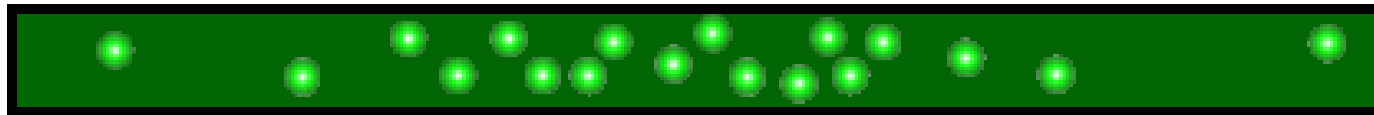
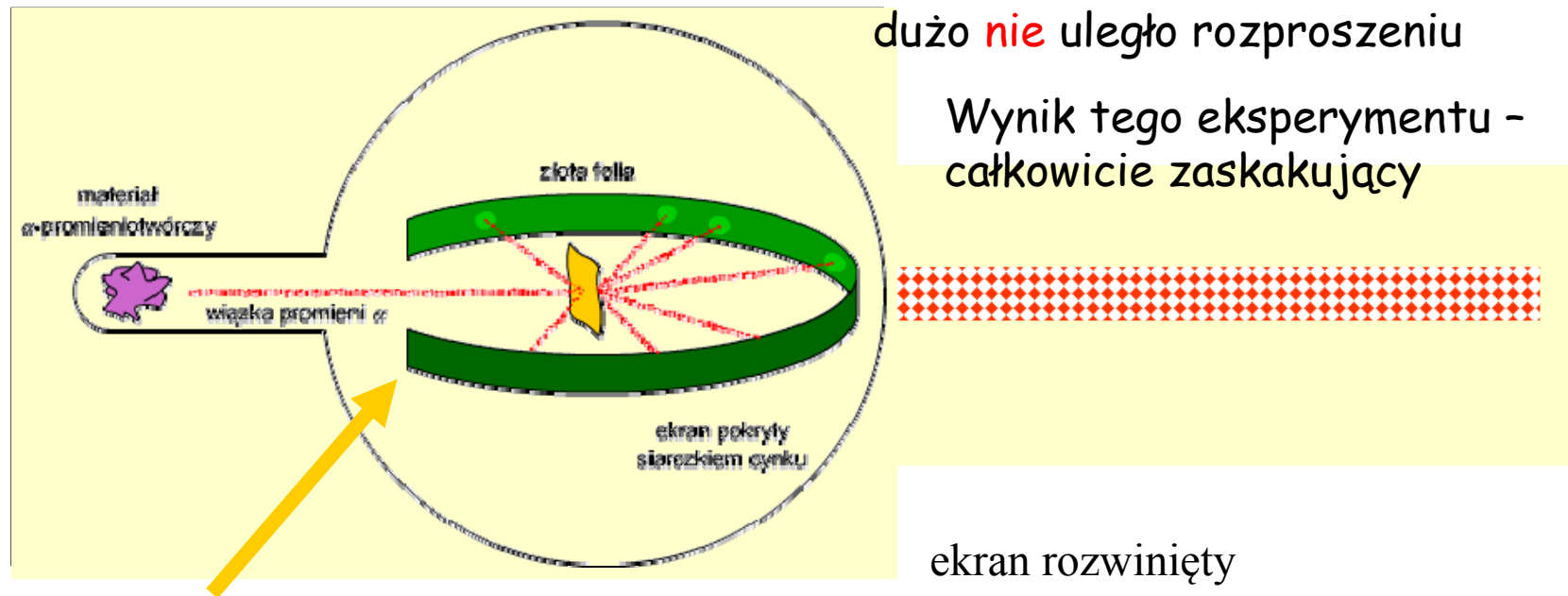


## Trochę historii –

Zasadniczym, mającym wielkie znaczenie dla tzw. "atomistyki" było doświadczenie Rutheforda (i jak zobaczymy metoda ta jest jedną z podstawowych metod do dziś). W 1910 roku Rutherford wraz z Geigerem bombardował folię złota cząstkami alfa.



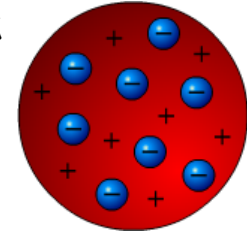
Zaobserwowano cząstki  $\alpha$  rozproszone do tyłu. Cząstka ta jest ciężka - więc Geiger stwierdził, że "odskok" jej do tyłu jest tak prawdopodobny jak odbicie pocisku od bibułki.





Przyjrzyjmy się bliżej temu zjawisku. Zderzenie z jądrem powoduje (zresztą jak każde) wymianę pędu z obiektem zderzonym. Przez zmianę pędu (przekazany pęd) rozumiemy

Thomson sądził, że atom wygląda

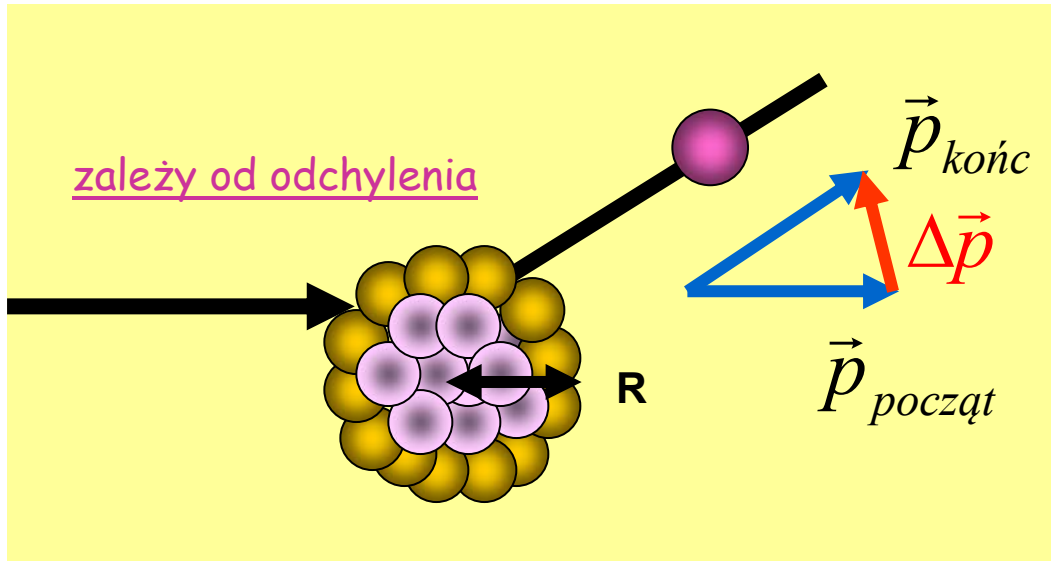


Zrobimy proste oszacowanie tego przekazu pędu:

$$\Delta p_{\max} = F_{\max} \cdot \Delta t$$

$$F_{\max} = \frac{2Ze^2}{R^2} \quad (2\text{-bo alfa})$$

$$\Delta t = \frac{\text{rozmiar jądra}}{\text{prędkość } \alpha} = \frac{R}{v}$$



$$\Delta p = p_{\max} - (-p_{\max}) = 2p_{\max}$$

$$\Delta p = \frac{4Ze^2}{R^2} \cdot \frac{R}{v} = \frac{4Ze^2}{Rv}$$

gdy następuje "odskok" (rozproszenie) do tyłu wtedy  $\Delta \vec{p} = \vec{p} - (-\vec{p}) = 2\vec{p}$   $\Delta p = 2p$

$p$  i  $v$  - znamy z warunków eksperymentu, stąd można było wyznaczyć  $R$

$$R \approx 10^{-14} \text{ m}$$

jądro atomowe małe !!

Oznaczenie jądra (nuklidu)



Liczba masowa **A** - liczba nukleonów (protonów i neutronów)

Liczba porządkowa **Z** - ilość protonów (ładunek jądra = Ze)

(liczba neutronów **N** = **A** - **Z** )

**izotopy** - Z ustalone (zmienna liczba neutronów)

**izobary** - A ustalone (Z i N zmienne)

**izotony** - N ustalone (A i Z zmienne)

**Jądra zwierciadlane**: liczba protonów 1-go = liczbie neutronów 2-go

liczba protonów 2-go = liczbie neutronów 1-go,  $Z_2 = (A_1 - Z_1)$

**deficyt (defekt) masy** - energia wiązania

$$\Delta M_J = Zm_p + Nm_n - M_J$$

Masę cząsteczki (atomu) wygodnie jest wyrazić w jednostkach masy atomowej:

jednostka **amu** (atomic mass unit) 1/12 masy neutralnego atomu węgla  $m_{C^{12}}$

$$m_0 = \frac{m_{C^{12}}}{12}$$

po polsku - Jednostka masy atomowej j.m.a.

$$\mu = \frac{m}{m_0}$$

W tych jednostkach masa atomu wodoru wynosi prawie 1

Nukleony są fermionami. Masa neutronu jest większa

$$m_n = 939.566 \text{ MeV} / c^2$$

$$m_p = 938.272 \text{ MeV} / c^2$$

$$m_n - m_p = 1.29 \text{ MeV} / c^2 \quad (\approx 2 m_e)$$

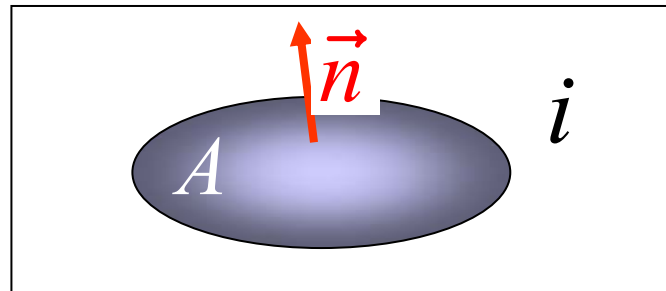
Ładunek elektryczny nukleonu nie jest skoncentrowany w punkcie. Z rozproszenia elektronów i mionów (cząstki naładowane) obliczono, że  $R_p \approx 0.8 \text{ fm}$ . Neutron choć obojętny ma również rozkład ładunku (w sumie zero). Rozkład masy również nie jest punktowy ( $R_p \approx 0.8 \text{ fm}$   $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ )

Jeśli przypomnimy sobie kwarkową strukturę protonu to "niepunktowość" jest zrozumiała

Obie cząstki posiadają dipolowy moment magnetyczny (kwantowy wewnętrzny stopień swobody )

Przypominamy sobie z elektromagnetyki, definicję momentu magnetycznego dla cząstki krążącej po zamkniętym obwodzie

$$\vec{\mu} = i\vec{A} = iA\vec{n}$$



spróbujemy znaleźć moment magnetyczny cząstki o ładunku  $e$  podpierając się mechaniką kwantową. Rozwiązanie atomu wodoru za pomocą równania Schrödingera prowadzi zresztą do takiego rezultatu.

załóżmy, że elektron o masie  $m_e$  i ładunku  $e$  porusza się po orbicie o promieniu  $r$ , okres  $T$

$$|\vec{\mu}| = iA = \frac{e}{T} \pi r^2 v = r \frac{em_e}{2m_e} \frac{2\pi r}{T} = r \frac{em_e}{2m_e} \cdot v = \frac{e}{2m_e} \cdot m_e v r = \frac{e}{2m_e} \cdot L$$

modyfikujemy  
licznik i mianownik

$$\vec{\mu}_e = \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L}$$

jest to postać  
klasyczna

To możemy napisać w innej formie

$$\vec{\mu}_e = \frac{e\hbar}{2m_e} \left( \frac{\vec{L}}{\hbar} \right)$$

Wielkość ta nazywa się  
Magnetonom Bohra

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

$$\vec{\mu}_e = \mu_B \left( \frac{\vec{L}}{\hbar} \right)$$

Taki jest to dipolowy moment magnetyczny elektronu w atomie.

Moment magnetyczny nie kwantuje się (w odróżnieniu od spinu)

Jeśli założymy słuszność mechaniki kwantowej w odniesieniu do jądra i jego składników (nukleonów) to otrzymujemy podobne wyrażenia na momenty magnetyczne nukleonów. Można uważać wtedy jądro za "atom" nukleonowy. Nukleony mają swoje poziomy energetyczne **MODEL TAKI NAZYWA SIĘ WTEDY MODELEM POWŁOKOWYM JĄDRA**. (CAŁY CZAS CHODZI O ODPOWIEDNIK ORBITALNEGO MOMENTU PĘDU WYNIKAJACEGO Z RUCHU PROTONÓW W JADRZE)

analogia

$$\vec{\mu}_p = \frac{e}{2m_p} \cdot \vec{L}_p$$

Wzory te można trochę inaczej napisać,

$$\vec{\mu}_p = \frac{e\hbar}{2m_p} \cdot \frac{\vec{L}_p}{\hbar} = \mu_N \cdot \frac{\vec{L}_p}{\hbar}$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

nazywa się jądrowym  
magnetonem

$$\frac{\mu_N}{\mu_e} = \frac{e\hbar}{2m_p} / \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{1}{1836}$$

"Orbitalny" moment neutronu jest równy zeru!

Ale nukleony mają tzw. (kwantowy) wewnętrzny moment magnetyczny powiązany ze spinem cząstek. Uwaga - ponieważ w neutronie, który jest neutralny, ładunek ma pewien rozkład jego wewnętrzny moment magnetyczny już nie jest równy zeru. ! *s - spin*

$$\vec{\mu}_p = g_{(p)} \cdot \mu_N \cdot \frac{\vec{s}}{\hbar}$$

$$\vec{\mu}_p = g_{(n)} \cdot \mu_N \cdot \frac{\vec{s}}{\hbar}$$

$$g_{s(p)} = 5.59 \text{ dla protonu}$$

$$g_{s(n)} = -3.83 \text{ dla neutronu}$$

ujemny !

Momenty magnetyczne jąder są wypadkową sumą momentów nukleonów !!.

Całkowity magnetyczny moment jednego nukleonu składa się z momentu dipolowego oraz z momentu wewnętrznego, więc

$$\vec{\mu}_p = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_p = \frac{\mu_N}{\hbar} \cdot \left( \vec{L} + g_{s(p)} \vec{S} \right) \quad \text{dla protonu}$$

$$\vec{\mu}_n = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_N = \frac{\mu_N}{\hbar} \cdot g_{s(n)} \vec{S} \quad \text{dla neutronu}$$

brak "orbitalnego" momentu L

$$\mu_p = 2.793 \mu_N$$

$$\mu_n = -1.913 \mu_N$$

Gdyby protony były obiektami elementarnymi to z równania Diraca (problem elektronów relatywistycznych podlega równaniu Diraca) otrzymalibyśmy wzór na momenty wewnętrzne

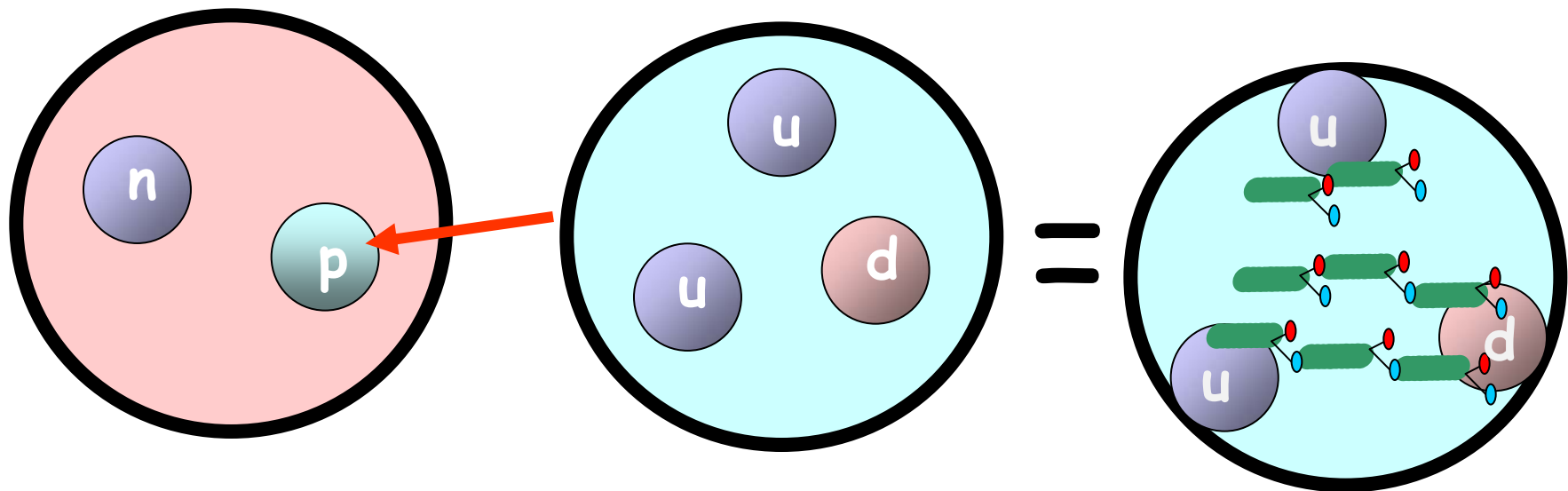
$$\mu_p = \mu_n = 1.0 \left( \frac{e\hbar}{2m_p} \right) = 1.0 \cdot \mu_N$$

a wartości z poprzedniej strony wskazują na to, że nie są to obiekty elementarne.

Nukleony są zbudowane z trzech kwarków

Nie istnieją stany związane (p-p) ani (n-n) - zgodnie z zasadą Pauliego (n-p) mogą istnieć w stanach, które są niedopuszczalne dla układów (p-p) i (n-n)





Jądro (deuteru) -  
wewnątrz nukleony

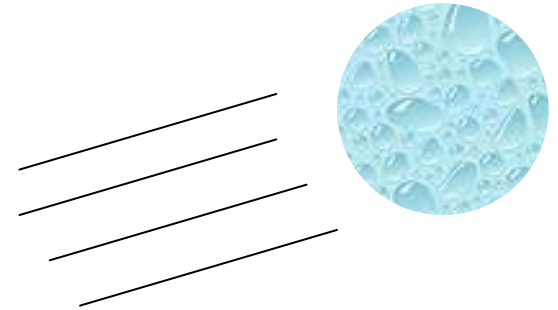
Proton -  
wewnątrz kwarki

Ponieważ energie (zarówno kinetyczna jak i potencjalna) nukleonów w jądrze jest dużo mniejsza niż przeciętna energia kwarków w nukleonie, która wynosi około 300 MeV, to z dobrym przybliżeniem uważamy **jądro za zbiór oddziaływujących nukleonów!** Innymi słowy stan kwarkowy jest znacznie bardziej scementowany niż zbiór nukleonów!

## Problem rozkładu ładunków - kształt jądra

Pierwsze eksperymenty z twardym rozpraszaniem elektronów na jądrach. Próbnikiem może być elektron, który sonduje strukturę EM jądra (ładunek).

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ obiekt rozciągły}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ obiekt punktowy}} \cdot \underbrace{F^2(q^2)}_{\text{ formfaktor}}$$



$q$  - przekaz 4-pędu od elektronu do jądra.  $F^2(q^2)$  jest tzw. czynnikiem postaci (formfaktor) - miara niepunktowości. Ścisły związek formfaktora z **ładunkową funkcją gęstości** poprzez transformatę Fouriera. Znając jedno możemy wyliczyć drugie.

$$\rho(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\vec{r}\cdot\vec{q}} \cdot F(q^2)$$

**Popularny rozkład Fermiego**  
– gęstość rozkładu ładunków,  
z eksperymentu

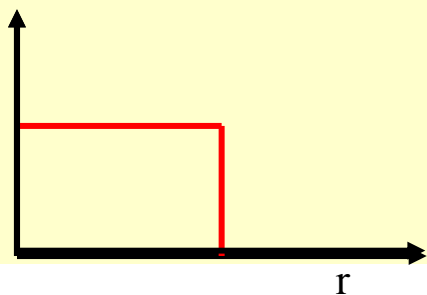
$$\rho_p(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

$\rho_0$ ,  $a$ ,  $R$  zależą od  
rodzaju jądra

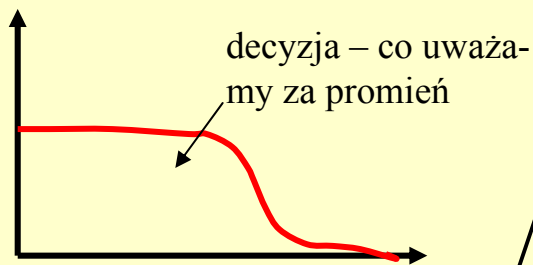
$\rho_0$  jest stałą wyznaczoną z warunku normalizacji:

$$\int \rho_p(r) \cdot d^3r = Z \quad \text{liczba porządkowa}$$

$\rho(r)$  nie tak



$\rho(r)$  ale tak



np. możemy policzyć i  
zmierzyć momenty

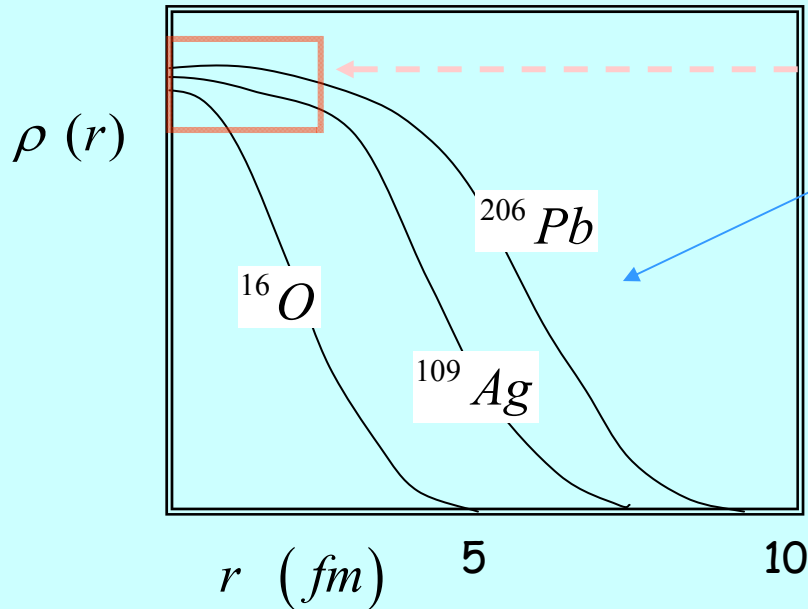
$$\langle r^2 \rangle = \int r^2 \rho_p(r) d\Omega$$

Prosty eksperyment dostarcza informacji na temat rozkładu ładunków - z tej informacji można otrzymać rozkład materii jądrowej. Ponieważ silne oddziaływania są NIEZMIENNICZE względem zamiany nukleonów oraz są KRÓTKOZASIĘGOWE można założyć, że **gęstość materii w jądrze jest stała** i że **stosunek gęstości neutronów do protonów jest stały** i wynosi

$$\frac{\rho_n(r)}{\rho_p(r)} = \frac{N}{Z} = \text{const} \quad \text{stąd}$$

$$\rho(r) = \rho_p(r) + \rho_n(r) = \rho_p(r) + \frac{N}{Z} \rho_p(r)$$

$$\rho(r) = \rho_p(r) \left( 1 + \frac{N}{Z} \right) = \frac{A}{Z} \rho_p(r) = \frac{A}{Z} \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$



dopasowanie do danych

rośnie z  $A$  zmierzając do stałej wartości  $0.17$  nukleonów  $1/\text{fm}^{-3}$

stąd można dopasować

$$R = 1.12 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1.12 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Jądro jest jak kropla cieczy o prawie stałej gęstości.

W oszacowaniach często przyjmujemy za masę nukleonu średnią,  $m_{p,n}$

$$\rho_J = \frac{\text{masa } J}{V_J} = \frac{A \cdot m_{p,n}}{\frac{4}{3} \pi \left( R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \right)^3} = \frac{m_{p,n}}{\frac{4}{3} \pi r_0^3}$$

gęstość jądrowa -  
nuclear density

$$\rho_J \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

Jądro jest układem kwantowym i podlega wzbudzeniom - ale energia wzbudzenia jest rzędu keV a to oznacza, że w warunkach temperatur ziemskich, w stanie naturalnym, jądra znajdują się w stanie PODSTAWOWYM, (minimum energy state or ground state) bo

$$E \sim kT \quad k \approx 8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \quad \text{dla 1000 K energia wynosi 0.1 eV}$$

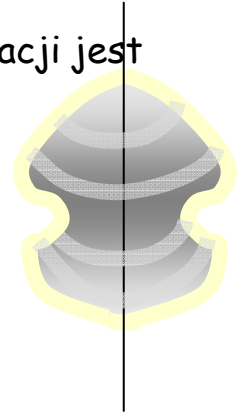
Jeśli chcemy rozdzielić jądro na poszczególne składniki, protony i neutrony, to musimy dysponować energią  $B(Z, N)$  zdefiniowaną

$$M_{nucl}(Z, N)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B(Z, N)$$

$$\frac{B(Z, N)}{c^2} = Zm_p + Nm_n - M_{nucl}(Z, N)$$

Jądra najczęściej nie mają symetrii sferycznej lecz są zdeformowane. Miara deformacji jest wyrażenie zwane momentem kwadrupolowym jądra,

$$Q = \int \rho(x, y, z) \left[ 3z^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \right] dx dy dz$$



Rozpiszmy to jako sumę całek i obliczmy całkę z pierwszego członu

$$Q = \int 3\rho(x, y, z)z^2 dx dy dz = 3 \int dz \cdot z^2 \iint dx dy \cdot \rho(x, y, z) =$$

$$3 \int dz \cdot z^2 \rho(z) = 3Z \langle z^2 \rangle$$

bo gęstość jest często znormalizowana nie do 1 ale do Z - ładunek całkowity Z (w jednostkach ładunku elementarnego)

Podobnie licząc dla każdego otrzymujemy

$$Q = Z \left[ 3\langle z^2 \rangle - (\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle) \right]$$

Jeśli symetria jest kulista wtedy

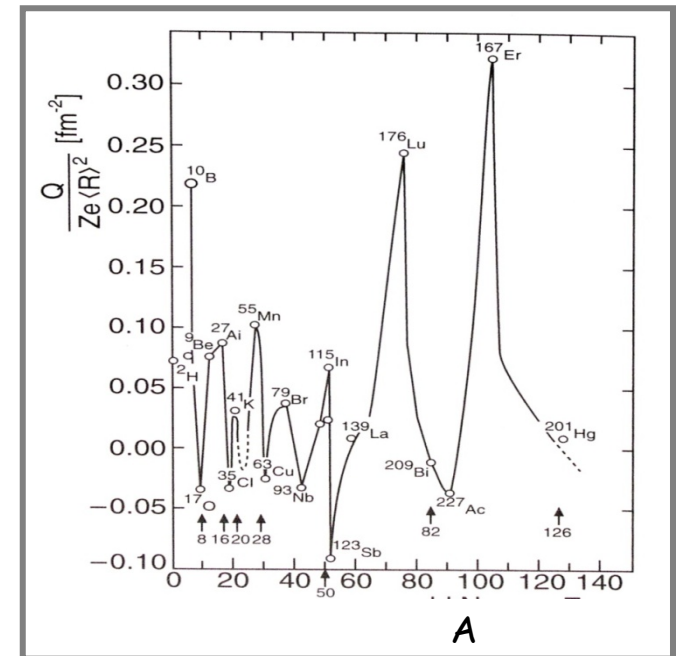
$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$$

$$Q = 0$$

Natomiast jeśli mamy odstępstwo to  $Q \neq 0$

w ogólności Q jest wielkością tensorową i wtedy dostarcza dokładniejszej informacji o strukturze geometrycznej.

**Najprostszy pomiar kształtu poprzez rozproszenie cząstek naładowanych na jądrach**



Ponieważ bezpośrednim pomiarom podlegają atomy niż same jądra, wtedy

$$\frac{B(Z, N)}{c^2} = Z(m_p + m_e) + Nm_n - M_{nucl}(Z, N) - b_{el}/c^2$$

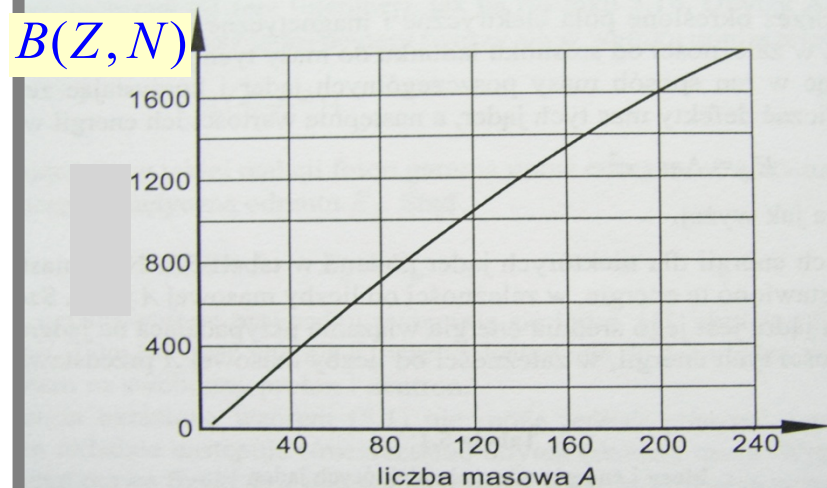
energia wiązania nukleonów  
(nucleon binding energy)

energia wiązania elektronów  
w atomie (electron binding energy)

przyczynki od elektronów są zwykle do zanedbania

$B(Z, N) > 0$  jądro stabilne  
(stable nucleus)

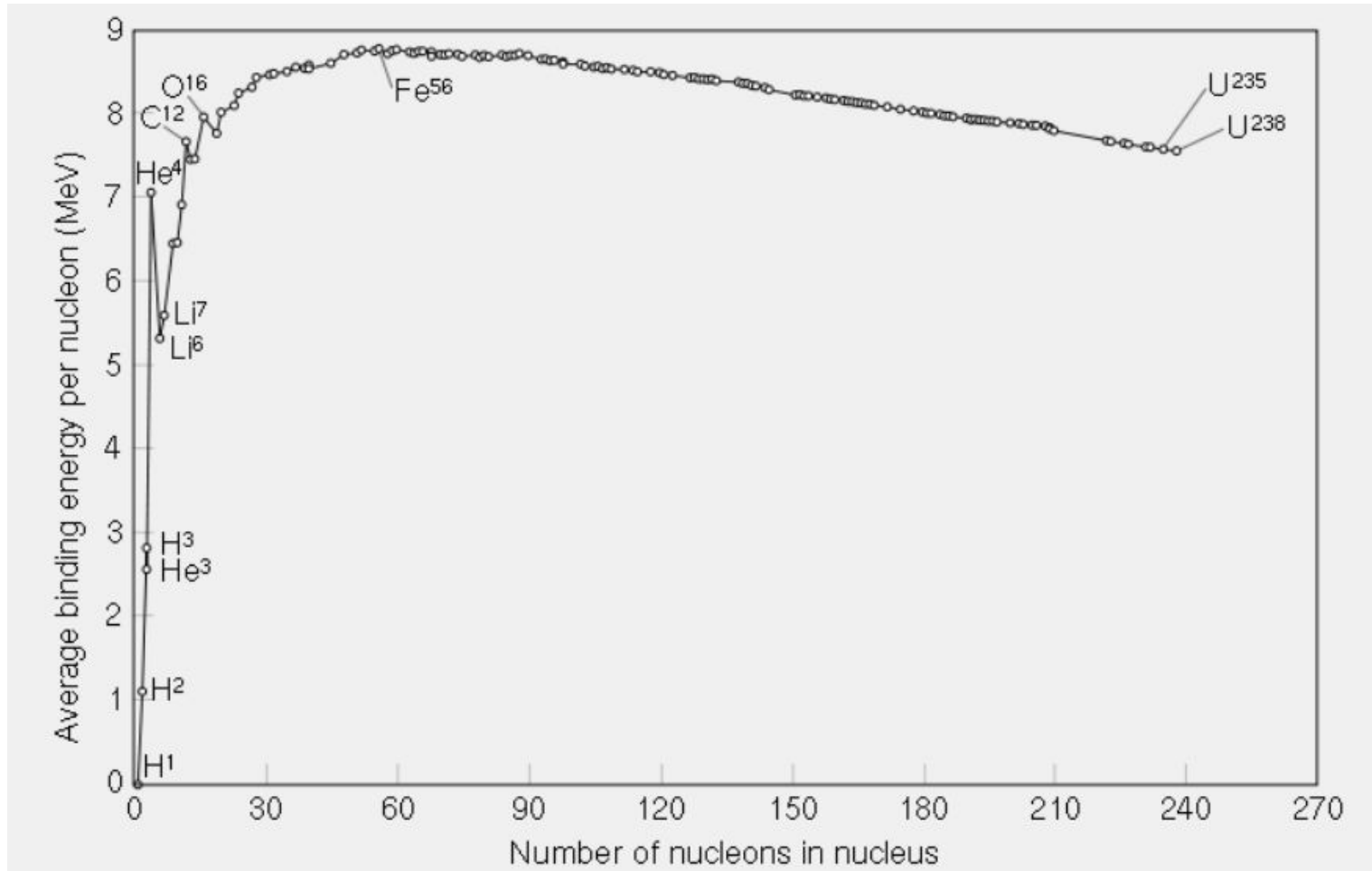
$B(Z, N) < 0$  jądro niestabilne -  
samorz. rozpad  
(unstable nucleus)



Rys. 5.2. Wartości energii wiązania  $E_w$  jąder w funkcji liczby masowej  $A$

Ważnym parametrem jest energia wiązania przypadająca na jeden nukleon  $B(Z, N) / A$

$$B(Z, N) / A$$





## Empiryczny wzór na energię wiązania

Na powierzchni słabiej związane bo oddziałują tylko te z wnętrza - efekt jest proporcjonalny do powierzchni

$$b(A^{1/3})^2$$

Uwzględnić efekt parzystej ilości p oraz n - efekt kwantowy. Energia B największa gdy n i p parzyste

$$B(Z, A) = aA - b(A^{1/3})^2 - s \frac{(A - 2Z)^2}{A} - d \cdot Z(Z - 1) \cdot A^{-1/3} - \delta A^{-1/2}$$

W 1-szym przybliżeniu energia wiązania  $B \sim A$ . Tak się zachowują siły spójności (cohesion forces) w kropli cieczy.

B osłabia odpychanie Coulomba odwrotnie proporcjonalne do promienia (potencjał)

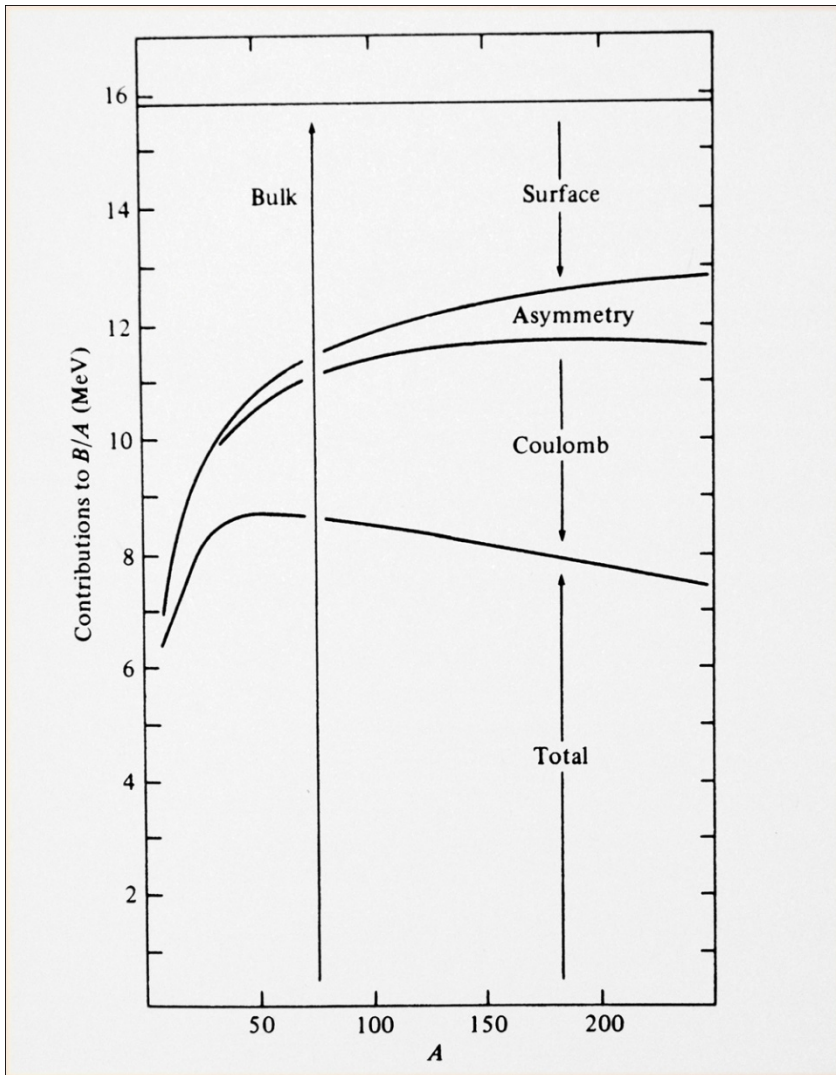
Dla niesymetrycznych B mniejsza. Dla jąder o jednakowej liczbie p i n poprawka wynosi zero. Gdy mamy nadmiar n energia wiązania B jest mniejsza.

$$a = 15.8 \text{ MeV} \quad b = 18.3 \text{ MeV} \\ d = 0.7 \text{ MeV} \quad s = 23.2 \text{ MeV}$$

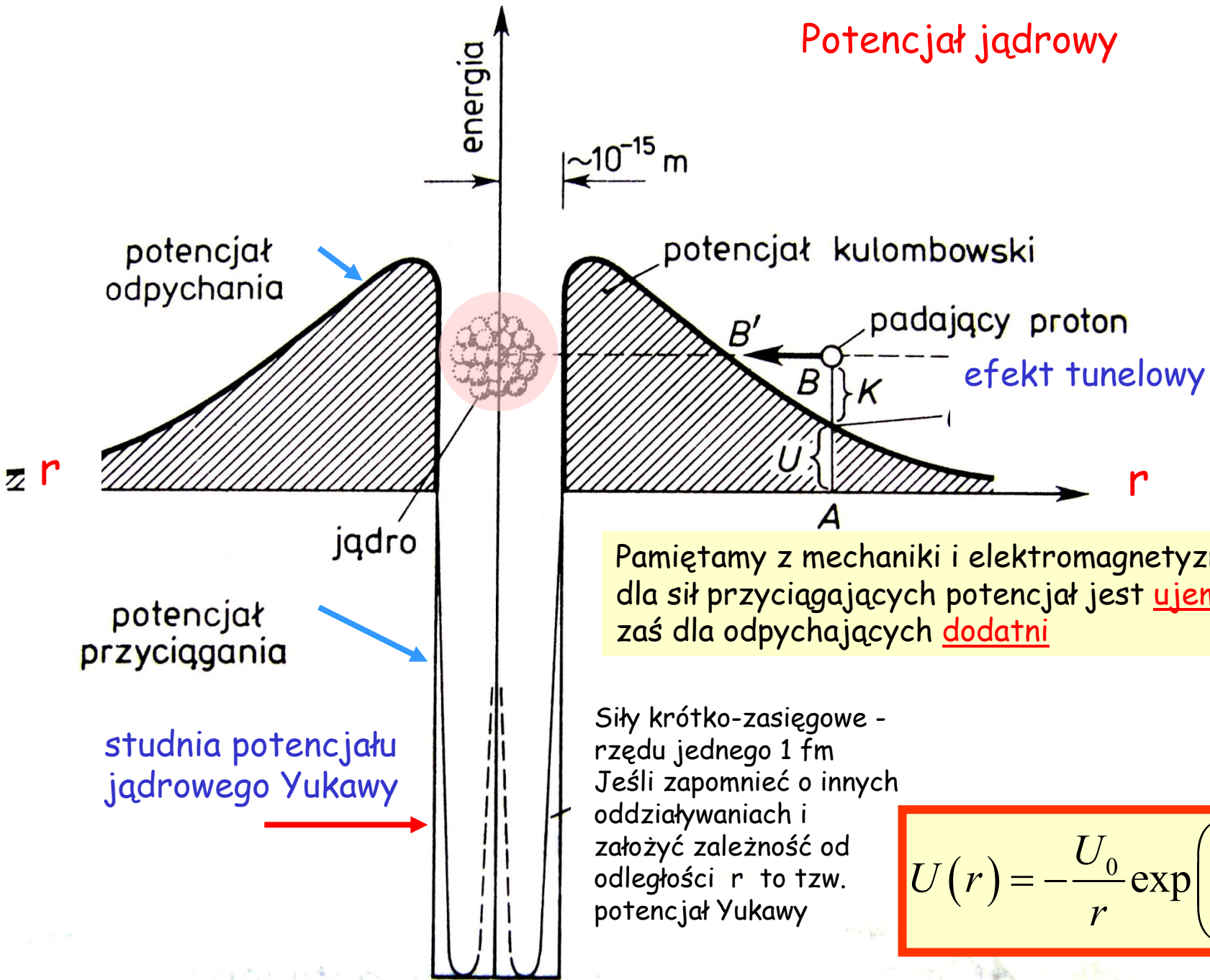
$$\delta \left\{ \begin{array}{ll} 11.2 \text{ MeV} & \text{dla } \textit{niep - niep} \\ 0 & \text{dla } \textit{niep - parz} \\ -11.2 & \text{dla } \textit{parz - parz} \end{array} \right\}$$

# Przyczynki od różnych poprawek do energii wiązania/nukleon

Uwaga - rysujemy  $B/A$



# Potencjał jądrowy



Pamiętamy z mechaniki i elektromagnetyzmu, że dla sił przyciągających potencjał jest ujemny zaś dla odpychających dodatni

Siły krótko-zasięgowe -  
rzędu jednego 1 fm  
Jeśli zapomnieć o innych  
oddziaływaniach i  
założyć zależność od  
odległości  $r$  to tzw.  
potencjał Yukawy

$$U(r) = -\frac{U_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{R_s}\right)$$

Masa nuklidu zależy od masy atomowej  $A$  i liczby porządkowej  $Z$  i od energii wiązania

$$M_{nucl}(Z, N)c^2 \equiv M_a(Z, N)c^2 = (Nm_n + Zm_p)c^2 - B(Z, N) =$$

$$(Nm_n + Zm_p)c^2 \left[ -aA + b(A^{1/3})^2 + s \frac{(A - 2Z)^2}{A} + d \cdot Z^2 A^{-1/3} + \delta A^{-1/2} \right]$$

Jeśli założymy stałość  $A$  to mamy zależność od  $Z$

$$M_a(Z, A - Z)c^2 =$$

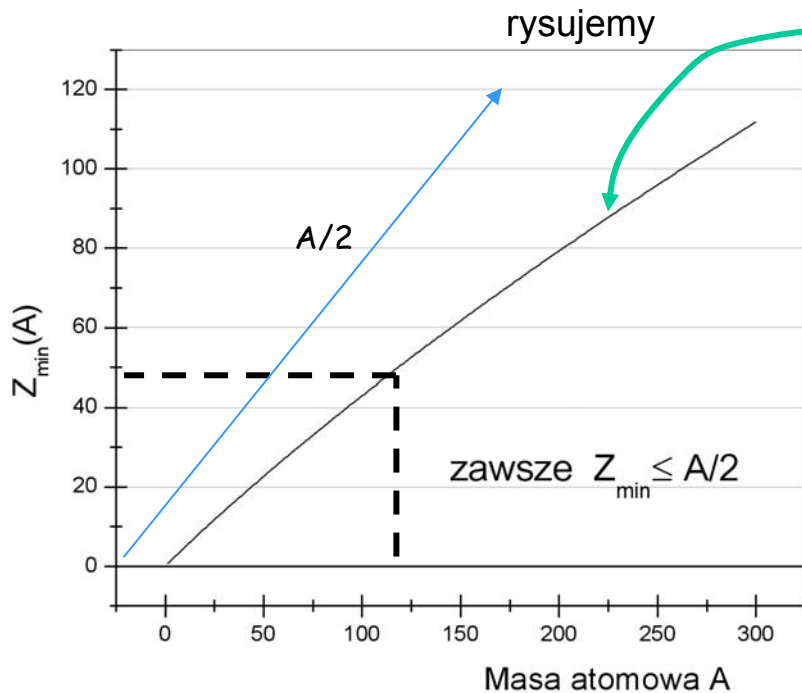
$$\left( (A - Z)m_n + Zm_p \right) c^2 - aA + b(A^{1/3})^2 + s \frac{(A - 2Z)^2}{A} + d \cdot Z^2 A^{-1/3} + \delta A^{-1/2} =$$

$$\left( Am_n c^2 - aA + bA^{2/3} + sA + \delta \cdot A^{-1/2} \right) - \left( 4s + (m_n - m_p)c^2 \right) Z +$$

$$\left( 4sA^{-1} + dA^{-1/3} \right) Z^2 = \alpha - \beta Z + \gamma Z^2$$

$M_a(Z, A - Z)$  (jako funkcja  $Z$ ) przyjmuje minimum (wtedy energia wiązania  $B$  przyjmuje maksimum) dla

$$Z_{\min} = \frac{\beta}{2\gamma} = \frac{\left( 4s + (m_n - m_p)c^2 \right)}{2\left( 4sA^{-1} + dA^{-1/3} \right)} = \frac{\left( 4s + (m_n - m_p)c^2 \right) A}{2\left( 4s + dA^{2/3} \right)}$$



$$Z_{\min} = \frac{(4s + (m_n - m_p)c^2)A}{2(4s + dA^{2/3})}$$

Widać, że zawsze jest spełniony warunek,

$$Z_{\min} \leq \frac{A}{2}$$

wtedy

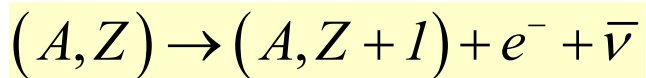
$$Z \leq \frac{A}{2} = \frac{N + Z}{2} \Rightarrow \frac{Z}{2} \leq \frac{N}{2} \Rightarrow Z \leq N$$

czyli max energii wiązania jest gdy mamy  $N \geq Z$  co jest równoważne stwierdzeniu, że ilość neutronów musi być taka sama jak protonów lub większa.

Stan posiadający  $Z_{\min}$  jest stanem najbardziej stabilnym o maksymalnej możliwej energii wiązania - więc stany o wartości  $Z$  różnej od  $Z_{\min}$  będą dążyć do  $Z_{\min}$ . Jeśli  $Z > Z_{\min}$  wtedy przy dążeniu do max energii wiązania  $Z$  musi zmaleć czyli mamy do czynienia z rozpadem protonu na neutron (beta plus) zaś gdy  $Z < Z_{\min}$  to  $Z$  musi wzrosnąć i mamy wtedy rozpad neutronu na proton (beta minus)

Przy rozpadzie  $\beta$  zmienia się  $Z$  ( $A$  const) pod warunkiem, że proces jest energetycznie dozwolony. Czyli jeśli jądro posiada  $Z < Z_{\min}$  to proces dąży do  $Z_{\min}$

$\beta^-$

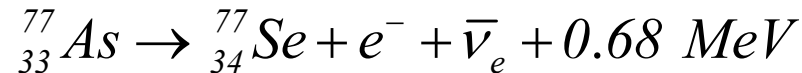
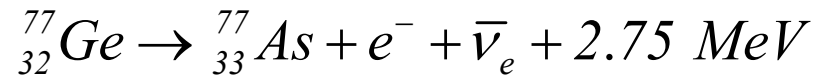


Masę neutrina zaniedbujemy

odbywa się to kosztem masy

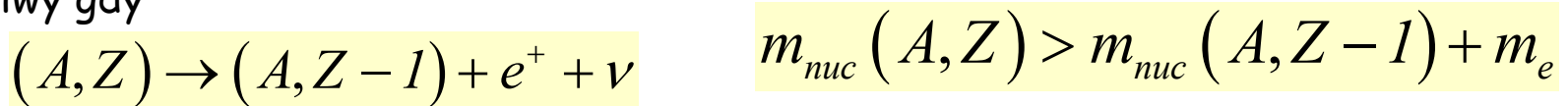
$$m_{nuc}(A, Z) > m_{nuc}(A, Z + 1) + m_e$$

Energia wyzwolona przy rozpadzie  $\beta^-$  jest zawsze za mała aby wyprodukować inne cząstki niż elektron i neutrino. Np.  ${}_{32}^{77}\text{Ge}$  Rozpada się przez szereg rozpadów beta.

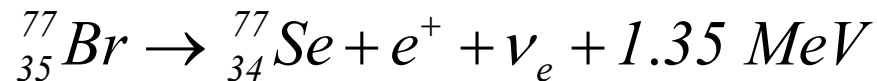
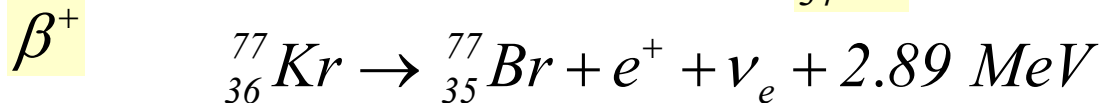


${}_{34}^{77}\text{Se}$  jest tylko jednym stabilnym jądrem mającym  $A=77$

Jądra z  $Z > Z_{\min}$  rozpadają się przez emisję pozytonu  $\beta^+$ . Proces ten jest wtedy możliwy gdy



Np. do poprzednio wspomnianego trwałego jądra  ${}_{34}^{77}\text{Se}$  można dojść przez rozpad

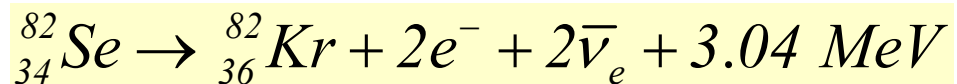
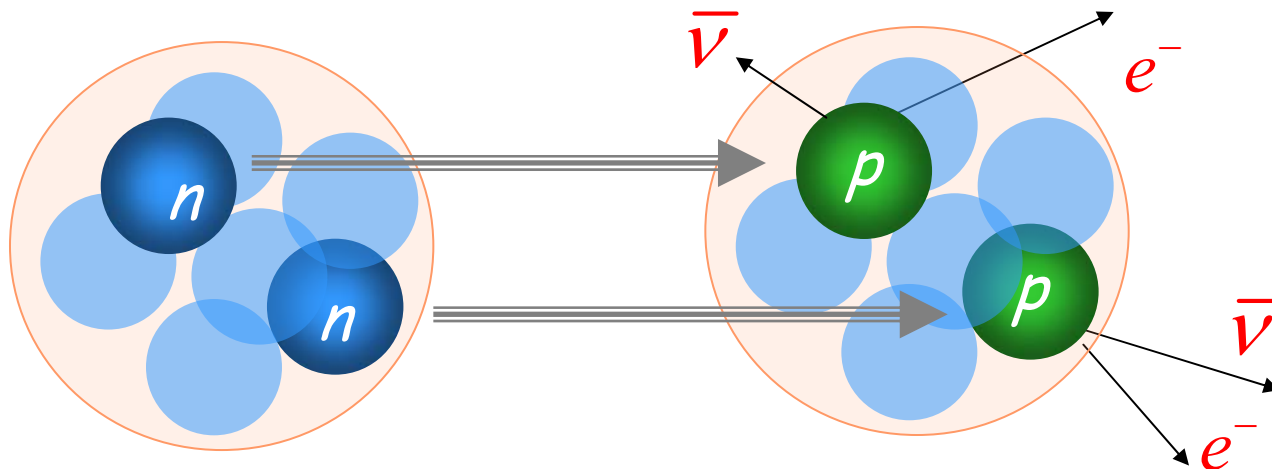


Te dwa przykłady z selenem  ${}_{34}^{77}\text{Se}$  pokazują, że jądra z  $Z < Z_{\min}$  rozpadają się przez rozpad  $\beta^-$  zaś jądra z  $Z > Z_{\min}$  podlegają rozpadowi  $\beta^+$

Jądra nieparzyste  $A$  rozpadają się do wartości  $Z$  najbliższej  $Z_{\min} = \frac{\beta}{2\gamma}$

Istnieją tzw. podwójne rozpady  $\beta$

Polegają one na **jednoczesnej** podwójnej emisji elektronów jak i neutrin.  
Pierwszy taki proces (rzadki) został zaobserwowany w 1987 r.



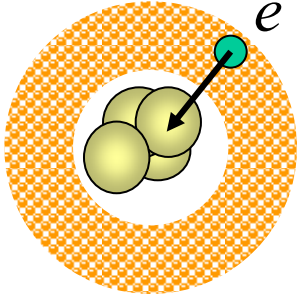
Czas życia wynosi około  $1.6 \times 10^{20}$  lat

Tzn. że jądro średnio żyje tyle zanim rozpadnie się przez taki proces.

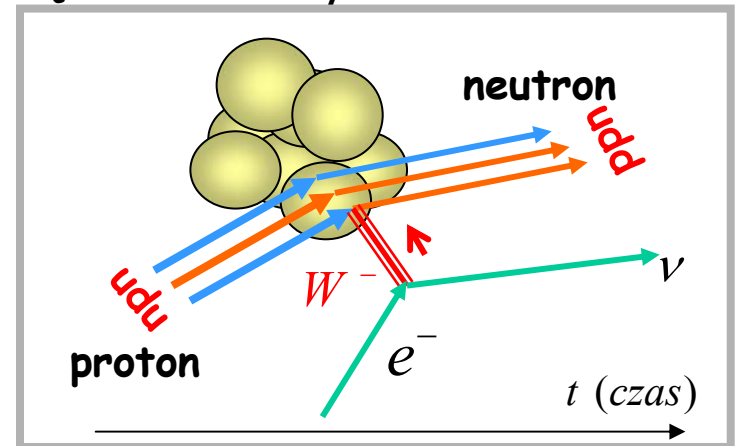
Dziwactwo "tego" procesu związane jest z jednoczesnością procesu oraz z bilansem energetycznym.

Proces ten konkuruje z innym procesem słabym dającym w stanie końcowym tylko neutrino - jest to tzw. **wychwyt K**. Jądro wychwytuje (najczęściej z powłoki K elektron i wtedy proton przechodzi w neutron z emisją neutrina (oddz. Słabe!) i pozytonu. Jądra krótkożyciowe

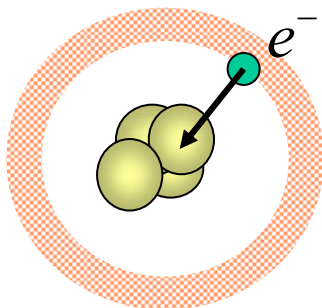
wychwyt K



$$e^{-} + {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \nu$$

$$\leftarrow p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$$


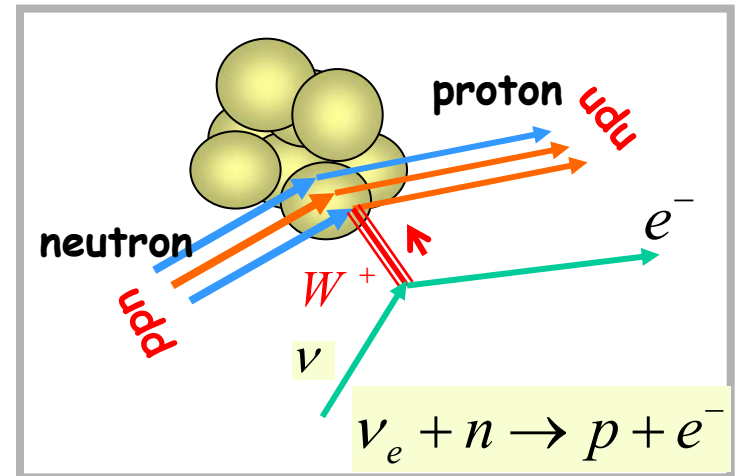
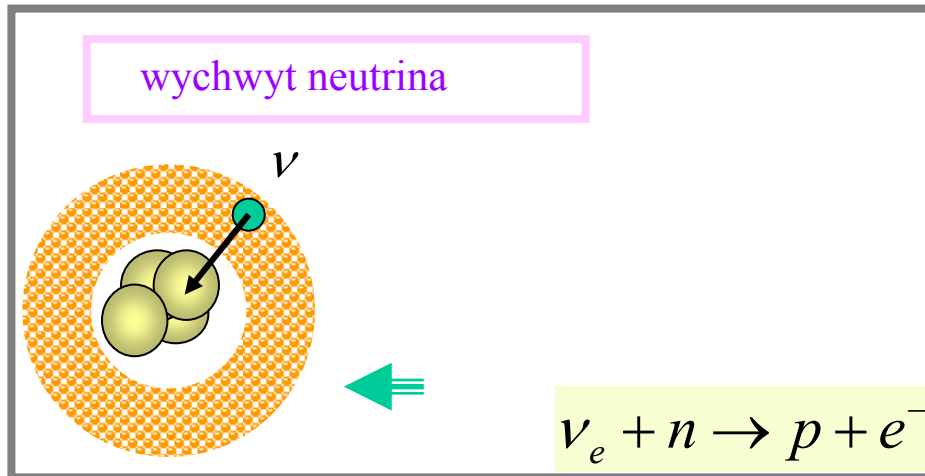
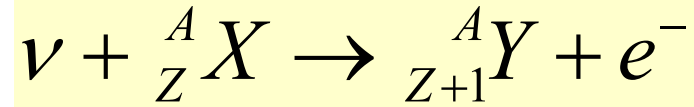
wychwyt K



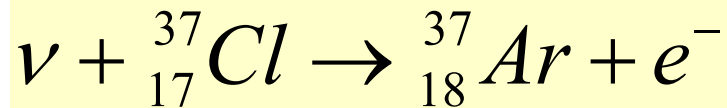
Miejsce po elektronie na orbicie K - zwykle wypełnione przez elektron z dalszych orbit: mamy wtedy do czynienia albo z promieniowaniem X albo nadmiar energii przy przeskoku z zewnętrznej orbity na orbitę K powoduje uwolnienie atomu z jednego elektronu (jonizację atomu). Taki wyrzucony elektron nazywa się elektronem Augera.



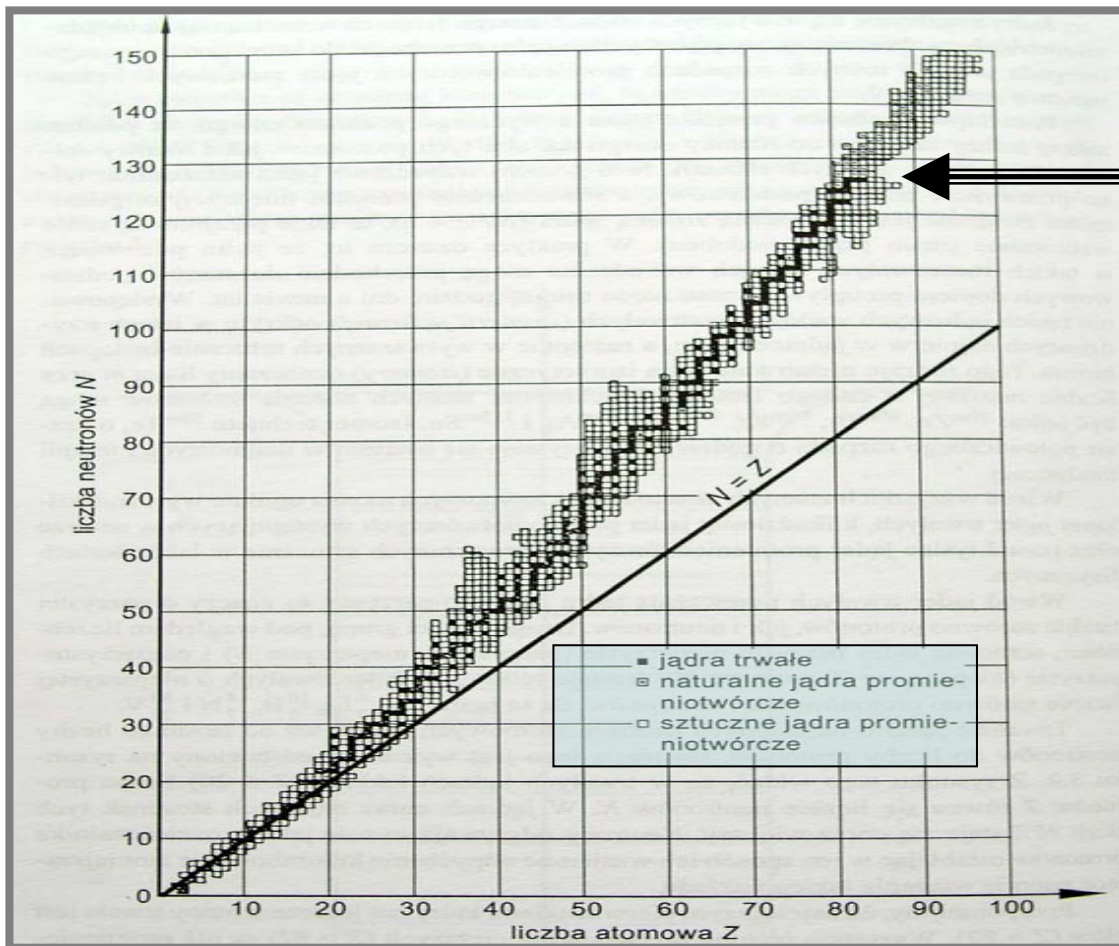
Istnieje też inny słaby proces zwany wychwytem neutrina



Przykład (właśnie ten z odkrycia neutrina - patrz poprzednie folie)



M. Pontecorvo - neutrina słoneczne



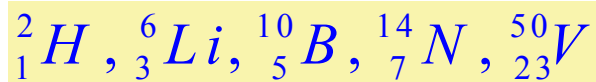
obszar stabilności  
względem rozpadów

$\beta$

dopasowanie (tzw. fit) do  
danych eksperymentalnych.

$$Z = \frac{A}{1.98 + 0.015A^{\frac{2}{3}}}$$

Jądra trwałe - w większości **parzysto-parzyste**, czasem **nieparzysto-parzyste**, **parzysto-nieparzyste**,



b. rzadko **nieparzysto-nieparzyste** tylko 5 -